مهندسی عمران شریف (زمستان ۱۳۹۶)
دوره‌ی ۲ - ۳۳، شماره‌ی ۴/۲، ص. ۶۱-۶۹

Original Article

اصلاح مدل‌های تنش کرنش بتن محصور شده با FRP تحت بارگذاری هم‌مرکز و خارج از مرکز

یاسر مودی (دانشجوی دکتری)
سید روح الله موسوی* (دانشیار)
محمدرضا قاسمی (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی شهید نیکبخت، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان

در مطالعات پیشین، رابطه‌های تحلیلی متعددی برای تخمین باربری ستون‌های محصور شده با FRP تحت بار فشاری ارائه شده است، اما عملاً ستون‌ها تحت اثر توأم بار فشاری و لنگر خمشی قرار می‌گیرند. روابط کمی برای تعیین باربری ستون‌ها تحت بارگذاری خارج از مرکز ارائه شده است و در بعضی موارد، مدل‌های ارائه شده در تناقض با یکدیگر هستند. در مطالعه‌ی حاضر، ابتدا به اصلاح ضریب عامل مؤثر کرنش FRP در مدل لام[1] و تنگ[2] برای نمونه‌های تحت بارگذاری هم‌مرکز که با توجه به نوع FRP متفاوت است و سپس به بررسی ضریب تصحیحی برای اعمال خروج از مرکزیت در مدل‌های موجود و مقایسه‌ی آنها با نتایج آزمایشگاهی موجود پرداخته شده است. در مطالعه‌ی حاضر، ضرایب مذکور با استفاده از الگوریتم ژنتیک با بهینه کردن اختلاف بتن نتایج آزمایشگاهی و مدل تئوری محاسبه شده‌اند. با مقایسه‌ی نتایج آزمایشگاهی و نتایج مدل‌های اصلاح شده نشان داده شده است که مدل‌های اصلاح شده در مطالعه‌ی حاضر، تخمین بهتری برای ستون‌های دورپیچ شده تحت بارگذاری خارج از مرکز و هم‌مرکز ارائه می‌دهند.

واژگان کلیدی: مقاوم‌سازی، بار خارج از مرکز، بار هم‌مرکز، ستون، محصورکننده‌ی FRP.

y.moodi.civil@gmail.com
s.r.mousavi@eng.usb.ac.ir
mrghasemi@eng.usb.ac.ir

۱. مقدمه

ستون‌های بتن‌آرمه از اعضاء اصلی سازه هستند که به منظور انتقال نیروهای ثقلی از طبقات (وزن ساختمان) و نیروی زلزله به‌کار می‌روند. امروزه در دنیا، بسیاری از ستون‌هایی که در گذشته ساخته شده‌اند، به دلایل مختلفی نظیر: خطا در حین ساخت، خطا در طراحی، تغییر کاربری ساختمان، خوردگی بتن و فولاد، تغییر در آیین‌نامه، به وجود آمدن شرایط تیر قوی ـ ستون ضعیف و همچنین آسیب‌دیدگی در برابر حوادث طبیعی (زلزله، باد، سیل و ...) نیاز به ترمیم و تقویت دارند. از طرفی، برچیدن و ساخت مجدد آنها هزینه و در بعضی مواقع غیرعملی است. باید توجه شود که روش‌های تعمیر و مقاوم‌سازی مقرون به صرفه و قابل اعتماد است.[1]

طی دهه‌های گذشته، استفاده از پوشش بتنی و فلزی برای تعمیر و تقویت ستون‌های بتن مسلح رواج زیادی داشته و امروزه هنوز جزء روش‌های متداول است. اگر چه روش‌های مذکور در افزایش ظرفیت سازه مؤثر هستند، اما نیاز به تجهیز و نیروی کار نسبتاً زیاد و گاهی اوقات مشکل در پیاده‌سازی دارند. علاوه بر این، سیستم پوشاندن بتن مسلح منجر به افزایش قابل توجهی در مقطع عرضی ستون می‌شود و سیستم پوشاندن فلزی نیز اغلب سنگین است و به‌صورت ضعیف در برابر شرایط نامطلوب زیست‌محیطی عمل می‌کند. از این‌رو، یک سیستم مقاوم‌سازی ابتکاری، پایدار، آسان برای نصب و مقرون به صرفه در عوض روش‌های قدیمی‌تر موردنیاز است.[2] اخیراً مواد کامپوزیت در مقاوم‌سازی سازه‌ها کاربرد بسیاری یافته و جایگزینی برای ارتقاء نقص سازه‌های بتن مسلح شده‌اند. یکی از موادی که کاربرد وسیعی در مقاوم‌سازی سازه‌های بتن مسلح دارد، پلیمرهای مسلح الیافی (FRP) است.

