

# بررسی ارتعاشات ناشی از بارهای قائم زلزله و حرکت اجرام روی سازه‌ی پل و کاربرد میراگرهای لوله‌ی غیرفعال در آن

علی نیکخو (دانشیار)

اردلان یوهانی اسکندری\* (دانشجوی دکتری)  
دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه علم و فرهنگ

فیاض رحیم‌زاده رفوئی (استاد)  
دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

مهندسی عمران شریف، بهار ۱۳۹۶ (۳۵-۳۳ شماره ۱/۲، ص. ۳۵-۴۳)

علی‌رغم اینکه در پل‌ها و تیرهای موازی آن، طراحی براساس مؤلفه‌ی افقی تحریک لرزه‌ی صورت می‌گیرد و از مؤلفه‌ی قائم آن صرف‌نظر می‌شود، شواهدی در دست است که برخی از مدهای شکست در رابطه‌ی مستقیم با مؤلفه‌ی قائم زمین‌لرزه هستند. اگرچه به‌طور کلی مؤلفه‌ی قائم در مقایسه با مؤلفه‌ی افقی زلزله، قدرت کمتری دارد؛ ولی تأثیر بیشتر آن در حوزه‌ی بسامدی به خصوصی واقع است که می‌تواند برای سازه‌هایی با بسامد طبیعی در این حوزه‌ها بسیار مخرب باشد. در این پژوهش، علاوه بر بررسی اثر مؤلفه‌ی قائم تحریک لرزه‌ی در سازه‌ی پل، به بیان تأثیر توأم این نیرو با بارهای به‌صورت اجرام محرک و لزوم دزنظرگرفتن این آثار در طراحی پل‌ها و همچنین توجه به کاهش این‌گونه آثار از طرق مختلف پرداخته شده است. در ادامه، با استفاده از یک سیستم میراگر غیرفعال، سعی بر کاهش اثرات ذکرشده و کاربرد آن‌ها در سازه‌ی پل شده است. در نهایت، با بررسی و مقایسه‌ی نتایج، اقدام به کاهش مقاطع این‌گونه سازه‌ها با حضور میراگرها در جهت صرفه‌ی هر چه بیشتر اقتصادی شده است.

واژگان کلیدی: سازه‌ی پل، مؤلفه‌ی قائم نیروی لرزه‌ی، جرم متحرک، میراگر غیرفعال، کاهش پاسخ.

## ۱. مقدمه

در بررسی و آنالیز حرکت‌های متغیر بر روی تیرها، کارهای بسیاری در دو بخش بارهای عبوری و نیز اجرام عبوری صورت گرفته شده است. همچنین در بررسی اثر توأم نیروهای زلزله و اجرام عبوری روی پل‌های معلق و چنددانه و نیز نحوه‌ی محاسبه‌ی نیروی قائم زلزله مطالعاتی صورت گرفته است. برای مثال، در مورد نتایج بارهای عبوری روی تیرها و نیز در مورد حرکت اجرام عبوری روی تیر اولر - برنولی مطالعاتی انجام شده است.<sup>[۱]</sup> همچنین در مورد حل‌های عددی معادله‌ی ناشی از حرکت اجرام روی تیرهای اولر - برنولی و تیموشنکو پژوهش‌هایی صورت گرفته است.<sup>[۲]</sup> درخصوص طیف پاسخ سیستم‌های وابسته به زمان، مانند تیرهای تحت تأثیر اجرام عبوری و تحریک پایه‌ی مؤلفه‌ی افقی زلزله نیز مطالعاتی صورت گرفته و نتایج به‌دست‌آمده با ارائه‌ی مقادیر بحرانی اجرام عبوری و طیف پاسخ سه‌بعدی برای تحریک پایه‌ی مختلفی در تیرهای با بسامدهای طبیعی مختلف گزارش شده است.<sup>[۳]</sup>

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۱/۲۵، اصلاحیه ۱۳۹۴/۵/۳۰، پذیرش ۱۳۹۴/۷/۲۶.

در بخش دیگر، در زمینه‌ی نیروهای قائم زلزله و اثر آن در تیرهای چنددانه‌ی پل‌ها، روی پل‌های معلق پژوهش‌هایی صورت گرفته است.<sup>[۴]</sup> همچنین در مورد رفتار دینامیکی پل‌های معلق تحت بارهای عبوری و بارهای لرزه‌ی افقی و قائم و خط تأثیر دینامیکی آن‌ها مطالعاتی صورت گرفته است.<sup>[۵]</sup> در بررسی اثر مؤلفه‌ی قائم زلزله روی پل‌ها و نیز روش‌های متفاوت، و با به دست آوردن روشی ساده برای محاسبه‌ی نیروهای قائم زلزله در پل‌ها با استفاده از طیف‌های آیین‌نامه‌ی، روش مذکور برای کاربرد در آیین‌نامه‌های رایج پیشنهاد شده است.<sup>[۶]</sup> در زمینه‌ی میراگرهای لوله‌ی، در دو بخش به بررسی رفتار آزمایشگاهی این میراگرها و انطباق نتایج حاصل با معادلات و نمودارهای ارائه‌شده و همچنین تأثیر پارامترهای متفاوت در رفتار آن‌ها پرداخته شده است.<sup>[۷]</sup>

در بخش دیگری نیز از آن‌ها در پل‌های با تیرهای اصلی و فرعی تحت بارگذاری لرزه‌ی افقی استفاده و نتایج حاصل با استفاده از مدل‌سازی و تحلیل تاریخی‌ی زمانی دینامیکی توصیف شده است. در پژوهش دیگری نیز با کاربرد قطعات پیروالکترونیک در تیرهای اولر - برنولی با عملکرد محرک، تحت بارگذاری اجرام

## ۱.۲. فرمول‌بندی مسئله

در این مطالعه، با فرض یک تیر اولر - برنولی، معادلات با شرایط حاکم بر مسئله بررسی شده‌اند. در معادلات ۱ و ۲، پارامتر جابه‌جایی  $Z$  در تیرها با یک جداسازی متغیرها به صورت  $\sum_{i=1}^P \phi_i(x) A_i(t)$  بیان می‌شود که  $P$  برابر با تعداد مودهای در نظر گرفته شده در حل سیستم‌های ارتعاش پیوسته است. تابع شکل نیز به صورت  $\phi_P(x) = \sin P\pi x/L$  در نظر گرفته می‌شود، که برای تیرهای دو سر ساده کاملاً منطبق بر واقعیت است.  $L$  معرف طول تیر و  $A_i(t)$  نیز بیان‌گر دامنه‌ی حرکت وابسته به زمان است:

$$(\rho A) \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \right) + (EI) \left( \frac{\partial^4 Z}{\partial x^4} \right) = f(x, t) \quad (1)$$

که در آن،  $(\rho A)$  و  $(EI)$  به ترتیب معرف جرم واحد طول و سختی تیر هستند. هنگام استفاده از میراگرهای لوله‌یی، در محل آن‌ها فنر و میراگری با سختی و میرایی مرتبط با لوله‌ی مورد استفاده، به صورت قید در معادلات وارد می‌شود (شکل ۱).  $K$  و  $C$  به ترتیب معرف سختی و میرایی لوله‌ها و  $x_s$  محل مورد استفاده‌ی آن است.  $r$  نیز بیان‌گر تعداد محل‌های میراگرهای لوله‌یی مورد استفاده است.

