

# تحلیل تنش مؤثر نیمه وابسته بر مبنای انرژی کرنشی برای مدل‌سازی روانگرایی ماسه‌ها

پاسر جعفریان\* (استادیار)

پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله

رضا محمدی ایانه (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه سمنان

در این مطالعه یک مدل غیرخطی نیمه وابسته به منظور پیش‌بینی رفتار سیکلی زهکشی‌نشده و روانگرایی ماسه‌ها ارائه شده است. از مدل هایپربولیک کندز- زلاسکو اصلاح شده، که به صورت نیمه وابسته با یک مدل پیش‌بینی کنندزی فشار آب حفره‌یی بر مبنای انرژی کرنشی کار می‌کند استفاده شده است، تا تحلیل تنش مؤثر انجام شود. اگرچه روش‌های بسیار زیادی برای تحلیل تنش مؤثر و مدل‌سازی روانگرایی در دسترس هستند، اما این روش‌ها غالباً نیازمند پارامترهای بسیاری هستند، که تعیین برخی از آن‌ها نیاز به صرف وقت و هزینه‌ی بسیار دارد. مدل ارائه شده در این نوشتار ساده است و پارامترهای اندک و قابل تعیین دارد و در عین سادگی پیش‌بینی قابل قبولی را نیز ارائه می‌کند. نتایج مدل سازی نشان می‌دهد با وجود اینکه مدل ارائه شده تحرک سیکلی را در نظر نمی‌گیرد، حد بالای اضافه فشار آب حفره‌یی و روانگرایی را به دقت پیش‌بینی می‌کند و از آن می‌توان در تحلیل یک بعدی غیرخطی پاسخ زمین به منظور ارزیابی رخداد روانگرایی استفاده کرد.

yjafarianm@iies.ac.ir  
r.mahmeli@students.semnan.ac.ir

واژگان کلیدی: تحلیل پاسخ زمین، روانگرایی خاک، فشار آب منفذی، مدل هایپربولیک.

## ۱. مقدمه

هنگامی که نهشته‌های دانه‌یی اشباع تحت اثر تکان‌های ناشی از زلزله قرار می‌گیرند، چنانچه نزد زهکشی فشار آب کمتر از نزد تولید آن باشد، فشار آب منفذی به صورت مداوم افزایش می‌یابد، تا جایی که تنش مؤثر صفر می‌شود. در این حالت مقاومت برشی خاک به شدت کاهش یافته و ناچیز می‌شود و در اصطلاح، خاک روانگرا می‌شود. روانگرایی خاک تقریباً در تمام زلزله‌های بزرگ دنیا، که در آن‌ها شرایط اولیه ایجاد روانگرایی یعنی وجود رسوبات سست و اشیاع مهیا بوده است، مشاهده شده است، که به عنوان مثال می‌توان به موقع پدیده‌ی روانگرایی در زلزله‌های نیگاتا (۱۹۸۹)، لومابریتا (۱۹۸۴)، و منجیل (۱۹۹۰) اشاره کرد. اگرچه روش‌های ساده‌شده‌یی نظری روش تنش، کرنش، و انرژی برای محاسبه‌ی پتانسیل روانگرایی رسوبات خاک و تنش برشی در هر نقطه‌یی از زمین، که در معرض زلزله قرار گرفته است، موجود هستند، اما این روش‌ها دقت یکسانی برای تمامی زلزله‌ها ندارند و علاوه بر این، توانایی پیش‌بینی فشار آب منفذی تولیدشده‌ی ناشی از زلزله را ندارند. بنابراین برای تعیین فشار آب منفذی و تنش برشی در خاک به عملت بازگذاری زلزله، تحلیل پاسخ زمین لازم است.<sup>[۱]</sup> به طورکاری دو روش تنش کل و تنش مؤثر برای مطالعه‌ی رفتار خاک‌هایی که در

نقاطه ضعف اصلی تمام روش‌های فوق به جز مورد چهارم، تعداد زیاد پارامترهای مدل است. بنابراین توسعه‌ی روش‌های تحلیلی، که کاهش سختی و مقاومت ناشی

\* نویسنده مسئول  
تاریخ: دریافت ۲۴/۶/۱۳۹۳، اصلاحیه ۱۲/۱۱/۱۳۹۳، پذیرش ۲۸/۱۱/۱۳۹۳.

رفتار باربرداری - بازگذاری مجدد، تولید فشار آب حفره‌یی، و کاهش سختی خاک مشخص می‌شود.<sup>[۷]</sup> منحنی اسکلتی خاک، رابطه‌ی تش برشی - کرنش برشی برای بازگذاری هارمونیک، در شکل ۱ مشاهده می‌شود.

رابطه‌های مختلفی برای توصیف منحنی اسکلتی ارائه شده است (همانند: مدل‌های ریبرگ اسکود،<sup>[۸]</sup> پایک،<sup>[۹]</sup> ...). که خلاصه‌ی برخی از آن‌ها در جدول ۲ ارائه شده است. برای توصیف رفتار باربرداری - بازگذاری مجدد روش‌های مختلفی از جمله: قوانین میسینگ،<sup>[۱۰]</sup> قوانین توسعه‌یافته‌ی میسینگ،<sup>[۹]</sup> و روش پیشنهادی موراوسکی،<sup>[۱۱]</sup> موجود است.

قوانین میسینگ (قانون‌های ۲۱ و ۲۰) و قوانین توسعه‌یافته‌ی میسینگ (قانون‌های ۱ تا ۴)، (شکل ۲) به این شرح هستند:

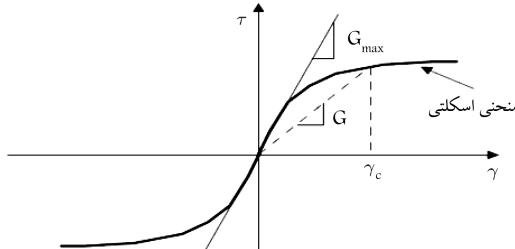
۱. بازگذاری اولیه، (تش - کرنش) از منحنی اسکلتی تعیین می‌کند (رابطه‌ی ۱):

$$\tau = f_{bb}(\gamma) \quad (1)$$

۲. اگر بازگشت تش در نقطه‌ی ( $\tau_{rev}$ ,  $\gamma_{rev}$ ) رخ دهد، منحنی تش - کرنش مسیری را تعیین می‌کند که طبق رابطه‌ی ۲ بیان می‌شود:

$$\frac{\tau - \tau_{rev}}{2} = f_{bb} \left( \frac{\gamma - \gamma_{rev}}{2} \right) \quad (2)$$

۳. اگر منحنی باربرداری - بازگذاری مجدد منحنی اسکلتی را قطع کند، تا بازگشت تش بعدی از منحنی اسکلتی پیوی می‌کند.



شکل ۱. منحنی اسکلتی.<sup>[۷]</sup>

از افزایش فشار آب منفذی را محاسبه می‌کند و شامل تعداد کمی از پارامترهاست، بسیار مفید است.

در این نوشتار، مدل فشار آب حفره‌یی بر مبنای انرژی کرنشی ارائه شده توسط جعفریان و همکاران،<sup>[۱۲]</sup> همراه با مدل هایپربولیک کندر - لاسکو اصلاح شده،<sup>[۱۳]</sup> و با استفاده از چارچوب اندیس کاهش<sup>۲</sup> پیشنهادی ماتسویک (۱۹۹۳)<sup>[۱۴]</sup> ترکیب شده است. با ترکیب مدل‌های مذکور، یک مدل هایپربولیک جدید ساده -- که توانایی پیش‌بینی فشار آب منفذی در هر لحظه را دارد -- برای استفاده در تحلیل تش مؤثر پاسخ زمین ارائه شده است. از تتابع آزمایش‌های سیکلی استوانه‌ی تو خالی برش ساده‌ی کرنش کتربل بر روی ماسه‌ی تایروا<sup>۳</sup>، برای ارزیابی مقدماتی مدل پیشنهادی استفاده شده است. مقایسه‌ی منحنی‌های تش - کرنش و فشار آب حفره‌یی نشان داده است که مدل پیشنهادی به طور معقولانه رفتار ماسه‌ها را در طی بازگذاری سیکلی توصیف می‌کند. با اینکه مدل ساده‌شده توانایی لحاظکردن تحرك سیکلی و اتساع در طی آن را ندارد، به صورت نسبتاً دقیق تولید فشار آب منفذی طی بازگذاری سیکلی را پیش‌بینی می‌کند و می‌تواند در تحلیل یک بعدی غیرخطی تش مؤثر پاسخ زمین به منظور ارزیابی رخداد روانگرایی در ماسه‌ها استفاده شود.