کامپوزیت‌های پلیمری FRP با توجه به خواص بسیار مطلوبشان، از جمله: نرخ بالای مقاومت و سختی به وزن، مقابله با آسیب‌های محیطی، سبکی، دوام، خاصیت میرایی، طبیعت الکترومغناطیسی، قابلیت استفاده‌ی آنها در کاربری سازه بدون افزایش قابل توجه در ابعاد سازه و راحتی کاربرد آنها به‌عنوان مصالح بسیار مناسب برای مقاوم‌سازی سازه‌های بتنی موجود معرفی شده‌اند.[3]

برای اولین بار در اواسط دهه‌ی ۸۰ میلادی، استفاده از کامپوزیت FRP برای تقویت ستون‌های بتن آرمه‌ی موجود در برابر بارهای زلزله مطرح شده است.[4] اما زلزله‌های کالیفرنیا (۱۹۹۰) و کوبه‌ی ژاپن (۱۹۹۵)، عامل مهم و مؤثری برای بررسی همه جانبه‌ی کاربرد کامپوزیت‌های پلیمری ساخته شده از الیاف FRP جهت تقویت و مقاوم‌سازی سازه‌های بتنی و بنایی در مناطق لرزه‌خیز شدند.[5]

اولین و معتبرترین مطالعات صورت گرفته در زمینه‌ی ستون‌های محصورشده

---

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۸/۳۰، اصلاحیه ۱۳۹۵/۳/۳، پذیرش ۱۳۹۵/۳/۲۲.

با FRP در سال ۱۹۹۴ انجام و مقالات و نتایج متعددی از آنها منتشر شد که مرجع مناسبی برای مراجعه‌ی علاقه‌مندان به تخصص مذکور است.[۶] در ابتدا بر روی نمونه‌های بتنی پوشیده شده با ۳ نوع FRP با مقاومت معمولی تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری، آزمایش‌هایی انجام و سپس با بررسی نمودارهای تنش ـ کرنش نمونه‌ها نشان داده شده است که ۲ خاصیت مکانیکی بتن، یعنی مقاومت فشاری و شکل‌پذیری بتن، با محصورکردن بتن با پوشش FRP افزایش می‌یابد.

مطالعات متعددی گزارش شده است که نشان می‌دهند مقاومت و شکل‌پذیری ستون‌های بتنی بارگذاری شده به‌صورت هم‌مرکز می‌تواند با استفاده از یک سیستم پوشش FRP به طور قابل توجهی افزایش یابد.[۷] اما با توجه به شیب خط کرنش در بارگذاری خارج از مرکز (یا ترکیب بارگذاری خمشی و محوری)، نتایج ستون‌های محصور شده با FRP تحت بارگذاری محوری نمی‌تواند برای بارگذاری خارج از مرکز استفاده شود.

با انجام یک تحلیل آزمایشگاهی در سال ۲۰۰۱،[۸] مطالعاتی در مورد اثر سیستم پوشش FRP یک‌طرفه بر روی ۹ ستون مربعی ساده‌ی کوچک مقیاس تحت بارگذاری هم‌مرکز و خارج از مرکز انجام شد و این نتیجه به‌دست آمد که تغییرات کرنش مقطع ناشی از خروج از مرکزیت بار فشار محصورشدگی غیریکنواختی ایجاد می‌کند که اثر پوشش FRP را تحت بارگذاری خارج از مرکز کاهش می‌دهد. حتی زمانی که خروج از مرکزیت کوچک است، یک عامل افزایش کوچک‌تر برای ظرفیت بار ستون‌های بتنی محصور شده با FRP باید در نظر گرفت.