$$(\rho A) \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} \right) + (EI) \left( \frac{\partial^4 Z}{\partial x^4} \right) + K \sum_{s=1}^r z((x = x_s), t) \delta(x - x_s) + C \sum_{s=1}^r \dot{z}((x = x_s), t) \delta(x - x_s) = f(x, t) \quad (2)$$

با در نظر گرفتن نیروهای خارجی به صورت اجرام محرک و تحریک تکیه‌گاهی ناشی از زلزله‌ی قائم،  $f(x, t)$  از رابطه‌ی ۳ به دست می‌آید:

$$f(x, t) = M \left( g - \frac{d^2 Z_s(t)}{dt^2} \right) \delta(x - vt) + (-m\ddot{u}_g) \quad (3)$$

اگر جرم با سرعت ثابت  $v$  حرکت کند،  $x = vt$ ؛ بنابراین  $f(x, t)$  از رابطه‌ی ۴ به دست می‌آید:

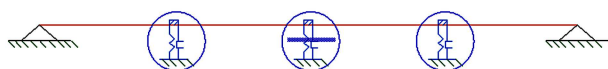
$$f(x, t) = M \left( g - \frac{d^2 Z(vt, t)}{dt^2} \right) \delta(x - vt) + (-m\ddot{u}_g) \quad (4)$$

با مشتق‌گیری زنجیره‌یی نیز  $f(x, t)$  از رابطه‌ی ۵ به دست می‌آید:

$$f(x, t) = M \left( g - \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} - 2v \frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial t} - v^2 \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \right)_{x=vt} \delta(x - vt) + (-m\ddot{u}_g) \quad (5)$$

همچنین با جایگذاری  $Z$  در معادله‌ی به دست آمده،  $f(x, t)$  از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید:

$$f(x, t) = M \left( g - \left( \sum_{i=1}^P [\phi_i(x) \frac{\partial^2 A_i(t)}{\partial t^2} + 2v \phi_i'(x) \frac{dA_i(t)}{dt} + v^2 \phi_i''(x) A_i(t)]_{x=vt} \right) \delta(x - vt) + (-m\ddot{u}_g) \right) \quad (6)$$



شکل ۱. استفاده از میراگرهای لوله‌یی در طول تیر.

عبوری به بررسی کاهش پاسخ‌ها با استفاده از الگوریتم‌های کنترل بهینه پرداخته شده است.<sup>[۱۰]</sup> همچنین در کتاب‌ها و آیین‌نامه‌های منتشرشده از نتایج پژوهش‌ها در این زمینه‌ها استفاده شده است. در کتاب منتشرشده‌ی در این زمینه نیز به بررسی معادلات متفاوت بارهای عبوری و حل‌های بسته‌ی این معادلات پرداخته شده است.<sup>[۱۱]</sup>

در آیین‌نامه‌های آمریکایی و کانادایی،<sup>[۱۲،۱۳]</sup> و همچنین در آیین‌نامه‌ی اروپا،<sup>[۱۴]</sup> از دستورات عمل‌هایی برای تحصیل طیف طراحی قائم زلزله از طیف‌های افقی موجود استفاده شده است. محاسبه‌ی اثر حرکت قائم زلزله در آیین‌نامه‌ی اروپا،<sup>[۱۴]</sup> زمانی که بل در فاصله‌ی کمتر از ۵ کیلومتر از محل یک گسل لرزه‌زای فعال و یا در یک ناحیه با لرزه‌خیزی بالا قرار می‌گیرد، را مدنظر قرار داده است. به شتاب در جهت عمودی و قائم، مؤلفه‌ی قائم زلزله گفته می‌شود که اثر آن‌ها در طراحی سازه‌ها در وهله‌ی دوم قرار می‌گیرد. محاسبه‌ی این واکنش‌ها به صورت قابل‌ملاحظه‌ی در آیین‌نامه‌ها رایج نیست. مثلاً در آیین‌نامه‌ی طراحی پل‌های بزرگراه‌های کانادا،<sup>[۱۳]</sup> محاسبه‌ی حرکت قائم زمین‌لرزه با استفاده از یک روش ساده از طریق افزایش و کاهش کنش بارهای مرده در ترکیب بارها، صرف‌نظر از بزرگای زمین‌لرزه، فاصله تا گسل و شرایط خاک محل بیان شده است. در آیین‌نامه‌ی طراحی لرزه‌یی پل‌های کالیفرنیا،<sup>[۱۵،۱۶]</sup> این اثر فقط شامل یک معادله‌ی استاتیکی بار قائم در زمانی است که PGA<sup>۱</sup> سایت  $g/6$  و یا بزرگ‌تر باشد. در تحلیل دینامیکی تیرهای تحت تأثیر بارها و اجرام عبوری و نیز تحریک پایه‌یی زلزله‌ی افقی، با استفاده‌ی مستقیم از شتاب زمین‌لرزه، معادلات گسترش یافته و نتایج ارائه شده است.<sup>[۱۶]</sup>

از مطالعات پیشین می‌توان کارها را به چند بخش تقسیم کرد. پژوهش در رابطه با بارها و اجرام عبوری روی تیرها، بررسی تیرها تحت بارگذاری مؤلفه‌های زلزله، پژوهش در خصوص تیرهای تحت تأثیر اجرام عبوری و مؤلفه‌ی افقی زلزله، و در نهایت، مطالعه‌ی پل‌های معلق تحت بارگذاری بارهای عبوری و زلزله‌ی قائم و افقی. همان‌طور که مشخص است، بررسی و مطالعه‌ی تیرهای پل‌های تحت عبور اجرام و نیز زلزله‌ی قائم به‌طور هم‌زمان نادیده گرفته شده است. در این نوشتار، علاوه بر بررسی تیرهای سازه‌ی پل تحت اثر بارگذاری مذکور، با جایگذاری میراگرهای لوله‌یی در تیرها و وارد کردن اثر آن‌ها به صورت قیده‌ی مشخص در معادلات، نسبت به بررسی و کاهش ارتعاشات ناشی از اعمال هم‌زمان بارهای اجرام محرک و مؤلفه‌ی قائم زلزله پرداخته شده است.

## ۲. تعریف مسئله

در پل‌های معمول چنددهانه که شامل چند تیر موازی است و ستون‌ها نقش تکیه‌گاه را برای این تیرها ایجاد می‌کنند و نیز عرشه‌ی پل که بر روی این تیرها استوار است، طراحی براساس آنالیز بیشینه‌ی نیروهای وارد شده‌ی بارهای استاتیکی و دینامیکی (بارهای عبوری و نیز بارهای لرزیمی) است. در این میان هدف از طراحی، از یک سو ارضاء مقاومت و سختی و شکل‌پذیری اعضاء تیرهای سازه‌یی براساس روش طراحی و از سوی دیگر، کنترل خیزها و جابه‌جایی‌های بیشینه است، که البته این دو مورد وابسته به یکدیگر نیز هستند. چرا که هر چقدر نیروی بیشتری به اعضا منتقل شود، جابه‌جایی بیشتری را نیز در پی خواهد داشت. لزوم استفاده از یک میراگر برای کاهش پاسخ (نیرو و جابه‌جایی) ناشی از اثر توأم بارهای قائم زلزله و حرکت اجرام روی تیرهای پل را بیان می‌کند. در این نوشتار با استفاده از یک سیستم میراگر لوله‌یی، به بررسی کاهش ارتعاشات در این سازه پرداخته شده است.