## ۲. معرفی روش‌های غیرخطی

محدوده‌ی وسیعی از مدل‌های ساختاری پیشرفته و ساده‌شده خاک برای تجزیه و تحلیل غیرخطی پاسخ زمین به کار گرفته می‌شود. برخی مدل‌های ساختاری پیش‌رفته، توانایی پیش‌بینی خصوصیات رفتار خاک نظری: نامحسان‌گردی، تولید فشار آب حفره‌یی، و اتساع را دارند. جدول ۱، برخی از مدل‌های ساختاری پیش‌رفته را معرفی می‌کند. استفاده از مدل‌های ساختاری پیش‌رفته خاک، هنگامی مناسب است که اطلاعات کامل خاک در دسترس باشد. اما در بیشتر موارد فقط منحنی‌های تغییرات مدل برشی و میرایی در برابر کرنش برشی در دسترس هستند، که در این حالت از مدل‌های ساده‌تری استفاده می‌شود. مدل‌های غیرخطی ساده‌ی برای تعیین رفتار خاک وجود دارد، که در برخی نرم‌افزارهای تحلیل یک بعدی پاسخ زمین (مانند: TESS، Deepsoil و ...) استفاده شده است. رابطه‌ی تش - کرنش سیکلی معمولاً توسط یک منحنی اسکلتی و مجموعه‌یی از قوانین برای توصیف

جدول ۱. مدل‌های ساختاری پیشرفته.<sup>[۱۲]</sup>

تعداد پارامترها	مؤلفه‌های حالت خمیری	قانون جریان پارامترهای سخت‌شوندگی	نوع سطح تسليیم	مرجع	مدل ساختاری یا کد	نوع مدل
۱۳	کرنش برش خمیری و کرنش حجمی	غیرهمراه	کلاهک بیضوی	[۱۲]	DYSAC ۲	خمیری سطح تسليیم محصور
	کرنش برش خمیری و کرنش حجمی	غیرهمراه	خم شدگی نواری*	[۱۵, ۱۶]	MIT-SI	
۲۲	کرنش برش خمیری و کرنش حجمی	همراه و غیرهمراه	مخروطی	[۱۶]	ALTERNAT	الخمیری چندسطحی
	همراه یا غیرهمراه	همراه یا غیرهمراه	مخروطی	[۱۷]	DYNAFLOW	
۸	مدول سخت‌شدنگی کار**					
۱۱	کرنش برش خمیری و کرنش حجمی	غیرهمراه	کلاهک بیضوی	[۱۸]	DIANA-SWANDYNE II	الخمیری عمومی
۹	کار خمیری**	همراه	به شکل گالوله***	[۱۹]	NorSand	الخمیری حالت بحرانی
۶	کرنش برشی خمیری	غیرهمراه	مخروطی	[۲۰]	UBCSAND	الخمیری موهر - کلمب
۷	کرنش برشی خمیری	غیرهمراه	دو مخروطی	[۲۱]	UBCSAND ۲	

\* distorted lemniscate

\*\*\* bullet-shaped

\*\* work-hardening moduli

\*\*\*\* plastic work

جدول ۴. توابع نمایی کاهش مقاومت و سختی در ماسه‌ها.<sup>[۳۱]</sup>

پارامترها	تابع کاهش
$T$	$\vartheta$
-	$\delta_{\tau} = (1 - ru)^{\vartheta}$
-	$\delta_{\tau} = (1 - (ru)^{\vartheta})$

و گازتس،<sup>[۲۲]</sup> یک مدل ساختاری برای تجزیه و تحلیل یک بعدی خاک‌های لایه‌یی ارائه داده‌اند. مدل ارائه شده، نوع خاصی از مدل ویسکو خمیری بوك - ون،<sup>[۲۳,۲۴]</sup> است، که توانایی توصیف رفتار غیرخطی انواع مختلفی از خاک‌ها را دارد و علاوه بر این توانایی تولید هم‌زمان منحنی‌های کاهش مدول و افزایش میرایی در برآورده شدن را نیز دارد. مدل ارائه شده نیازمند اطلاعاتی از رفتار ناهمسان‌گرد خاک و همچنین شکل حلقه‌های باربرداری و بارگذاری مجدد است، که این اطلاعات برای بیشتر خاک‌ها در دسترس نیست.

براساس فرضیه‌یی که توسط دارندلی،<sup>[۲۵]</sup> پیشنهاد شده و شامل ضربیه برای کاهش میرایی هیسترزیس است، فیلیپس و حشاش،<sup>[۲۶]</sup> فرمولاسیونی را ارائه داده‌اند که ضوابط بارگذاری - باربرداری مجدد قانون میسینگ را اصلاح می‌کند. این فرمولاسیون یک ضریب کاهش،  $F(\gamma_m)$  را معرفی می‌کند که معادله آن به صورت رابطه‌ی ۳ است:

$$F(\gamma_m) = P_1 - P_2 \left( 1 - \frac{G_{\gamma_m}}{G_0} \right)^{P_1} \quad (3)$$

که در آن،  $G_0$  بیشینه‌ی مدول برشی؛  $G_{\gamma_m}$  مدول برشی سکانت متناظر بیشینه‌ی کرنش برشی؛  $P_1$  و  $P_2$  ضرایب بی‌بعدی هستند که از برآورده کردن منحنی میرایی تعیین می‌شوند.

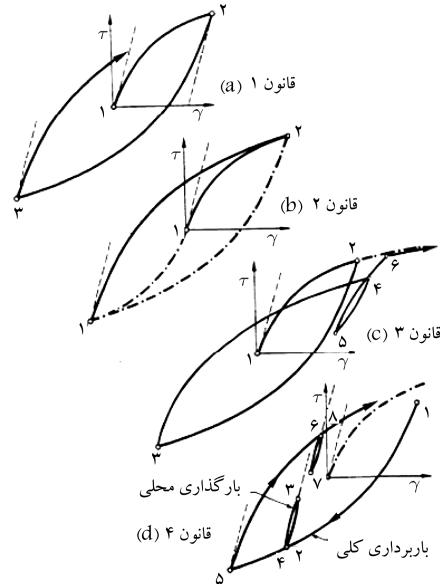
### ۳. معرفی روش غیرخطی پیشنهادی

در این مطالعه از مدل غیرخطی کندر - زلاسکو اصلاح شده،<sup>[۱۵]</sup> استفاده شده است، که رابطه‌ی اصلی مدل ذکر شده به صورت رابطه‌ی ۴ است:

$$\tau = \frac{\gamma G_0}{1 + \beta \left( \frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^s} \quad (4)$$

که در آن،  $\tau$  تنش برشی،  $\gamma$  کرنش برشی،  $G_0$  بیشینه‌ی مدل برشی،<sup>[۲۷]</sup> کرنش مرتع،  $s$  و  $\beta$  پارامترهای کالیبراسیون هستند. برای تعیین کرنش مرتع ۲ روش موجود است: در روش اول، که به روش کلاسیک معروف است، کرنش مرتع برابر نسبت مقاومت برشی خاک ( $\tau_f$ ) به بیشینه‌ی مدول برشی ( $G_0$ ) است. روش دوم، تعیین کرنش مرتع از طریق منحنی کاهش مدول است. به این صورت که مقدار کرنش متناظر با  $\tau = \frac{G_0}{\gamma}$  را برابر کرنش مرتع انتخاب می‌کنند. پارامترهای کالیبراسیون  $s$  و  $\beta$  از طریق منحنی اسکلتی خاک تعیین می‌شوند. از قوانین توسعه یافته‌ی میسینگ،<sup>[۱۶]</sup> برای ارتباط بین منحنی اسکلتی و رفتار باربرداری - بارگذاری مجدد استفاده می‌شود. برای درنظرگرفتن کاهش مقاومت و سختی مصالح در طی بارگذاری سیکلی از توابع نمایی کاهش سختی ( $\delta_G$ ) و کاهش مقاومت ( $\delta_{\tau}$ ) استفاده می‌شود. تابع کاهش مورد استفاده برای ماسه‌ها در جدول ۴ نشان داده شده است.

بنابراین مدل ارائه شده در این نوشتار با ترکیب مدل غیرخطی کندر - زلاسکو اصلاح شده،<sup>[۱۵]</sup> و قوانین توسعه یافته‌ی میسینگ،<sup>[۱۶]</sup> و همچنین با استفاده از تابع کاهش سختی و مقاومت،<sup>[۲۸]</sup> تعریف می‌شود، که روابط آن به صورت روابط ۵ و ۶



شکل ۲. تشریح تصویری قوانین چهارگانه‌ی میسینگ.<sup>[۷]</sup>

جدول ۲. مدل‌های غیرخطی.