در سال ۲۰۰۳، یک مطالعه‌ی آزمایشگاهی بر روی ستون‌های بتن آرمه‌ی دایروی محصور شده با FRP تحت بارگذاری خارج از محور انجام و مشخص شد زمانی که بارگذاری خارج از محور اعمال می‌شود، افزایش مقاومت حاصل از محصورشدگی بتن کمتر از حالت بارگذاری محوری است.[۹] در سال ۲۰۰۴ نیز با انجام تحلیل آزمایشگاهی بر روی رفتار ستون‌های مقاوم‌سازی شده با پوشش FRP تحت بارگذاری ثابت محوری و بار سیکلی جانبی، این نتایج به‌دست آمد که استفاده از پوشش FRP برای محصورکردن ناحیه‌ی مفصل خمیری ستون مربعی غیرشکل‌پذیر، تا حدی زیادی ظرفیت تغییر شکل ستون‌های مذکور را بدون افزایش قابل توجه مقاومت و سختی جانبی آنها افزایش می‌دهد و افزایش تغییر شکل ذکر شده با افزایش ضخامت (تعداد لایه‌ها) افزایش می‌یابد.[۱۰]

همچنین در سال ۲۰۱۰ با انجام آزمایش‌هایی بر روی ستون‌های محصور شده با CFRP تحت خروج از مرکزیت‌های متفاوت و خمش خالص نشان داده شد که محصورکننده‌ی CFRP، عملکرد اعضاء بارگذاری شده را به‌صورت خارج از مرکز بهبود می‌بخشد، اما میزان آن نسبت به اعضاء بارگذاری شده به‌صورت هم‌مرکز کمتر است. همچنین در خمش خالص، محصورکننده‌ی CFRP اثر قابل توجهی در ظرفیت خمشی ندارد، اما منجر به یک بهبود قابل توجه در شکل‌پذیری اعضاء مذکور می‌شود.[۱۱]

در مطالعه‌ی دیگری نیز در سال ۲۰۱۵،[۱۲] یک مدل تنش ـ کرنش برای بتن محصور شده با FRP تحت بار فشاری سیکلی، براساس ارزیابی مدل قبلی ارائه شده توسط لام و تنگ و رفع نقص‌های آن، برای بتن‌های با مقاومت نرمال و مقاومت بالا ارائه شده است. همچنین در روابط ارائه شده‌ی دیگری (۲۰۰۳) برای تعیین مقاومت فشاری و کرنش نهایی بتن محصور شده با FRP تحت بار هم‌مرکز، از عامل مؤثرکرنش[۳] FRP که به‌صورت نسبت کرنش واقعی پارگی حلقه‌یی به کرنش کششی نهایی مواد FRP تعریف می‌شود، استفاده و برای انواع FRP به‌صورت ثابت در نظر گرفته شده است.[۱۳] در مطالعه‌ی دیگری نیز در سال ۲۰۱۵،[۱۴] رابطه‌یی برای عامل مؤثرکرنش ارائه شده است که به‌صورت ضرب سه عامل در نظر گرفته شده است:

۱. عامل موضعی کردن کرنش[۴] که اثر غیریکنواختی توزیع کرنش در FRP را در نظر می‌گیرد.

۲. عامل محلی یا درجا[۵] که اثر تفاوت بین بیشینه‌ی کرنش اندازه‌گیری در روی ستون و بیشینه‌ی کرنش آزمایش کوپن را در نظر می‌گیرد.

۳. عامل نسبت کرنش FRP به الیاف.