بنابراین معادله ی ماتریسی ۱۰ به دست می آید:

$$[F] = [M]\ddot{A} + [C]\dot{A} + [K]A \quad (۱۰)$$

که در آن  $[M]$ ،  $[C]$ ،  $[K]$  و  $[F]$  از روابط ۱۱ الی ۱۴ به دست می آیند:

$$[M] = \rho A \delta_{ij} + M \phi_i(vt) \phi_j(vt) H(L - x_{Mm}) \quad (۱۱)$$

$$[C] = C \sum_{s=1}^r \phi_i(x_s) \phi_j(x_s) + 2Mv \phi_i'(vt) \phi_j(vt) H(L - x_{Mm}) \quad (۱۲)$$

$$[K] = EI \int_0^l \phi_i^{IV}(x) \phi_j(x) dx + K \sum_{s=1}^r \phi_i(x_s) \phi_j(x_s) + Mv^2 \phi_i''(vt) \phi_j(vt) H(L - x_{Mm}) \quad (۱۳)$$

$$[F] = Mg \phi_i(vt) H(L - x_{Mm}) + (-m\ddot{u}_g) \int_0^l \phi_i(x) dx \quad (۱۴)$$

تابع  $H(x)$  برای در نظر گرفتن اثر حرکت زمانی جرم محرک روی تیر است و به صورت رابطه ی ۱۵ بیان می شود:

$$H(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{v} & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad (۱۵)$$

شکل متعامد تابع شکل به صورت  $\phi_P(x) = \sqrt{\frac{y}{L}} \sin P\pi x/L$  است و در این پژوهش تعداد ۳ مود اول در محاسبات در نظر گرفته شده است.

ماتریس سختی تیر به صورت یک ماتریس قطری  $P \times P$  (در اینجا با در نظر گرفتن ۳ مود،  $3 \times 3$ ) است. همچنین با توجه به رابطه ی هوک، بیشینه ی نیروی وارد شده به تیر مربوط به بیشینه ی جابه جایی در وسط دهانه ی تیر است؛ به همین منظور برای به دست آوردن بیشینه ی نیروی اعمالی به تیر رابطه ی ۱۶ حاصل می شود:

$$F_{\max} = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{33} \end{bmatrix} \times \delta_{\max} \quad (۱۶)$$

با استفاده از ترکیب مودها با یکدیگر با روش آماری جذر مجموع مربعات یا روش SRSS، بیشینه ی نیروی وارد به تیر به دست می آید (روابط ۱۷ الی ۱۹):

$$F_{1\max} = \delta_{\max} \times K_{11} \quad (۱۷)$$

$$F_{2\max} = \delta_{\max} \times K_{22} \quad (۱۸)$$

$$F_{3\max} = \delta_{\max} \times K_{33} \quad (۱۹)$$

بنابراین رابطه ی ۲۰ را خواهیم داشت:

$$F_{\max, total} = \sqrt{F_{1\max}^2 + F_{2\max}^2 + F_{3\max}^2} \quad (۲۰)$$

در معادلات ارائه شده،  $M$  بیانگر جرم محرک روی تیر،  $g$  شتاب ثقل،  $m$  جرم واحد تیر و  $\ddot{u}_g$  شتاب قائم ناشی از حرکت زمین در هر زمان است. همچنین با جایگذاری  $Z$  در معادله ی ۲:

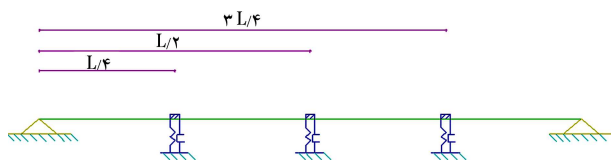
$$(\rho A) \sum_{i=1}^P (\phi_i(x) \ddot{A}_i(t)) + (EI) \sum_{i=1}^P (\phi_i^{IV}(x) A_i(t)) + K \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^P (\phi_i(x_s) A_i(t)) \delta(x - x_s) + C \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^P (\phi_i(x_s) \dot{A}_i(t)) \delta(x - x_s) = f(x, t) \quad (۷)$$

و با ضرب طرفین معادله در  $\phi_m(x)$  و انتگرال گیری روی طول دهانه ی تیر رابطه ۸ را خواهیم داشت:

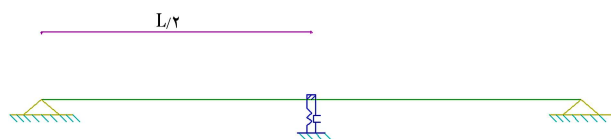
$$(\rho A) \int_0^l \phi_m(x) \sum_{i=1}^P (\phi_i(x) \ddot{A}_i(t)) dx + (EI) \int_0^l \phi_m(x) \sum_{i=1}^P (\phi_i^{IV}(x) A_i(t)) dx + K \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^P (\phi_i(x_s) A_i(t)) \int_0^l \phi_m(x) \delta(x - x_s) dx + C \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^P (\phi_i(x_s) \dot{A}_i(t)) \int_0^l \phi_m(x) \delta(x - x_s) dx = M(g - \sum_{i=1}^P [\phi_i(x) \frac{\partial^4 A_i(t)}{\partial t^4} + 2v \phi_i'(x) \frac{dA_i(t)}{dt}] + v^2 \phi''(x) A_i(t)) \int_0^l \phi_m(x) \delta(x - vt) dx + \int_0^l (-m\ddot{u}_g) \phi_m(x) dx \quad (۸)$$

با توجه به تعامد مودها،  $\int_0^l \phi_i^2(x) dx = 1$ ، رابطه ی ۹ را خواهیم داشت:

$$(\rho A \delta_{ij}) \ddot{A}_i(t) + EI \int_0^l \sum_{i=1}^P (\phi_i^{IV}(x) A_i(t)) \phi_j(x) dx + K \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^P (\phi_i(x_s) A_i(t)) \phi_j(x_s) + C \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^P (\phi_i(x_s) \dot{A}_i(t)) \phi_j(x_s) = M(g - \sum_{i=1}^P [\phi_i(x) \frac{\partial^4 A_i(t)}{\partial t^4} + 2v \phi_i'(x) \frac{dA_i(t)}{dt}] + v^2 \phi''(x) A_i(t)) \phi_j(vt) + (-m\ddot{u}_g) \int_0^l \phi_i(x) dx \quad (۹)$$



شکل ۲. نحوه آرایش میراگرهای سه تایی در طول تیر.



شکل ۳. نحوه آرایش میراگر واحد در میانه تیر.

در تحلیل تیرهای سازه‌ی پل، که در آن‌ها از میراگرهای لوله‌یی برای کاهش پاسخ استفاده شده است، توجه به این نکته ضروری است که اگر چه در هر مرحله‌ی بارگذاری ممکن است میراگر لوله‌یی وارد فاز خمیری شود، ولی هرگز خود تیر وارد این فاز نمی‌شود و همیشه در محدوده‌ی کشسان واقع است.<sup>[۹]</sup> لوله‌ی مورد استفاده در این مطالعه، به ضخامت ۵ میلی‌متر و قطر داخلی ۱۱۴ میلی‌متر است. نحوه و جزئیات اتصال لوله‌ها به تیر در محل‌های موردنظر در شکل ۴ ارائه شده است.