مرجع	منحنی اصلی	مدل غیرخطی
[۱۸]	$\tau = \frac{\gamma G_0}{1 + \alpha \left( \left  \frac{\gamma}{\gamma_f} \right  \right)^{r-1}}$	رمبرگ - اسکود
[۲۲]	$\tau = \frac{\gamma G_0}{1 + \left( \frac{ \gamma }{\gamma_r} \right)^r}$	کندر زلاسکو*
[۱۹]	$\tau = \frac{\gamma G_0}{1 + \left( \frac{ \gamma }{\gamma_r} \right)}$	پایک*
[۲۰]	$\tau = \frac{\gamma G_0}{1 + B \left( \frac{ \gamma }{\gamma_r} \right)^S}$	کندر زلاسکو اصلاح شده**
[۲۳]	$\tau = \frac{\gamma G_0}{1 + B \left( \frac{ \gamma }{\gamma_r} \right)^S}$	کندر زلاسکو اصلاح شده تعیین‌یافته**

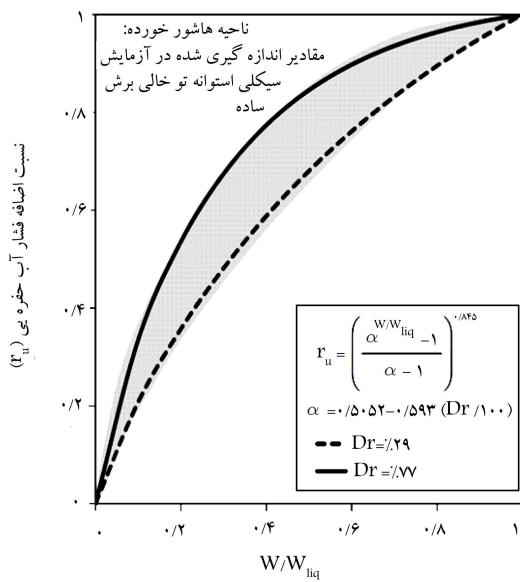
\* و \*\* تفاوت این مدل‌ها در معادله بارگذاری - باربرداری مجدد است.

جدول ۳. کدهای رایانه‌یی برای تحلیل یک بعدی غیرخطی پاسخ زمین.

برنامه	مدل غیرخطی	مرجع
DEEPSOIL	کندر زلاسکو اصلاح شده تعیین‌یافته	[۲۴,۲۵]
DESRA-۲	کندر زلاسکو	[۲۵]
DESRAMOD	کندر زلاسکو	[۲۶]
D-MOD_۲	کندر زلاسکو اصلاح شده	[۲۷]
OpenSees	حالت خمیری چندسطحی	[۲۸]
SUMDES	حالت خمیری سطح تسایم محصور	[۲۹]
TESS	HDCP	[۳۰]

۴. اگر منحنی باربرداری - بارگذاری مجدد، منحنی باربرداری - بارگذاری مجدد سیکل قبلی را قطع کند، منحنی تنش کرنش از سیکل قبلی پیروی می‌کند.

موراوسیکی،<sup>[۱۱]</sup> یک روش برای شکل‌دادن منحنی‌های باربرداری و بارگذاری مجدد براساس تابع عمومی ارائه داده است، که جایگزینی برای مقیاس منحنی اسکلتی توسط قانون دوم میسینگ است. در این روش از ۳ تابع مختلف برای شکل‌دادن منحنی‌های باربرداری و بارگذاری مجدد استفاده می‌شود. در جدول ۳، به معرفی برخی کدهای رایانه‌یی تحلیل پاسخ زمین پرداخته شده است. گرولیموس



شکل ۳. محدوده‌ی نسبت اضافه فشار آب حفره‌ی در برابر نسبت انرژی کرنشی به دست آمده از نتایج آزمون‌های ماسه‌ی تایورا همراه با حد بالا و پایین مدل فشار آب حفره‌ی جعفریان و همکاران.<sup>[۴]</sup> که در آن،  $D_r$  تراکم نسبی است.

$$\beta_{ru} = 0,845 \quad (9)$$

برای شرایط برش ساده،  $w_s$  را می‌توان از رابطه‌ی ۱۰ به دست آورد:

$$w_s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} (\tau_{i+1} + \tau_i) (\gamma_{i+1} - \gamma_i) \quad (10)$$

که در آن،  $\tau_i$  و  $\tau_{i+1}$  به ترتیب تنش برشی در نمو بار  $i$  و  $i+1$ ،  $\gamma_i$  و  $\gamma_{i+1}$  به ترتیب کرنش برشی در نمو بار  $i$  و  $i+1$  و  $n$  تعداد نمو بار وارد شده به نمونه است. مدل ارائه شده در این نوشتار با استفاده از قوانین توسعه‌یافته‌ی میسینگ،<sup>[۵]</sup> همراه با مدل غیرخطی کندر - زلاسکو اصلاح شده،<sup>[۶]</sup> رفتار بارگذاری، باربرداری، و بارگذاری مجدد ماسه‌ها طی بارگذاری سیکلی را توصیف می‌کند. با توجه به اینکه در بارگذاری سیکلی از مقاومت برشی و سختی خاک به طور مداوم کاسته می‌شود و در مدل غیرخطی (رابطه‌ی ۱) این موضوع لحاظ نشده است، از توابع کاهش سختی و مقاومت خاک استفاده شده است، که به ترتیب در مدول برشی بیشینه و مقاومت برشی خاک ضرب می‌شوند. توابع کاهش سختی و مقاومت ضرایبی کوچک‌تر از ۱ هستند، که با افزایش اضافه فشار آب حفره‌ی کوچک‌تر می‌شوند و در نهایت در هنگام روانگرایی که اضافه فشار آب حفره‌ی برابر ۱ است، و خاک تقریباً مقاومت برشی و سختی خود را از دست می‌دهد، برابر صفر می‌شوند.

منطق مدل ارائه شده به صورتی است که ابتدا براساس شرایط بارگذاری (بارگذاری اولیه، باربرداری، بارگذاری مجدد) تنش برشی از روابط ۵ یا ۶، و سپس براساس تنش برشی محاسبه می‌شود. کرنش برشی موجود نیز با استفاده از رابطه‌ی ۹ انرژی تلف شده در واحد حجم خاک است، که با استفاده از آن و رابطه‌ی ۷ اضافه فشار آب حفره‌ی تعیین می‌شود، سپس با مشخص‌بودن اضافه فشار آب حفره‌ی و روابط توابع کاهش (جدول ۴)، ضرایب کاهش سختی و مقاومت برشی برای مرحله‌ی بعدی محاسبه می‌شود. بنابراین با توجه به منطق برنامه می‌توان بیان کرد که مدل ارائه شده، توانایی شبیه‌سازی رفتار ماسه‌ها تحت بارگذاری سیکلی را

است. رابطه‌ی ۵، برای بارگذاری اولیه و قانون سوم میسینگ و نیز رابطه‌ی ۶، برای باربرداری و بارگذاری مجدد است:

$$\tau = \frac{\gamma G \cdot \delta_G}{1 + \beta \left( \frac{\delta_G}{\delta_r} \right)^s \left( \frac{\gamma}{\gamma_r} \right)^s} \quad (5)$$

$$\frac{\tau - \tau_r}{2} = \frac{\left( \frac{\gamma - \gamma_r}{\gamma_r} \right) G \cdot \delta_G}{1 + \beta \left( \frac{\delta_G}{\delta_r} \right)^s \left( \frac{\left( \frac{\gamma - \gamma_r}{\gamma_r} \right)}{\gamma_r} \right)^s} \quad (6)$$

#### ۴. مدل فشار آب حفره‌ی

تولید، اتلاف، و توزیع مجدد اضافه فشار آب حفره‌ی در لایه‌های خاک به شکل قابل توجهی سختی و پاسخ لرزه‌ی خاک راغبیر می‌دهد. مدل‌سازی پاسخ فشار آب منفذی در تحلیل غیرخطی پاسخ زمین براساس نتایج تحقیقات میدانی ماتسویک و وستیک،<sup>[۵]</sup> و آزمون‌های آزمایشگاهی ایشیهارا و همکاران،<sup>[۷]</sup> شاهد توسعه‌ی گسترده‌ی بوده است. مدل‌های فشار آب حفره‌ی را به صورت عمومی می‌توان در ۳ گروه، مدل‌های مبتنی بر تنش (مدل سید و همکاران<sup>[۸]</sup> مدل‌های مبتنی بر کرنش (مدل دابری و همکاران<sup>[۹]</sup>) و مدل‌های مبتنی بر انرژی (مدل جعفریان و همکاران<sup>[۱۰]</sup>) تقسیم‌بندی کرد. در حالی که مدل‌های اولیه براساس نتایج حاصل از آزمایش‌های سیکلی تنش کنترل بوده‌اند، پژوهش‌های دیگر نشان داده است که فشار آب حفره‌ی ارتباط بهتری با سطح کرنش برشی،<sup>[۱۱]</sup> و یا انرژی تلف شده در خاک،<sup>[۱۲]</sup> دارد. در تحلیل ارائه شده در این نوشتار از مدل ارائه شده توسط جعفریان و همکاران،<sup>[۱۰]</sup> که یک مدل مبتنی بر انرژی کرنشی است، استفاده شده است.