اما در مطالعه‌ی مذکور از ضریب ارائه شده برای تخمین مقاومت فشاری بتن محصور شده استفاده نشده است. لذا در مطالعه‌ی حاضر، به بررسی عامل مؤثر کرنش پارگی FRP برای محاسبه‌ی مقاومت فشاری بتن محصورشده تحت بارگذاری هم‌مرکز پرداخته شده است. عامل موثرکرنش پارگی با استفاده از الگوریتم ژنتیک با بهینه کردن اختلاف بین نتایج آزمایشگاهی و رابطه‌ی در نظرگرفته شده محاسبه می‌شود. باید توجه شود که در شرایط عملی، ستون‌های بتن مسلح اغلب در معرض ترکیب بارگذاری خمشی و محوری قرار می‌گیرند. در بیشتر مطالعات انجام شده از روابط ستون‌های محصورشده تحت بارگذاری هم‌مرکز برای تخمین ظرفیت حمل بار ستون‌ها تحت بارگذاری خارج از مرکز استفاده شده و روابط کمی برای تعیین مقاومت و کرنش نهایی بتن تحت بارگذاری خارج از مرکز ارائه شده است. لذا در مطالعه‌ی حاضر، با اعمال ضریبی برای درنظرگرفتن خروج از مرکزیت بار در محاسبه‌ی مقاومت فشاری و کرنش بیشینه‌ی مربوط به بتن محصورشده تحت بارگذاری خارج از مرکز، روابط ذکر شده برای ستون‌های تحت بارگذاری خارج از مرکز استفاده شده است. همچنین ضریب مذکور با استفاده از الگوریتم ژنتیک با بهینه کردن اختلاف بین نتایج آزمایشگاهی و رابطه‌ی در نظرگرفته شده محاسبه شده است. با مقایسه‌ی نتایج آزمایشگاهی و نتایج مدل‌های اصلاح شده، نشان داده شد که مدل‌های اصلاح شده در مطالعه‌ی حاضر، تخمین بهتری برای ستون‌های دورپیچ شده تحت بارگذاری خارج از مرکز و هم‌مرکز ارائه می‌دهند.

۲. مدل تحلیلی برای بتن محصور شده تحت بار هم‌مرکز

۱.۲. قانون تشکیل دهنده‌ی مواد

رابطه‌ی تنش ـ کرنش بتن محصور نشده در فشار (رابطه‌ی ۱) در شکل (۱الف) مشاهده می‌شود:[۱۵]

$$f_c = f'_c \left[۲ \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c۰}} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c۰}} \right)^۲ \right] \le f'_c \qquad (۱)$$

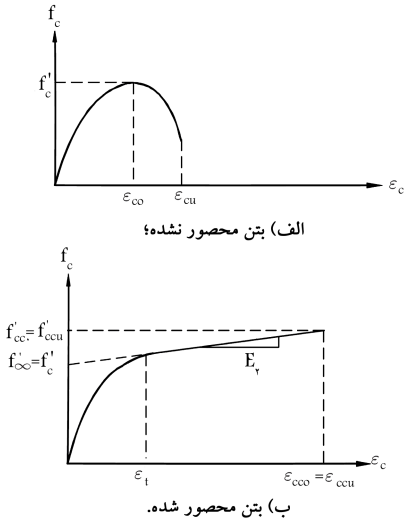
که در آن، $\varepsilon_{c۰}$ و E_c از روابط ۲ و ۳ به‌دست می‌آیند:

$$\varepsilon_{c۰} = \frac{۲ f'_c}{E_c} \qquad (۲)$$

$$E_c = ۴۷۰۰ \sqrt{f'_c} \qquad (۳)$$

که در آنها، f'_c مقاومت فشاری بتن محصور نشده، $\varepsilon_{c۰}$ کرنش مربوط به f'_c؛ f_c و ε_c تنش و کرنش بتن در هر لحظه از بارگذاری و E_c مدول یانگ بتن است.

مدل تنش ـ کرنش بتن محصور شده‌ی CFRP مطابق شکل (۱ب)، به ۲ بخش تقسیم می‌شود. در مدل مذکور فرض می‌شود که شاخه‌ی صعودی منحنی، بین کرنش ۰ و ε_t سهمی باشد. فراتر از ε_t فرض می‌شود که تنش بتن به‌صورت خطی تا f'_{cco} افزایش می‌یابد.[۱۵] اگرچه ناحیه‌ی انتقال آرامی بین دو ناحیه‌ی



الف) بتن محصور نشده؛

ب) بتن محصور شده.