معادلات حاکم بر لوله‌ها براساس آزمایش‌های صورت‌گرفته، عبارت از روابط ۲۵ الی ۲۷ هستند:<sup>[۸]</sup>

$$F_y = 0.70088 \times l \quad (25)$$

$$K_s = 0.70034 \times l \quad (26)$$

$$K_p = 0.705K_s \quad (27)$$

که در آن‌ها،  $l$  طول لوله برحسب میلی‌متر،  $F_y$  نیروی جاری شدن لوله یا مقاومت تسلیم آن برحسب کیلونیوتن،  $K_s$  سختی کشسان و  $K_p$  سختی خمیری مدل دوحطی برحسب KN/mm هستند. همچنین جابه‌جایی تسلیم لوله نیز برابر ۲/۶ میلی‌متر و  $\xi$  نیز بیانگر نسبت میرایی است (رابطه‌ی ۲۸):

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_S} \quad (28)$$

که در آن،  $E_D$  برابر سطح زیر منحنی هیستریزیس بار- جابه‌جایی برای یک چرخه‌ی کامل است، که بیانگر کل انرژی جذب‌شده توسط میراگر و همچنین  $E_S$  برابر انرژی کرنش کشسان است. برای لوله‌ی مورد استفاده در این نوشتار، مقدار  $\xi$  از رابطه‌ی ۲۹ به دست می‌آید:<sup>[۸]</sup>

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \frac{173}{34} = 0.4\% \quad (29)$$

در نتیجه مقدار  $C$  از روابط ۳۰ الی ۳۲ به دست می‌آید:

$$C = 2m\omega\xi \quad (30)$$

$$C = 2m\sqrt{\frac{K}{m}}\xi \quad (31)$$

$$C = 2\sqrt{mK}\xi \quad (32)$$

جرم لوله نیز برحسب کیلوگرم از رابطه‌ی ۳۳ به دست می‌آید:

$$m = 7850 \times 0.7005 \times 2\pi \times \left(\frac{0.114}{2}\right) \times l \quad (33)$$

## ۲.۲. حل معادلات دیفرانسیل در حوزه‌ی زمان

برای حل معادلات به دست آمده، از روش‌های عددی گام‌به‌گام زمانی استفاده می‌شود. بدین منظور با انتقال معادلات به فضای حالت،<sup>[۱۰]</sup> و حل آن‌ها با  $\Delta t$  مفروض نتایج به دست می‌آیند. اگر معادله‌ی اصلی به صورت رابطه‌ی ۲۱ باشد:<sup>[۱۱]</sup>

$$\overline{M}(t)\ddot{A}(t) + \overline{C}(t)\dot{A}(t) + \overline{K}(t)A(t) = F(t) \quad (21)$$

$$A(t_0) = Q_0, \quad \dot{A}(t_0) = Q_1$$

که در آن،  $A(t)$  دامنه‌ی تیر است که در آن  $Q_0$  و  $Q_1$  شرایط اولیه‌ی معادله هستند؛ نمایش فضای حالت معادله‌ی اصلی به صورت رابطه‌ی ۲۲ خواهد بود:

$$\dot{X}(t) = \overline{A}(t)X(t) + \overline{E}(t) \quad (22)$$

که در آن،  $X(t)$ ،  $\overline{A}(t)$  و  $\overline{E}(t)$  از مجموعه روابط ۲۳ به دست می‌آیند:

$$X(t) = \begin{bmatrix} A(t) \\ \dot{A}(t) \end{bmatrix}_{2p \times 1}$$

$$\overline{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\overline{M}^{-1}\overline{K} & -\overline{M}^{-1}\overline{C} \end{bmatrix}_{2p \times 2p}$$

$$\overline{E}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\overline{M}^{-1}E \end{bmatrix}_{2p \times 1} \quad (23)$$

حل تقریبی معادله‌های ۲۳ به صورت روابط ۲۴ خواهد بود:

$$\overline{A}_1(t_k) \cong e^{\overline{A}(t_k)\Delta t_k}$$

$$\overline{E}_1(t_k) \cong [\overline{A}_1(t_k) - I]\overline{A}^{-1}(t_k)\overline{E}(t_k) \quad (24)$$

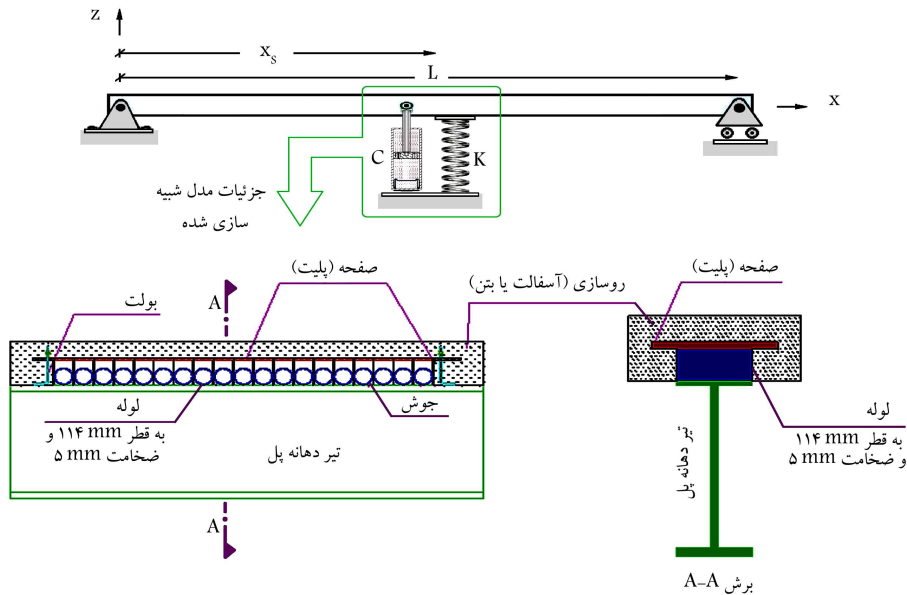
حل معادلات با استفاده از نرم‌افزار MATLAB صورت گرفته است.

## ۳. میراگر لوله‌یی و جایگذاری روی پل

با توجه به اینکه عملکرد میراگرهای لوله‌یی در طول تیر، به عنوان یک فنر و میراگر با سختی و میرایی متناسب با مجموع لوله‌ها در محل اثر آن‌ها لحاظ شده است؛ در نتیجه لوله‌های مورد استفاده، در طولی به میزان بیشینه‌ی معادل ۱۰٪ دهانه‌ی تیر در یک محل مشخص در نظر گرفته شوند تا فرض اولیه‌ی مسئله استوار بماند. همچنین در رابطه با محل قرارگیری لوله‌ها، با توجه به اینکه استفاده از میراگرهای لوله‌یی به منظور کاهش پاسخ جابه‌جایی و به تبع آن نیروی طراحی است، با در نظر گرفتن بیشینه‌ی جابه‌جایی تیر، میانه‌ی دهانه‌ی تیر بهترین مکان برای به‌کارگیری این میراگرهاست. علاوه بر این، آرایش دیگری متناسب با جابه‌جایی تیر برای مقایسه با حالت اولیه انتخاب شده است، تا اهمیت انتخاب محل به‌کارگیری نیز مشخص شود. به این منظور:

الف) لوله‌ها در ۳ نقطه‌ی میانی، ۱/۳ دهانه و ۲/۳ دهانه به صورت طول برابر (جمع آن‌ها معادل ۱۰٪ طول دهانه) مورد استفاده قرار گرفته‌اند. نحوه‌ی قرارگیری میراگرها در شکل ۲ نشان داده شده است.