جهعفریان و همکاران،<sup>[۱۰]</sup> با الهام از مدل سید و همکاران،<sup>[۱۱]</sup> و استفاده از مزایای روش انرژی کرنشی مدلی را ارائه داده‌اند که در آن از نسبت انرژی کرنشی تلف شده در خاک به انرژی کرنشی لازم برای روانگرایی استفاده می‌شود. آن‌ها با بررسی آزمون‌های سیکلی مختلف دریافت‌های مدل کرنشی تلف شده در خاک به انرژی کرنشی لازم برای مؤثر اولیه در برابر نسبت انرژی کرنشی تلف شده در خاک به انرژی کرنشی لازم برای روانگرایی در یک محدوده‌ی خاص و محدودی قرار می‌گیرد و از همین موضوع برای ارائه‌ی مدل خود استفاده کرده‌اند. سپس ۳۷ آزمایش سیکلی استوانه‌ی تو خالی برش ساده‌ی کرنش کنترل بر روی ماسه‌ی تایورا با تراکم نسبی ۷۵-۳۰ درصد، تنش همه‌جانبه‌ی ۱۶۶-۵۵ کیلوپاسکال، با و بدون اعمال تنش برشی اولیه انجام داده‌اند. شکل ۳، محدوده‌ی نسبت اضافه فشار آب حفره‌ی در برابر نسبت انرژی کرنشی به دست آمده از نتایج آزمون‌های سیکلی استوانه‌ی تو خالی برش ساده‌ی کرنش کنترل بر روی ماسه‌ی تایورا را همراه با حد بالا و پایین اضافه فشار آب حفره‌ی نمایش می‌دهد. براساس شکل ۳، معادله‌ی ۷ را به عنوان مدلی که توانایی پیش‌بینی فشار آب حفره‌ی را دارد، ارائه داده‌اند:

$$ru = \left( \frac{\alpha_{ru}^{\frac{w_s}{W_{liq}}} - 1}{\alpha_{ru} - 1} \right)^{\beta_{ru}} \quad (7)$$

که در آن،  $ru$  اضافه فشار آب حفره‌ی،  $w$  انرژی تلف شده در واحد حجم خاک، و  $w_s$  انرژی لازم برای روانگرایی خاک است (انرژی طرفیت) و  $\alpha$  و  $\beta$  نیز پارامترهای کالیبراسیون هستند، که برای ماسه‌ی تایورا از روابط ۸ و ۹ به دست می‌آیند:

$$\alpha_{ru} = 0,593 \left( \frac{D_r}{100} \right)^{0,52} \quad (8)$$

دارد، لکن باید از طریق داده‌های موجود آزمایشگاهی عملکرد مدل ارائه شده بررسی شود.

برای تعیین مقاومت برشی زهکشی نشده‌ی ماسه‌ی تایپرا و فرایزر ریور به ترتیب از نتایج آزمایش برش پیچشی مونوتونیک زهکشی نشده‌ی چیارو و همکاران،<sup>[۲۵]</sup> و آزمایش برش ساده‌ی مونوتونیک سیواتایلان،<sup>[۲۶]</sup> استفاده شده است.  $w_{liq}$  برای ماسه‌ی تایپرا از رابطه‌ی ۱۳، که توسط جعفریان و همکاران،<sup>[۲۷]</sup> ارائه شده است، به دست آمده و برای ماسه‌ی فرایزر ریور ارزی کرنشی با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ محاسبه و ارزی کرنشی متضایر با  $ru = 1$  برای  $w_{liq}$  در نظر گرفته شده است.

$$(13) \quad w_{liq} = \frac{D_r}{10^{-2}P'} + 5,375 + 0,375 \times 10^{-2}P'$$

### ۱.۵. ماسه‌ی تایپرا

ماسه‌ی تایپرا استفاده شده در آزمایش سیکلی استوانه‌ی تو خالی برش ساده‌ی کرنش - کنترل به ترتیب دارای بیشینه و کمینه‌ی تخلخل، قطر متوسط دانه‌ها و ضربی یکنواختی برابر  $0,98$ ،  $0,61$ ،  $0,50$  و  $0,45$  mm است. این آزمایش در تراکم نسبی  $75\text{-}3$  درصد و تنش همه‌جانبه  $166\text{-}55$  kPa انجام شده است.<sup>[۲۸]</sup>

در مفاهیم روتوتکنیک لرزه‌یی، دو کرنش برشی آستانه وجود دارد. اولین کرنش برشی، کرنش برشی آستانه‌ی خطی است، که در مقادیر کرنش برشی کمتر از آن، خاک‌ها رفتار کشسان خطی نشان می‌دهند. دومین کرنش برشی، کرنش برشی آستانه‌ی حجمی است، که کمینه‌ی کرنش لازم برای لغزش دانه به دانه (تعییرشکل‌های بروگشت‌ناپذیر) است. با توجه به این مفاهیم، در صورتی که کرنش برشی کمتر از کرنش برشی آستانه‌ی خطی باشد، رفتار خاک خطی است، و در صورتی که کرنش برشی بزرگ‌تر از کرنش برشی آستانه‌ی خطی و کمتر از کرنش برشی آستانه‌ی حجمی باشد، رفتار خاک غیرخطی و بدون آفت<sup>۹</sup> است و در صورتی که کرنش برشی بزرگ‌تر از کرنش برشی آستانه‌ی حجمی باشد، رفتار خاک غیرخطی و همراه با آفت است. با توجه به مطالب ذکر شده مدلی مناسب است که توانایی پیش‌بینی رفتار غیرخطی خاک در سطح کرنش‌های برشی مختلف را دارد.

شکل ۵، نتایج مدل سازی ماسه‌ی تایپرا با تراکم نسبی  $75\%$  و تنش همه‌جانبه‌ی  $5$  کیلو پاسکال در سطح کرنش‌های مختلف را نمایش می‌دهد. مطابق شکل مذکور، مدل ارائه شده در کرنش‌های برشی کمتر از کرنش برشی آستانه‌ی خطی رفتار خاک را کشسان خطی، در کرنش‌های برشی بزرگ‌تر از کرنش برشی آستانه‌ی خطی و کوچک‌تر از کرنش برشی آستانه‌ی حجمی، رفتار خاک را غیرخطی و بدون آفت، و در کرنش‌های برشی بزرگ‌تر از کرنش آستانه‌ی حجمی، رفتار خاک را غیرخطی همراه با آفت پیش‌بینی می‌کند. شکل ۶، مقایسه‌ی نتایج منحنی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده را برای ماسه‌ی تایپرا مترآکم نشان می‌دهد. مقایسه‌ی منحنی‌های تنش برشی، توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی تنش برشی و کاهش مقاومت و سختی خاک را در اثر بارگذاری سیکلی تأیید می‌کند و همچنین منحنی‌های اضافه فشار آب خفره‌یی نیز توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی هنگام رخداد پدیده‌ی روانگاری را مورد تأیید قرار می‌دهد. منحنی‌های تنش برشی در برابر کرنش برشی نشان می‌دهند که در مدل پیشنهادی در سیکل اول، روند کاهش تنش برشی در بارگذاری بیشتر و در بارگذاری مجدد کمتر از واقعیت است، که این موضوع در سیکل‌های بعدی کمتر شده و منحنی پیش‌بینی شده نزدیک‌تر به منحنی آزمایشگاهی می‌شود، که دلیل این رفتار را می‌توان پیش‌بینی بیش از حد میرایی توسط قوانین میسینگ در کرنش‌های بزرگ دانست. منحنی‌های تنش برشی در برابر تنش سیکل اول انتباط خوبی دارند. شکل ۷، مقایسه‌ی نتایج منحنی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده را برای ماسه‌ی تایپرا سمت نشان می‌دهد. مقایسه‌ی منحنی‌های تنش برشی نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی به طور قابل قبولی تنش برشی را پیش‌بینی می‌کند و همچنین

## ۵. تحلیل و ارزیابی مدل

در این بخش نتایج به دست آمده از مدل توصیف شده در قسمت قبل با نتایج آزمایش‌های سیکلی استوانه‌ی تو خالی کرنش - کنترل و برش ساده‌ی سیکلی تنش - کنترل مقایسه شده است.

مدل ارائه شده در این نوشتار،<sup>۴</sup> پارامتر کالیبراسیون ( $\beta$ ،  $S$ ،  $\alpha_{ru}$ ،  $\beta_{ru}$ ) و نیز  $3$  پارامتر بیشینه‌ی مدول برشی ( $G^*$ )، کرنش مرجع ( $\gamma_0$ ) و انرژی لازم برای روانگرایی ( $W_{liq}$ ) دارد، که نحوه تعیین هر کدام از آن‌ها در ادامه بررسی شده است. پارامترهای  $\beta$  و  $S$  از طریق منحنی اسکلتی خاک یا منحنی تغییرات مدول خاک تعیین می‌شوند. روش کار به این صورت است که با استفاده از رابطه<sup>۴</sup> و نتایج آزمایشگاهی به تعیین این پارامترها پرداخته می‌شود. شکل ۴، یک نمونه از فرایند منطبق کردن منحنی کاهش مدول برای تعیین پارامترهای  $\beta$  و  $S$  ماسه‌ی تایپرا را نشان می‌دهد.

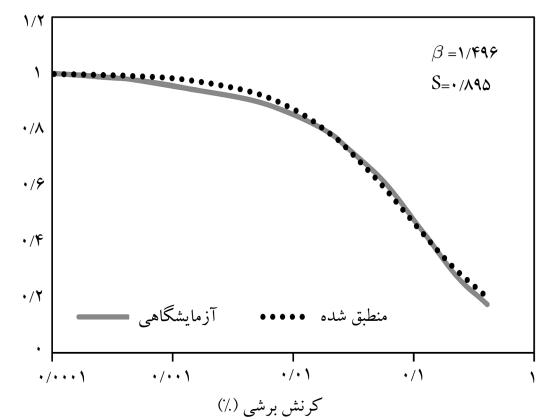
پارامترهای  $\alpha_{ru}$  و  $\beta_{ru}$  برای ماسه‌ی تایپرا توسط جعفریان و همکاران،<sup>[۲۹]</sup> تعیین و از روابط<sup>۸</sup> و <sup>۹</sup> محاسبه شده‌اند. با استفاده از تجزیه و تحلیل برگشتی، پارامترهای معادله‌ی فشار آب خفره‌یی برای ماسه‌ی فرایزر ریور<sup>۵</sup> تعیین شده است. بیشینه‌ی مدول برشی ماسه‌ی تایپرا براساس رابطه<sup>۱۱</sup>، که از رگرسیون نتایج آزمایش‌های کوکاشو،<sup>[۲۳]</sup> به دست آمده است، محاسبه می‌شود:

$$(11) \quad G^* = \frac{(2/17 - e)^2}{1 + e} \times P^{10,5}$$

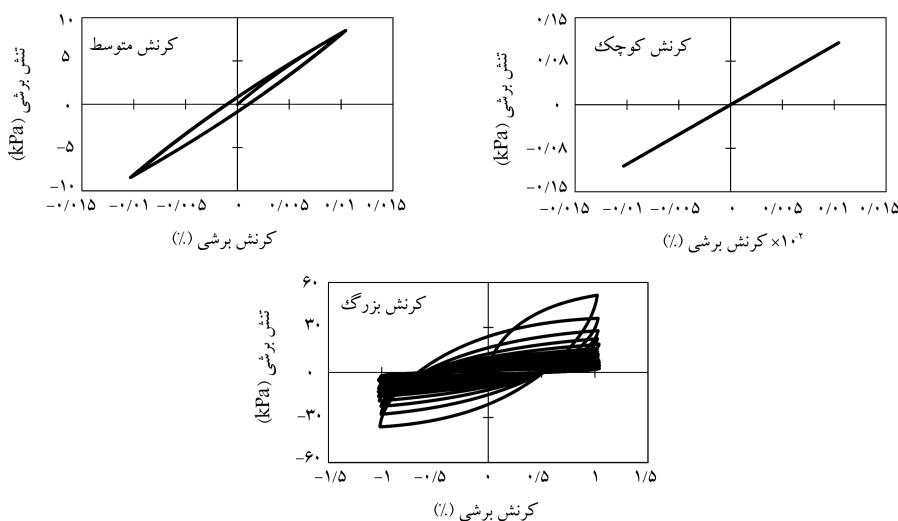
که در آن،  $G^*$  بیشینه‌ی مدول برشی،  $e$  تخلخل،  $P'$  (Pa) تنش همه‌جانبه است. چیلارگیک و همکاران،<sup>[۲۴]</sup> با انجام آزمایش ماسه‌ی فرایزر ریور<sup>۶</sup> تعیین شده است. ماسه‌ی فرایزر ریور رابطه<sup>۱۲</sup> را برای تعیین بیشینه‌ی مدول برشی ارائه کرده‌اند:

$$(12) \quad G^* = \rho \left[ \frac{P'}{P_a} - 143e \right]^2$$

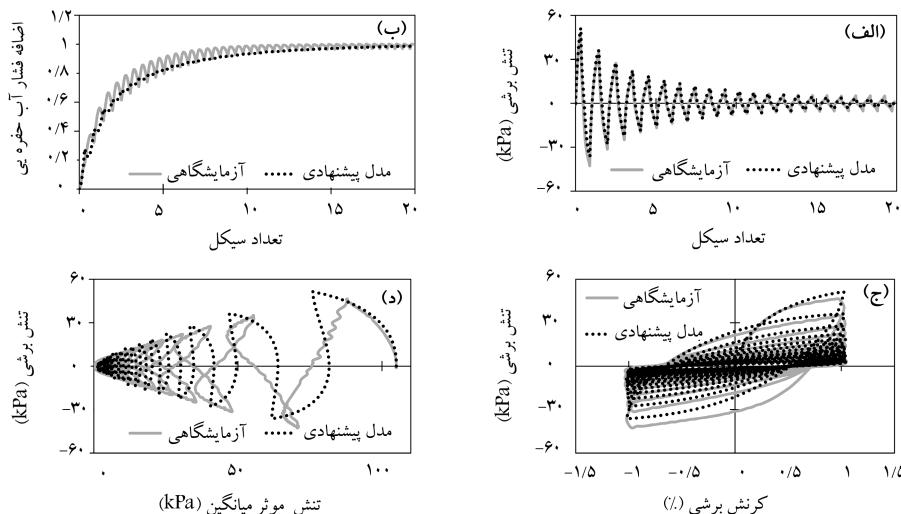
همان‌طورکه در بخش معرفی روش غیرخطی اشاره شده است، دو روش برای تعیین پارامترهای از مطالعه از روش کلاسیک برای تعیین کرنش برشی مرجع استفاده شده است. بدین منظور نیاز به تعیین مقاومت برشی نهایی خاک است.



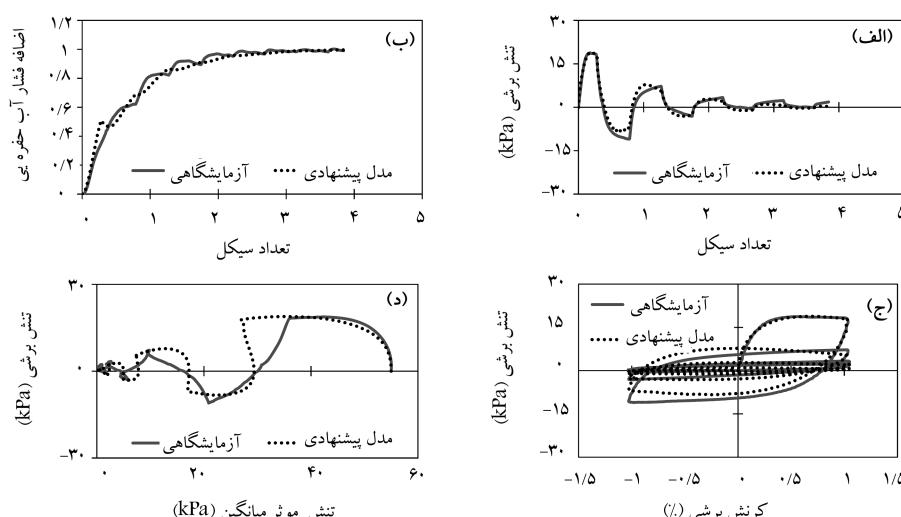
شکل ۴. یک نمونه از فرایند منطبق کردن منحنی کاهش مدول برای تعیین پارامترهای  $\beta$  و  $S$  ماسه‌ی تایپرا.