ب) همان‌طور که در شکل ۳ نمایش داده شده است؛ لوله‌ها به صورت یک‌جا در نقطه‌ی میانی دهانه‌ی تیر کار گذاشته شده‌اند.



شکل ۴. جزئیات اتصال لوله‌ها به تیر در محل مورد نظر.

۳. زلزله‌ی لوماپریتا<sup>۷</sup> - (کورالیوس)<sup>۸</sup>:  $PGA = 0,455 g$

۴. زلزله‌ی طیس<sup>۹</sup> - (طیس)<sup>۱۰</sup>:  $PGA = 0,688 g$

تاریخچه‌های شتاب زلزله‌های مورد استفاده نیز در شکل ۶ ارائه شده است. طول تیر مورد نظر ۶ متر است. جابه‌جایی در وسط دهانه‌ی تیر (بیشترین جابه‌جایی) بدون استفاده از میراگرهای لوله‌یی و نیز با استفاده از آن‌ها در ۲ حالت سه‌تایی و تک در طول ۲۵ ثانیه‌ی اول، در ۲ حالت محاسبه شده است:

الف) تیر سخت: در تیرهای سخت، که منظور همان تیرهای طراحی شده با  $100\%$  نیروهای دینامیکی وارد شده است؛ سختی  $EI$  و جرم واحد تیر  $\bar{m}$  مطابق رابطه‌ی ۳۴ است:<sup>[۷]</sup>

$$EI = 3,467 \times 10^{11} \text{ N.m}^2$$

$$\bar{m} = 2956 \text{ Kg/m} \quad (34)$$

ب) تیر منعطف: تیرهای منعطف، که منظور تیرهای با مقاطع کوچک‌تر و سختی کمتر است، یعنی تیرهایی که از ابتدا با در نظر گرفتن حضور میراگر و کاهش نیروهای دینامیکی وارد طراحی شده‌اند؛ بنابراین ضریبی مابین  $0,5$  تا  $1$  از تیر سخت است، که با سعی و خطا معادل  $70\%$  مقطع تیر سخت انتخاب شده است (رابطه‌ی ۳۵):

$$EI = 3,467 \times 10^{11} \times 0,7 = 2,427 \times 10^{11} \text{ N/m}$$

$$\bar{m} = 2956 \times 0,7 = 2069,2 \text{ Kg/m} \quad (35)$$

نتایج به دو گروه تیرهای سخت و منعطف تقسیم‌بندی می‌شوند. شکل ۷، تاریخچه‌ی زمانی جابه‌جایی در وسط دهانه را برای تیرهای سخت نشان داده است، که نمودارها برای هر کدام از زلزله‌ها، نتایج را به صورت عدم استفاده از میراگرها، کاربرد سه‌تایی آن‌ها و آرایش واحد نمایش داده است. جدول ۱، نیز شامل نتیجه‌ی بیشینه‌ی جابه‌جایی، بیشینه‌ی نیرو، و نیز میزان تغییر هر کدام به ازاء استفاده از میراگرهای

که در آن،  $l$  طول لوله برحسب متر است، و نهایتاً  $m$  برحسب کیلوگرم محاسبه می‌شود. میرایی لوله  $(C)$  نیز تابعی از طول و سختی لوله است، که سختی نیز خود تابعی از طول لوله است. لازم به توضیح است که روابط فوق براساس نوع آزمایش‌ها و تحلیل‌ها بیانگر مقاومت برشی لوله است، که از آن‌ها در این مطالعه در جهت اطمینان به جای مقاومت خمشی لوله‌ها استفاده شده است. بدیهی است که مقاومت خمشی لوله‌ی فلزی بیشتر از مقاومت برشی آن است.

#### ۴. مثال عددی

یکی از تیرهای یک پل معمولی عبور از رودخانه در نظر گرفته شده است. یک گروه از اجرام که هر کدام جرمی معادل  $50000$  کیلوگرم دارند، با سرعت ثابت  $30$  متر بر ثانیه از روی پل عبور می‌کنند. فاصله‌ی زمانی حرکت اجرام به‌گونه‌ی است که با قرارگرفتن هر کدام از آن‌ها در میانه‌ی پل، جرم بعدی وارد دهانه‌ی پل می‌شود (شکل ۵). این ترتیب حرکت آن‌ها به مدت  $16$  ثانیه از ورود اولین جرم به دهانه‌ی پل به طول می‌انجامد و شرایط اولیه‌ی تیر، سکون کامل است.

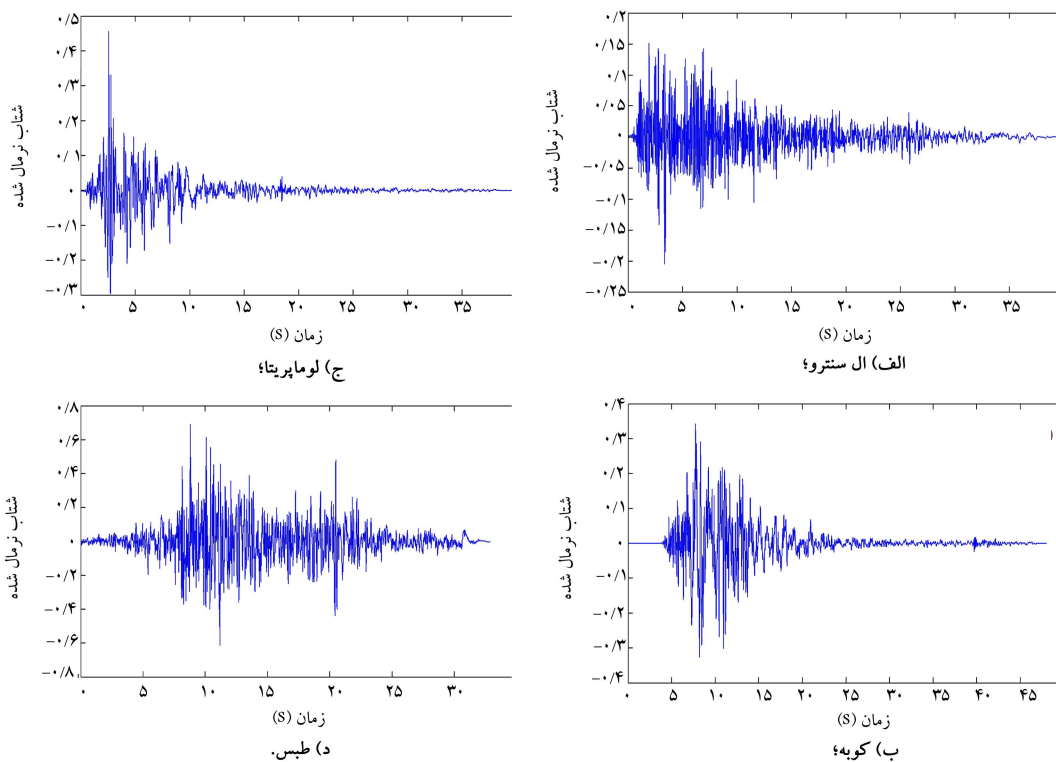
تحریک قائم لرزه‌یی نیز براساس تنوع در محتوای بسامدی و  $PGA$  و شدت آن‌ها از محدوده‌ی زلزله‌های اساس طراحی  $(DBE)$ <sup>۱۱</sup> تا بیشترین زلزله‌ی بحرانی  $(MCE)$ <sup>۱۲</sup> برای یک سایت، به تکیه‌گاه‌ها اثر می‌کند. این زلزله‌ها به ترتیب سطوح مختلف عبارت‌اند از:

۱. زلزله‌ی امپریال ولی<sup>۱۳</sup> - (ال سنتر)<sup>۱۴</sup>:  $PGA = 0,205 g$

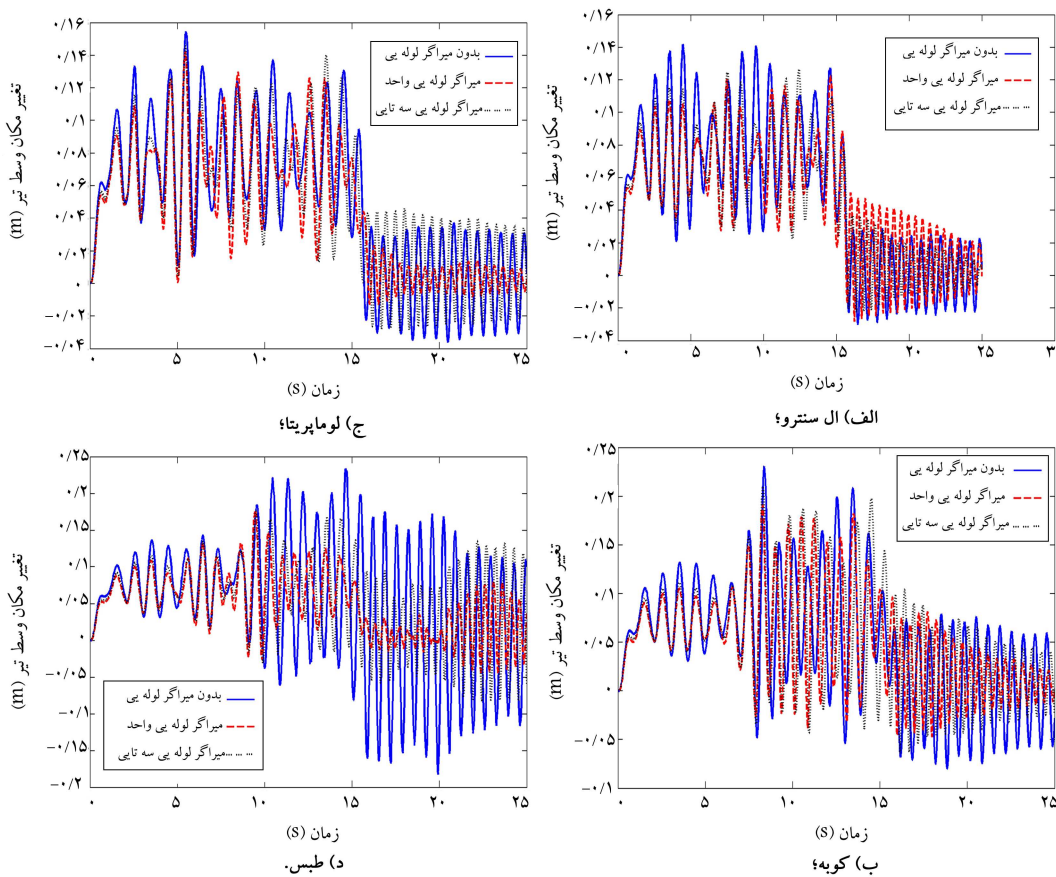
۲. زلزله‌ی کوبه<sup>۱۵</sup> -  $KJMA$  (۱۹۹۵):  $PGA = 0,343 g$



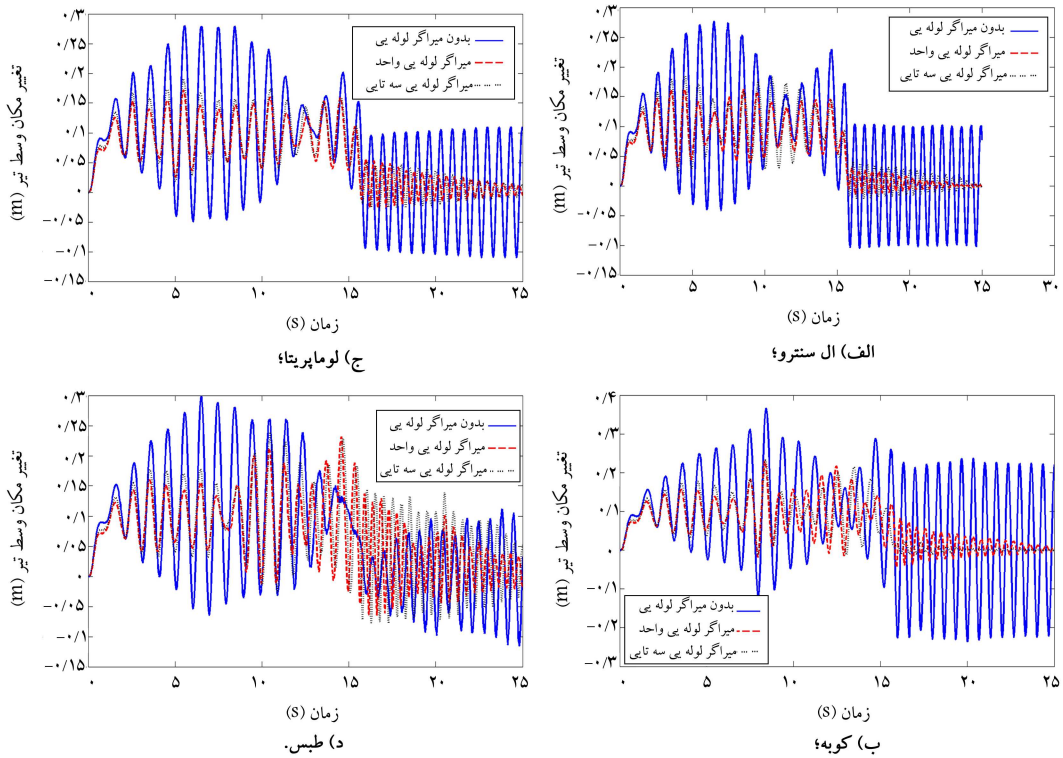
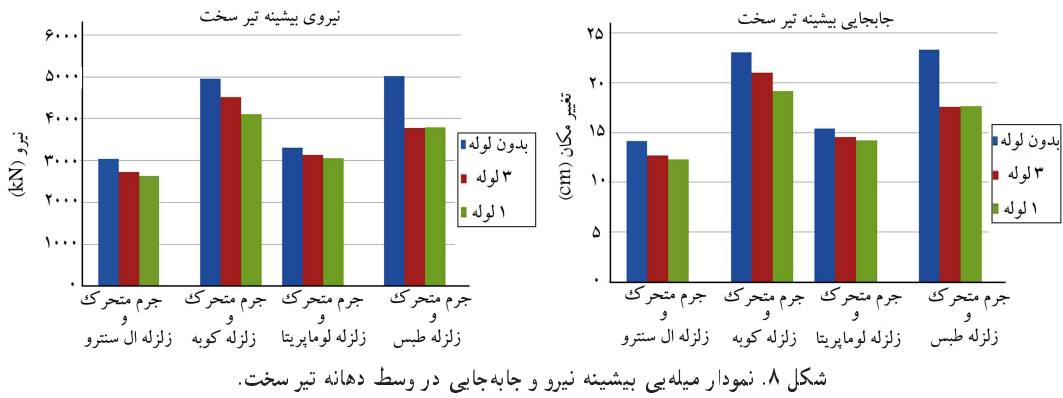
شکل ۵. نحوه بارگذاری روی تیر.