شکل ۵. نتایج مدل سازی ماسه‌ی تابورا در سطح کرنش‌های مختلف ( $Dr = 7.75\%$ ,  $P' = 105 \text{ kPa}$ )



شکل ۶. مقایسه‌ی منحنی‌های اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده - ماسه‌ی تابورا ( $Dr = 7.75\%$ ,  $P' = 105 \text{ kPa}$ )

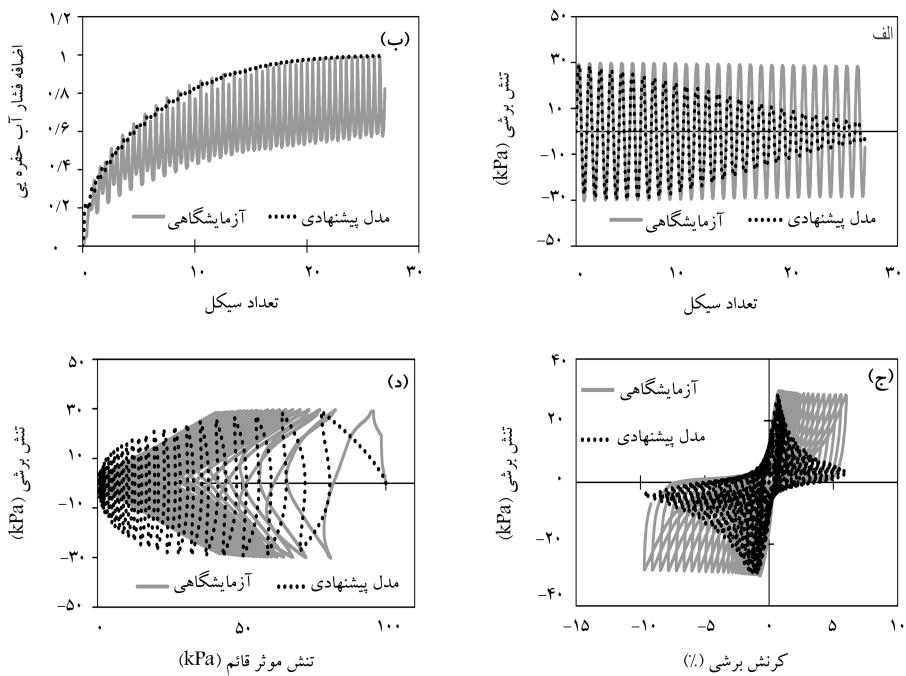


شکل ۷. مقایسه‌ی منحنی‌های اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده - ماسه‌ی تابورا ( $Dr = 12.5\%$ ,  $P' = 55 \text{ kPa}$ )

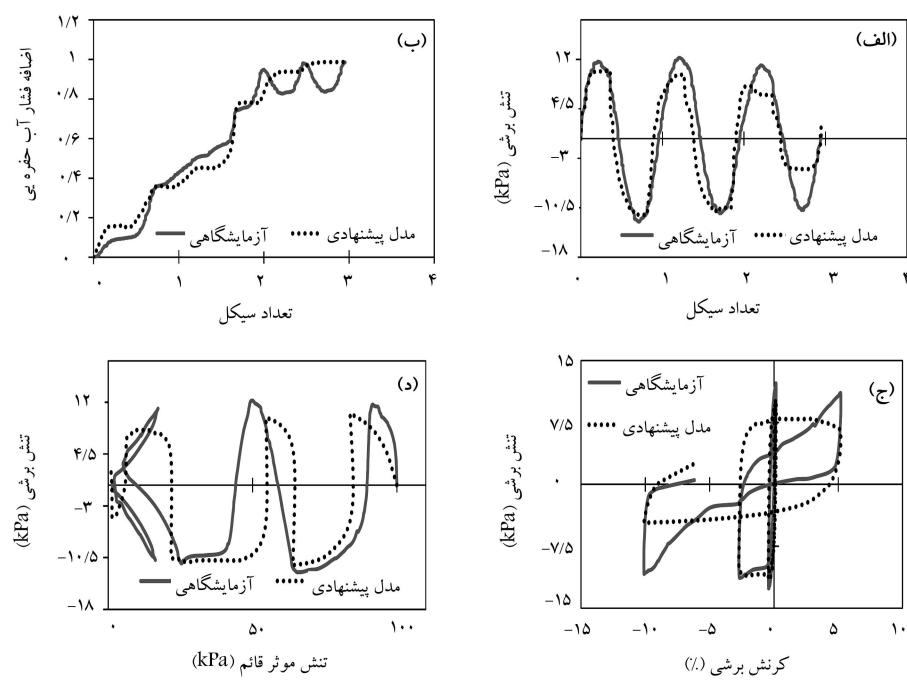
می تواند کاهش تنش برشی ناشی از کاهش مقاومت و سختی خاک را به صورت محافظه کارانه‌ی مدل کند. بررسی نمودارهای اضافه فشار آب حفره‌ی پیش‌بینی شده و آزمایشگاهی مشخص می‌کند که مدل پیشنهادی، توانایی پیش‌بینی نوسانات فشار آب حفره‌ی را ندارد. بررسی منحنی‌های تنش برشی در برابر کرنش برشی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده شان می‌دهد که مدل پیشنهادی در سیکل‌های ابتدایی، رفتار تنش - کرنش را تقریباً مناسب پیش‌بینی می‌کند، اما پس از آن به دلیل تولید اضافه فشار آب حفره‌ی را ندارد. بررسی مقدار تنش برشی پیش‌بینی شده کمتر از خواصیه دارد. مدل پیشنهادی در آزمون های تنش کنترل به دلیل تابوت بودن پیش‌بینیه و کمینه‌ی تنش برشی در طول آزمایش مشاهده نمی‌شود. مقایسه‌ی منحنی‌های تنش برشی در برابر تنش مؤثر قائم آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده مشخص می‌کند که مدل پیشنهادی، توانایی مدل‌سازی نوسانات اضافه فشار آب حفره‌ی را ندارد. شکل ۹، مقایسه‌ی نتایج منحنی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده را برای ماسه‌ی فرایزر ریور سُست نشان می‌دهد. بررسی منحنی‌های آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده مشخص می‌کند که در مدل پیشنهادی با افزایش اضافه فشار آب حفره‌ی و به دنبال آن کاهش مقاومت و سختی خاک، مقدار تنش برشی کاهش می‌یابد؛ اما در آزمون های تنش، کنترل پیش‌بینیه و کمینه‌ی تنش برشی در طول آزمایش ثابت است. مقایسه‌ی نمودارهای اضافه فشار آب حفره‌ی آزمایشگاهی و هنگام وقوع پدیده‌ی روانگاری را پیشنهادی در پیش‌بینی اضافه فشار آب حفره‌ی و هنگام وقوع پدیده‌ی روانگاری توسط تأثیر می‌کند. مقایسه‌ی منحنی‌های تنش برشی در برابر کرنش برشی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی، سیکل اول را به خوبی پیش‌بینی می‌کند؛ اما در سیکل‌های بعدی، با توجه به اینکه اضافه فشار آب حفره‌ی تولید شده و براساس آن مقاومت و سختی خاک در مدل پیشنهادی کاهش می‌یابد، مقادیر پیش‌بینیه و کمینه‌ی تنش کنترل، پیش‌بینیه و کمینه‌ی تنش برشی در سراسر آزمایش ثابت می‌مانند. مقایسه‌ی منحنی‌های تنش برشی در برابر تنش مؤثر قائم نشان می‌دهد که روند کاهش تنش مؤثر در مدل پیشنهادی، سرعت بیشتری نسبت به نتایج آزمایشگاهی

## ۲.۵ ماسه‌ی فرایزر ریور

ماسه‌ی فرایزر ریور استفاده شده در آزمایش برش ساده‌ی سیکلی تنش - کنترل به ترتیب دارای پیش‌بینیه و کمینه‌ی تخلخل، قطر متوسط دانه‌ها و ضربه یکنواختی برابر  $1/6$  mm است. این آزمایش‌ها در تراکم نسبی  $40\%$  درصد و تنش همه‌جانبه‌ی  $100\text{ kPa}$  و  $200\text{ kPa}$  و  $80\text{ kPa}$  انجام شده‌اند.<sup>[۲۷]</sup> شکل ۸، مقایسه‌ی نتایج منحنی آزمایشگاهی و پیش‌بینی شده را برای ماسه‌ی فرایزر ریور متراکم نشان می‌دهد. مقایسه‌ی نمودارهای تنش برشی پیش‌بینی شده و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که در سیکل‌های ابتدایی، مدل پیشنهادی تقریباً پیش‌بینی قابل قبولی را دارد، اما پس از آن با افزایش اضافه فشار آب حفره‌ی و



شکل ۸. مقایسه‌ی منحنی‌های اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده - ماسه‌ی فرایزر ریور ( $\text{Dr} = 18\%$ ,  $P' = 100 \text{ kPa}$ ).