شکل ۶. شتاب‌نگاشت مؤلفه قائم زلزله‌های مورد مطالعه.



شکل ۷. نمودار جابه‌جایی - زمان وسط دهانه تیر سخت تحت زلزله قائم و اجرام محرک.



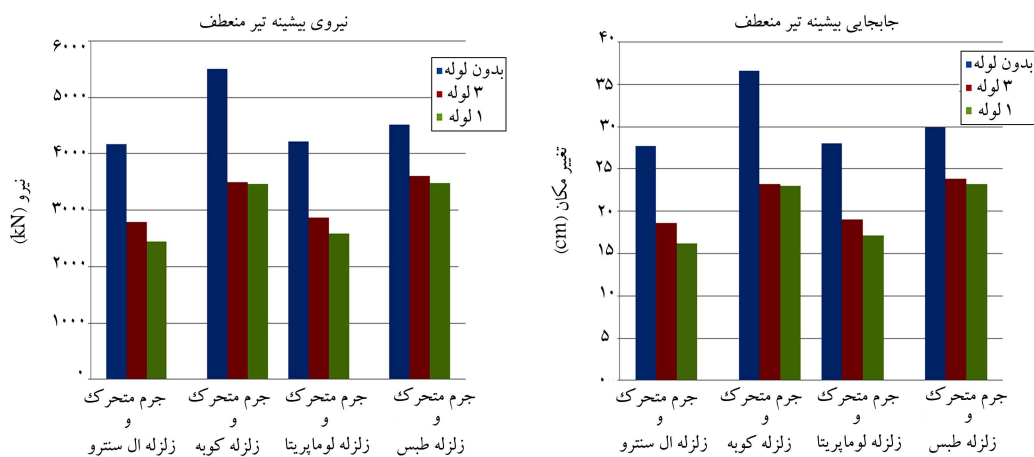
شکل ۹. نمودار جابه‌جایی - زمان وسط دهانه تیر منعطف تحت زلزله قائم و اجرام محرک.

دهانه (جایی که بیشترین جابه‌جایی را دارد)، نتیجه‌ی بهتری را در پی داشته است. شکل ۱۰، به ترتیب نمایان‌گر بیشینه‌ی جابه‌جایی برحسب سانتی‌متر و بیشینه‌ی نیرو برحسب کیلو نیوتن برای حالت‌های بدون استفاده از میراگر، استفاده از ۳ میراگر، و استفاده از ۴ میراگر واحد در تیرهای منعطف برای هر ۴ حالت بارگذاری به صورت نمودار میله‌یی است.

## ۵. نتیجه‌گیری

ابتدا نسبت به تحلیل تیرهای سازی پل تحت تأثیر هم‌زمان جرم‌های محرک و مؤلفه‌ی قائم زلزله با استفاده از معادلات حاکم بر آن‌ها اقدام شده است. نتایج بیان‌گر اثر غیرقابل انکار مؤلفه‌ی قائم زلزله در بررسی نیروهای دینامیکی روی تیرهای سازی پل و لزوم در نظر گرفتن اثر آن‌هاست. همچنین نتایج و بررسی‌های حاصل

لوله‌یی در آرایش‌های مختلف در تیرهای سخت است. در تیرهای سخت، استفاده از میراگرهای لوله‌یی، پاسخ‌ها را شامل: بیشینه‌ی جابه‌جایی، تاریخچه‌ی زمانی جابه‌جایی، و بیشینه‌ی نیروی وارده به تیر حدود ۱۰ الی ۲۰ درصد کاهش داده است. در مورد آرایش لوله‌ها نیز آرایش تکی در وسط دهانه، پاسخ‌ها را به میزان بیشتری کاهش داده است. در شکل ۸، بیشینه‌ی جابه‌جایی برحسب سانتی‌متر و بیشینه‌ی نیرو برحسب کیلو نیوتن برای حالت‌های بدون استفاده از میراگر، استفاده از ۳ میراگر و استفاده از ۴ میراگر واحد در تیرهای سخت برای هر کدام از ۴ حالت بارگذاری به صورت نمودار میله‌یی نشان داده شده است. در تیرهای منعطف نیز نتایج به صورت نمودار جابه‌جایی در وسط دهانه برحسب زمان برای حالات مختلف بارگذاری و کاربرد میراگرها در شکل ۹ به نمایش درآمده است. جدول ۲، نیز خلاصه‌ی نتایج را برای تیرهای منعطف بازتاب داده است که در آن پاسخ‌ها به میزان ۲۰ الی ۴۰ درصد بدون هیچ‌گونه استثنایی کاهش یافته‌اند. در مورد آرایش لوله‌ها در تیرهای منعطف نیز در همه‌ی نمونه‌ها، استفاده از آرایش استفاده از میراگر لوله‌یی تک در وسط



شکل ۱۰. نمودار میله‌یی بیشینه نیرو و جابه‌جایی در وسط دهانه تیر منعطف.

جدول ۱. نتایج تیر سخت ۶۰ متری.

شماره	طول دهانه L (متر)	نوع بار	نوع دمپر	بیشینه‌ی جابه‌جایی در وسط دهانه (متر)	بیشینه‌ی نیرو در وسط دهانه (نیوتن)	میزان کاهش نیرو و جابه‌جایی (درصد)
۱	۶۰	زلزله + Elcentro جرم محرک	بدون لوله	۰٫۱۴۱۷	۳۰۴۸۹۲۵	—
۲	۶۰	زلزله + Elcentro جرم محرک	لوله ۳	۰٫۱۲۶۶	۲۷۲۴۰۲۲	۱۱
۳	۶۰	زلزله + Elcentro جرم محرک	لوله ۱	۰٫۱۲۲۷	۲۶۴۰۱۰۷	۱۳٫۵
۴	۶۰	زلزله + Kobe جرم محرک	بدون لوله	۰٫۲۳۰۲	۴۹۵۳۱۶۰	—
۵	۶۰	زلزله + Kobe جرم محرک	لوله ۳	۰٫۲۰۹۹	۴۵۱۶۳۷۰	۸٫۳
۶	۶۰	زلزله + Kobe جرم محرک	لوله ۱	۰٫۱۹۱۳	۴۱۱۶۱۵۹	۱۷
۷	۶۰	زلزله + Lomaprieta جرم محرک	بدون لوله	۰٫۱۵۴۱	۳۳۱۵۷۳۵	—
۸	۶۰	زلزله + Lomaprieta جرم محرک	لوله ۳	۰٫۱۴۵۶	۳۱۳۲۲۸۴۳	۵٫۵
۹	۶۰	زلزله + Lomaprieta جرم محرک	لوله ۱	۰٫۱۴۱۸	۳۰۵۱۰۷۹	۸
۱۰	۶۰	زلزله + Tabas جرم محرک	بدون لوله	۰٫۲۳۳۳	۵۰۱۹۸۶۷	—
۱۱	۶۰	زلزله + Tabas جرم محرک	لوله ۳	۰٫۱۷۶	۳۷۸۶۹۵۶	۲۴٫۵
۱۲	۶۰	زلزله + Tabas جرم محرک	لوله ۱	۰٫۱۷۶۶	۳۷۹۹۸۶۶	۲۴٫۳

جدول ۲. نتایج تیر منعطف ۶۰ متری.