شکل ۹. مقایسه‌ی منحنی‌های اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده ماسه‌ی فرایزر ریور ( $Dr = 1/40$ ,  $P' = 100$  kPa).

جدول ۵. پارامترهای تعیین‌شده برای تحلیل.

$G_0$ (Pa)	$\beta$	$S$	$\gamma_{(r)}$	$\beta_{ru}$	$\alpha_{ru}$	$w_{liq}$ (j/m³)	ماسه
$5,23 \times 10^7$	1,64	0,64	$3,00 \times 10^{-4}$	0,845	0,36881	510,5298	( $Dr = 1/23, P' = 55$ kPa)
$1,03 \times 10^8$	1,496	0,845	$8,33 \times 10^{-4}$	0,845	0,0901	4145,87	( $Dr = 1/75, P' = 105$ kPa)
$6,78 \times 10^7$	1,445	0,855	$4,29 \times 10^{-4}$	0,45	0,2	1121,985	( $Dr = 1/40, P' = 100$ kPa)
$7,93 \times 10^7$	1,209	0,934	$5,99 \times 10^{-4}$	0,45	0,03	17191,86	( $Dr = 1/80, P' = 100$ kPa)

با توانایی کاهش سختی و مقاومت خاک در حین بارگذاری لرزه‌یی، برای پیش‌بینی روانگرایی و فشار آب حفره‌یی ناشی از زلزله‌ها ارائه شده است. پارامترهای خاک مورد نیاز برای تجزیه و تحلیل بیشینه‌یی مدلول برشی، بیشینه‌یی مقاومت برشی و انرژی لازم برای روانگرایی هستند، که برای تعیین این پارامترها نیازمند تخلخل، تراکم نسی، جرم مخصوص، و تنش همه‌جانبه هستیم، و همچنین به منظور تعیین پارامترهای کالیبراسیون، نیازمند منحنی اسکلتی خاک هستیم.

عملکرد مدل پیشنهادی با مدل سازی نتایج آزمایش سیکلی استوانه‌ی تو خالی برش ساده، کرنش کنترل بر روی ماسه‌ی تایورا و آزمایش برش ساده‌ی سیکلی تنش کنترل بر روی ماسه‌ی فرایزر ریور موردنظر طالعه قرار گرفته است. مدل سازی نمونه‌هایی با سطح کرنش مختلف مشخص کرده است که از مدل ارائه شده می‌توان در تمامی سطوح کرنش استفاده کرد. مدل ارائه شده، در کرنش‌هایی کمتر از کرنش آستانه‌ی خطی، رفتار خطی را برای خاک پیش‌بینی می‌کند، در کرنش‌های ما بین کرنش آستانه‌ی خطی و حجمی، رفتار غیرخطی و بدون آنت را برای خاک پیش‌بینی می‌کند، و در کرنش‌هایی افت را برای خاک پیش‌بینی می‌کند. مقایسه‌ی نتایج مدل سازی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است که مدل ارائه شده، توانایی شبیه‌سازی رفتار ماسه‌ها طی بارگذاری سیکلی را دارد. در این مطالعه، مدل تنش مؤثر که از آن می‌توان در شبیه‌سازی پدیده‌ی روانگرایی خاک استفاده کرد، معرفی شده است. بدین صورت که مدل ساختاری هایپربولیک ساده‌شده‌ی همراه با مدل فشار آب حفره‌یی بر مبنای انرژی و

دارد. جدول ۵، پارامترهای تعیین‌شده برای تحلیل را معرفی می‌کند. بنابراین همان‌طور که مشاهده می‌شود، مدل پیشنهادی ارائه شده، پارامترهای اندک و قابل تعیین دارد. شکل‌های ۵ الی ۹، نتایج مدل سازی را نشان می‌دهند. بنابراین همان‌طور که مشاهده می‌شود، مدل پیشنهادی روند پاسخ خاک را به خوبی پیش‌بینی می‌کند.

## ۶. نتیجه‌گیری

تحلیل‌های دینامیکی شامل دو نوع تحلیل تنش کل و تنش مؤثر می‌شوند. مهم‌ترین ضعف روش تنش کل را می‌توان در نظر گرفته‌نشدن کاهش پیش‌روند و مادام مقاومت خاک در اثر افزایش فشار آب حفره‌یی دانست، که این خود باعث ایجاد خطأ در نتایج می‌شود. همچنین طبیعت این روش قادر به محاسبه‌ی تاریخچه فشار حفره‌یی در نقاط مختلف دست یافتن به نتایج مطلوب، نیازمند روشی هستیم که در آن شرایط واقعی خاک طی بارگذاری سیکلی در نظر گرفته شود. روش تنش مؤثر، توانایی پیش‌بینی تولید، انتلاف و توزیع مجدد فشار آب حفره‌یی و نیز کاهش پیش‌روند و مادام مقاومت خاک، طی بارگذاری سیکلی را دارد. در این مطالعه، مدل تنش مؤثر که از آن می‌توان در شبیه‌سازی پدیده‌ی روانگرایی خاک استفاده کرد، معرفی شده است. بدین صورت که مدل ساختاری هایپربولیک ساده‌شده‌ی همراه با مدل فشار آب حفره‌یی بر مبنای انرژی و

مدل ارائه شده در این نوشتار، ساده، و پارامترهای اندک و قابل تعیین دارد و نیز یکی از جنبه‌های مهم مدل ارائه شده این است که براساس اثلاف انرژی است، بنابراین می‌توان از آن برای محاسبه‌ی اضافه فشار آب حفره‌ی در ماسه‌ها تحت بارگذاری‌های منظم، تصادفی، سیکلی و لرزه‌ی استفاده کرد. همچنین مدل فشار آب حفره‌ی بر مبنای انرژی تلف شده است و در نتیجه به مسیر تنش آزمایش خاص مربوط نیست.

بنابراین نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که می‌توان با اطمینان از این مدل ساده در تحلیل غیرخطی پاسخ زمین به منظور ارزیابی رخداد روانگرایی استفاده کرد.

کرنش‌های کوچک و بزرگ به ترتیب میرایی را کمتر و بیشتر از واقعیت پیش‌بینی می‌کنند، اما مدل ارائه شده پیش‌بینی قابل قبولی از پاسخ تنش - کرنش، روند کاهش مقاومت و سختی، انرژی کرنشی، و به خصوص تولید فشار آب منفذی طی بارگذاری لرزه‌ی را دارد و نیز مدل فشار آب حفره‌ی جعفریان و همکاران<sup>[۲]</sup> برای ماسه‌ها با مقداری مختلف تراکم و درصد ریزدانه قابل اعتماد است. ضمناً با توجه به اینکه مدل ارائه شده تحرک سیکلی (اتساع) را در نظر نمی‌گیرد، اضافه فشار آب حفره‌ی پیش‌بینی شده تحت تأثیر این محدودیت قرار نگرفته است و مدل پاسخ قابل قبولی را ارائه می‌دهد.

## پانوشت‌ها

1. modified Kondner – Zelasko
2. degradation index functions
3. Toyoura sand
4. Masing rule
5. Fraser river sand
6. non-degradable

## منابع (References)

1. Liyanapathirana, D.S. and Poulos, H.G. "Numerical simulation of soil liquefaction due to earthquake loading", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **22**(7), pp. 1007-1015 (2002).
2. Seed, H.B. and Idriss, I.M. "Analysis of soil liquefaction: Niigata earthquake", *J. Soil Mech. Found. Div.*, **93**(3), pp. 83-108 (1967).
3. Martin, G.R., Finn, W.D.L. and Seed, H.B. "Fundamentals of liquefaction under cyclic loading", *J. Geotech. Eng. Div., ASCE*, **101**(5), pp. 422-438 (1975).
4. Jafarian, Y., Towhata, I., Baziar, M.H., Noorzad, A. and Bahmanpour, A. "Strain energy based evaluation of liquefaction and residual pore water pressure in sands using cyclic torsional shear experiments", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **35**, pp. 13-28 (2012).
5. Matasovic, N. and Vucetic, M. "Cyclic characterization of liquefiable sands", *J. of Geotech. Eng.*, **119**(11), pp. 1805-1822 (1993a).
6. Matasovic, N., *Seismic Response of Composite Horizontally – Layered Soil Deposits*, University of California, Los Angeles: xxix, 452 p. (1993).
7. Stewart, J.P., Kwok, A.O.-L., Hashash, Y.M.A., Matasovic, N., Pyke, R., Wang, Z. and Yang, Z., *Benchmarking of Nonlinear Geotechnical Ground Response Analysis Procedures*, PEER Report 2008/04, Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering University of California, Berkeley (August 2008).
8. Ramberg, W. and Osgood, W. "Description of stress strain curves by three parameters", Technical Note No. 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, DC (1943).
9. Pyke, R.M. "Nonlinear soil models for irregular cyclic loadings", *J. Geotech. Eng.*, **105**(GT6), pp. 715-726 (1979).
10. Masing, G. "Eigenspannungen und verfertigung beim messung", *Proc. 2nd Int. Congress on Applied Mech.*, Zurich, Switzerland (1926).
11. Muravskii, G. "On description of hysteretic behaviour of materials", *International Journal of Solids and Structures*, **42**(9-10), pp. 2265-2244 (2005).
12. Park, S.S. "A two-mobilized plane model and its application for soil liquefaction analysis", Ph.D. Thesis, Civil Engineering Department, University of British Columbia, BC, 215 p. (2005).
13. Muraleetharan, K.K., Deshpandeet, S. and Adalier, K. "Dynamic deformations in sand embankments: centrifuge modeling and blind, fully coupled analyses", *Canadian Geotechnical Journal*, **41**(1), pp. 48-69 (2004).
14. Pestana, J.M., Biscontin, G., Nadim, F. and Andersen, K. "Modeling cyclic behavior of lightly overconsolidated clays in simple shear", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **19**(7), pp. 501-519 (2000).
15. Pestana, J.M., Whittle, A.J. and Salvati, L.A. "Evaluation of a constitutive model for clays and sands: Part I - sand behaviour", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **26**(11), pp. 1097-1121 (2002).
16. Woodward, P.K. and Molenkamp, F. "Application of an advanced multi-surface kinematic constitutive soil model", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **23**(15), pp. 1995-2043 (1999).
17. Azizian, A. and Popescu, R. "Back analysis of the 1929 ground bank submarine slope failure", *An Earth Odyssey*, pp. 808-815 (2001).
18. Aydingun, O. and Adalier, K. "Numerical analysis of seismically induced liquefaction in earth embankment foundations, Part 1: Benchmark model", *Canadian Geotechnical Journal*, **40**, pp. 753-765 (2003).

19. Been, K., Jefferies, M.G., Hachey, J.E. and Rothenburg, L. "Numerical prediction for model No 2", *In Proceedings of the International Conference on the Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems*, Balkema, Rotterdam (1993).
20. Byrne, P.M., Park, S.-S., Beaty, M., Sharp, M., Gonzalez, L. and Abdoun, T. "Numerical modeling of liquefaction and comparison with centrifuge tests", *Canadian Geotechnical Journal*, **41**(2), pp. 193-211 (2004).
21. Park, S.-S., Byrne, P.M. and Wijewickreme, D. "A swinging plane model for soil liquefaction analysis", *In Proceedings of the Sixteenth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Osaka, Japan (September 2005).
22. Kondner, R.L. and Zelasko, J.S. "A hyperbolic stress-strain formulation of sands", *Proc. 2nd Pan Am. Conf. on Soil Mech. and Found. Engrg.*, Brazilian Association of Soil Mechanics, Silo Paulo, Brazil, pp. 289-324 (1963).
23. Hashash, Y.M.A. and Park, D. "Non-linear one-dimensional seismic ground motion propagation in the Mississippi embayment", *Eng. Geology, Amsterdam*, **62**(1-3), pp. 185-206 (October 2001).
24. Hashash, Y.M.A. and Park, D. "Viscous damping formulation and high frequency motion propagation in nonlinear site response analysis", *Soil Dynamics and Earthquake Engrg.*, **22**(7), pp. 611-624 (2002).
25. Lee, M.K.W. and Finn, W.D.L., *DESRA-2: Dynamic Effective Stress Response Analysis of Soil Deposits with Energy Transmitting Boundary Including Assessment of Liquefaction Potentia*, Soil Mechanics Series 36, Dept. of Civil Eng., Univ. of British Columbia, Vancouver, Canada, 60 p. (1978).
26. Vucetic, M. and Dobry, R., *Pore Pressure Buildup and Liquefaction at Level Sandy Sites During Earthquakes*, Research report CE-86-3, Dept. Civil Eng., Rensselaer Polytechnic Institute, New York (1986).
27. Matasovic, N. "D-MOD\_2 – A computer program for seismic response analysis of horizontally layered soil deposits, earthfill dams, and solid waste landfills", User's Manual, GeoMotions, LLC, Lacey, Washington, 20 p. (plus Appendices) (2006).
28. McKenna, F. and Fenves, G.L. "The openSees command language manual, version 1.2.", Pacific Earthquake Engrg. Research Center, Univ. of Calif., Berkeley (2001).
29. Li, X.S., Wangand, Z.L. and Shen, C.K. "SUMDES: A nonlinear procedure for response analysis of horizontally-layered sites subjected to multi-directional earthquake loading", Dept. of Civil Eng., Univ. of Calif., Davis (1992).
30. Pyke, R.M., *TESS: A Computer Program for Nonlinear Ground Response Analyses*, TAGA Engineering Systems & Software, Lafayette, Calif. (2000).
31. Matasovic, N. and Vucetic, M., *Seismic Response of Horizontally Layered Soil Deposits*, Report No. ENG. 93-182, School of Engineering and Applied Science, University of California, Los Angeles (1993b).
32. Gerolymos, N. and Gazetas, G. "Constitutive model for 1-D cyclic soil behaviour applied to seismic analysis of layered deposits", *Soils and Foundation*, **45**(3), pp. 147-159 (2005).
33. Bouc, R. "Modelle mathematique d'hysteresis", *Acustica*, **21**, pp. 16-25 (1971).
34. Wen, L.-K. "Method for random vibration of hysteretic systems", *J. Engrg. mech., ASCE*, **102**(2), pp. 249-263 (1976).
35. Darendeli, M. "Development of a new family of normalized modulus reduction and material damping curves", Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Eng., Univ. of Texas, Austin (2001).
36. Phillips, C. and Hashash, Y.M. "Damping formulation for nonlinear 1D site response analyses", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **29**(7), pp. 1143-1158 (2009).
37. Ishihara, K., Lysmer, J., Yasuda, S. and Hirao, H. "Prediction of liquefaction in sand deposits during earthquakes", *Soils and Foundations*, **16**(1), pp. 1-16 (1976).
38. Dobry, R., Pierce, W.G., Dyvik, R., Thomas, G.E. and Ladd, R.S., *Pore Pressure Model for Cyclic Straining of Sand*, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York (1985a).
39. Youd, T. L. "Compaction of sands by repeated shear straining", *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, American Society of Civil Engineers*, **98**(7), pp. 709-725 (1972).
40. Dobry, R., Vasquez-Herrera, A., Mohamad, R. and Vucetic, M. "Liquefaction flow failure of silty sand by torsional cyclic tests", *Advances in the Art of Testing Soils Under Cyclic Conditions*, Detroit, MI, pp. 29-50 (1985b).
41. Green, R.A., Mitchell, J.K. and Polito, C.P. "An energy-based excess pore pressure generation model for cohesionless soils", *Proceedings of the John Booker Memorial Symposium-Developments in Theoretical Geomechanics*, Publisher: A.A. Balkema, Rotterdam, Editors: D.W. Smith, J.P. Carter, pp. 383-390 (2000).
42. Seed, H.B., Martin, P.P. and Lysmer, J., *The Generation and Dissipation of Pore Water Pressure During Soil Liquefaction*, EERC 75-26, University of California, Berkeley (1975).
43. Kokusho, T. "Cyclic triaxial test of dynamic soil properties for wide strain range", *Soils and Foundations*, **20**(2), pp. 45-60 (1980).
44. Chilarige, A.V., Robertson, P.K., Morgenstern, N.R. and Christian, H.A. "Evaluation of the in situ state of Fraser river sand", *Canadian Geotechnical Journal*, **34**(4), pp. 510-519 (1997).
45. Chiari, G., Koseki, J. and Nalin De Silva, L.I. "A density- and stress-dependent elasto-plastic model for sands subjected to monotonic undrained torsional shear loading", *Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA*, **44**(2), pp. 18-26 (June 2013).
46. Sivathayalan, S. "Static, cyclic and post liquefaction simple shear response of sands", Ms. Thesis, The University of British Columbia, Vancouver (1994).
47. Sriskandakumar, S. "Cyclic loading response of Fraser river sand for numerical models simulating centrifuge tests", Ms. Thesis, Civil Eng. Dept., University of British Columbia, Vancouver, B.C. (2004).