شماره	طول دهانه L (متر)	نوع بار	نوع دمپر	بیشینه‌ی جابه‌جایی در وسط دهانه (متر)	بیشینه‌ی نیرو در وسط دهانه (نیوتن)	میزان کاهش نیرو و جابه‌جایی (درصد)
۱	۶۰	زلزله + Elcentro جرم محرک	بدون لوله	۰٫۲۷۷۱	۴۱۷۳۶۰۷	—
۲	۶۰	زلزله + Elcentro جرم محرک	لوله ۳	۰٫۱۸۵۷	۲۷۹۶۹۶۵	۳۳
۳	۶۰	زلزله + Elcentro جرم محرک	لوله ۱	۰٫۱۶۲۳	۲۴۴۴۵۲۰	۴۱٫۴
۴	۶۰	زلزله + Kobe جرم محرک	بدون لوله	۰٫۳۶۶۱	۵۵۱۴۱۰۴	—
۵	۶۰	زلزله + Kobe جرم محرک	لوله ۳	۰٫۲۳۲۳	۳۴۹۸۸۴۳	۳۶٫۵
۶	۶۰	زلزله + Kobe جرم محرک	لوله ۱	۰٫۲۲۹۷	۳۴۵۹۶۸۳	۳۷٫۳
۷	۶۰	زلزله + Lomaprieta جرم محرک	بدون لوله	۰٫۲۸۰۱	۴۲۱۸۷۹۶	—
۸	۶۰	زلزله + Lomaprieta جرم محرک	لوله ۳	۰٫۱۹۰۷	۲۸۷۲۲۷۶	۳۲
۹	۶۰	زلزله + Lomaprieta جرم محرک	لوله ۱	۰٫۱۷۱۷	۲۵۸۶۱۰۳	۳۸٫۷
۱۰	۶۰	زلزله + Tabas جرم محرک	بدون لوله	۰٫۲۹۹۵	۴۵۱۰۹۹۸	—
۱۱	۶۰	زلزله + Tabas جرم محرک	لوله ۳	۰٫۲۳۸۸	۳۵۹۶۷۵۰	۲۰٫۵
۱۲	۶۰	زلزله + Tabas جرم محرک	لوله ۱	۰٫۲۳۱۷	۳۴۸۹۸۱۲	۲۲٫۶



همچنین به منظور کاهش مقاطع می‌توان سازه‌ی تیرهای پل را برای ضریب کمتری از بارگذاری اولیه در مرحله‌ی نخست طراحی کرد و با به‌کارگیری میراگرهای لوله‌یی در محل مناسب، تیر را برای بارگذاری کامل کنترل کرد و تا به دست آمدن مقطع بهینه، این چرخه را ادامه داد. چرا که مطابق انتظار و نتایج تحلیل این پژوهش، هر چه سختی سازه‌ی اصلی کمتر باشد، کارایی میراگرها نیز افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج به دست آمده، توجه به طراحی تیرهای پل‌های چنددهانه با در نظر گرفتن استفاده از میراگرهای لوله‌یی به منظور کاهش مقاطع، هر چه بیشتر ضروری می‌شود.

منتج به این موضوع می‌شود که در کاربرد صحیح از میراگرهای لوله‌یی، به واسطه‌ی کاهش مقاطع در تیرهای پل‌ها، میزان قابل توجهی صرفه‌ی اقتصادی را به دنبال خواهد داشت. منظور از کاربرد صحیح مطابق نتایج و مقایسه‌ی آن‌ها، استفاده از میراگرهای لوله‌یی و جایگذاری آن‌ها در محلی از تیر است که بیشترین جابه‌جایی را در پی خواهد داشت. در تیر مورد مطالعه در این نوشتار، اهمیت جایگذاری لوله‌ها در وسط دهانه‌ی تیر دو سر ساده در مقایسه با آرایش سه تایی آن‌ها به خوبی مشخص است.

### پانویس‌ها

1. peak ground acceleration
2. design basis earthquake
3. maximum credible earthquake
4. Imperial Valley
5. Elcentro
6. Kobe
7. Loma Prieta
8. Corralitos
9. Tabas

### منابع (References)

1. Fry'ba, L. and Yau, J. "Suspended bridges subjected to moving loads and support motions due to earthquake", *Journal of Sound and Vibration*, **319**(1-2), pp. 218-227 (2009).
2. Nikkhoo, A., Rofooei, F.R. and Shadnam, M.R. "Dynamic behavior and modal control of beams under moving mass", *Journal of Sound and Vibration*, **306**(3-5), pp. 712-724 (2007).
3. Kiani, K., Nikkhoo, A. and Mehri, B. "Prediction capabilities of classical and shear deformable beam models excited by a moving mass", *Journal of Sound and Vibration*, **320**(3), pp. 632-648 (2009).
4. Zarfam, R., Khaloo, A.R. and Nikkhoo, A. "On the response spectrum of Euler-Bernoulli beams with a moving mass and horizontal support excitation", *Mechanics Research Communications*, **47**, pp. 77-83 (2013).
5. Liu, M.F., Chang, T.P. and Zeng, D.Y. "The interactive vibration behavior in a suspension bridge system under moving vehicle loads and vertical seismic excitations", *Applied Mathematical Modelling*, **35**(1), pp. 398-411 (2011).
6. Konstantakopoulos, T.G., Raftoyiannis, I.G. and Michaltsos, G.T. "Suspended bridges subjected to earthquake and moving loads", *Engineering Structures*, **45**, pp. 223-237 (2012).
7. Legeron, F. and Neaz Sheikh, M. "Bridge support elastic reactions under vertical earthquake ground motion", *Engineering Structures*, **31**(10), pp. 2317-2326 (2009).
8. Maleki, SH. and Bagheri, S. "Pipe damper, Part I: Experimental and analytical study", *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(8-9), pp. 1088-1095 (2010).
9. Maleki, SH. and Bagheri, S. "Pipe damper, Part II: Application to bridges", *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(8-9), pp. 1096-1106 (2010).
10. Nikkhoo, A. "Investigating the behavior of smart thin beams with piezoelectric actuators under dynamic loads", *Mechanical Systems and Signal Processing*, **45**(2), pp. 513-530 (2014).
11. Fryba, L., *Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads*, Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, Prague, Czech Republic 1 (1972)
12. AASHTO, *AASHTO LFRD Bridge Design Specifications*, Washington DC (USA), American Association of State Highway and Transportation Officials (2007).
13. CAN/CSA-S6-06, *Canadian Highway Bridge Design Code*, Toronto (Ontario, Canada), CSA International (2006).
14. EN1998-2:2005, *Design of Structures for Earthquake Resistance, Part 2: Bridge*, Brussels, European committee for Standardization (2005).
15. Caltrans, California Department of Transportation, California (USA), 1, 2 (1972).
16. Ahmadi, G. "Earthquake response of linear continuous systems", *Nuclear Engineering and Design*, **50**(2), pp. 327-345 (1978).
17. Nikkhoo, A., Farazandeh, A. and Ebrahimzadeh Hassanabadi, M. "On the computation of moving mass/beam interaction utilizing a semi-analytical method", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **38**(3), pp. 761-771 (2014).