شکل ۱. نمودار تنش ـ کرنش.[۱۵]

منحنی وجود دارد که اثر قابل توجهی در ظرفیت حمل بار ندارد. مدل تنش ـ کرنش مذکور با استفاده از رابطه‌ی ۴ بیان می‌شود:

$$f_c = \begin{cases} E_c\varepsilon_c - \frac{(E_c-E_2)^2}{4f'_c}\varepsilon_c^2 & \varepsilon_c \le \varepsilon_t \\ f'_c + E_2\varepsilon_c & \varepsilon_t \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{ccu} \end{cases} \quad (۴)$$

که در آن، E_2 شیب قسمت خطی رابطه‌ی تنش ـ کرنش بتن محصور شده و ε_t کرنش انتقال در بتن محصور شده است که به ترتیب از روابط ۵ و ۶ به‌دست می‌آیند:

$$E_2 = \frac{f'_{cco} - f'_c}{\varepsilon_{ccu}} \quad (۵)$$

$$\varepsilon_t = \frac{2f'_c}{E_c - E_2} \quad (۶)$$

براساس پژوهش‌های موجود انجام شده توسط لام و تنگ،[۱۳] مقاومت و کرنش فشاری نهایی مربوط به بتن محصور شده‌ی CFRP، f'_{cco} و ε_{ccu} به ترتیب از طریق روابط ۷ و ۸ به‌دست می‌آیند:

$$f'_{cco} = f'_c(1 + 3.3\frac{f_{l,a}}{f'_c}) \quad (۷)$$

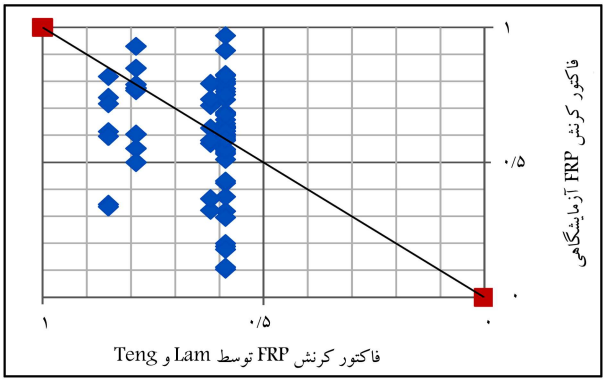
$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon_{co}(1.75 + 12\frac{f_{l,a}}{f'_c}(\frac{\varepsilon_{h,rup}}{\varepsilon_{co}})^{0.45}) \quad (۸)$$

که در آنها، $f_{l,a}$ و $\varepsilon_{h,rup}$ به ترتیب از روابط ۹ و ۱۰ به‌دست می‌آیند:

$$f_{l,a} = \frac{2E_{frp}t_j\varepsilon_{h,rup}}{D} \quad (۹)$$

$$\varepsilon_{h,rup} = k_\varepsilon\varepsilon_{frp} \quad (۱۰)$$

که در آنها، D قطر نمونه، ε_{frp} کرنش کششی نهایی مواد FRP، t_j ضخامت دورپیچ FRP، k_ε عامل مؤثرکرنش FRP، $\varepsilon_{h,rup}$ کرنش واقعی پارگی حلقه‌یی FRP، $f_{l,a}$ فشار مؤثر محصورکننده‌ی جانبی و E_{frp} مدول کشسان مواد FRP هستند. روابط ۷ و ۸، براساس نمونه‌های بتنی تحت بارگذاری هم‌مرکز ارائه شده‌اند. k_ε عامل مؤثرکرنش FRP است که به‌صورت نسبت کرنش واقعی پارگی حلقه‌یی به کرنش کششی نهایی مواد FRP تعریف می‌شود. این ضریب برای AFRP، CFRP، GFRP و HM-CFRP به ترتیب ۰٫۸۵۱، ۰٫۵۸۶، ۰٫۶۴۲ و ۰٫۷۸۸ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲. عامل مؤثرکرنش FRP (مقادیر آزمایشگاهی در مقابل مدل لام و تنگ).[۱۳]

اما در مطالعه‌ی لیم و ازبکالوگلو[۱۴]، نشان داده شده است که این عامل نه فقط به نوع FRP بستگی دارد، بلکه به مقاومت بتن محصور نشده و مدول کشسانی FRP بستگی دارد، لذا رابطه‌ی ۱۱ را برای عامل مؤثرکرنش ارائه دادند:

$$k_\varepsilon = 0.9 - 2.3f'_c \times 10^{-3} - 0.75E_{frp} \times 10^{-9} \quad (۱۱)$$

همچنین پژوهشگران مذکور نشان دادند که با افزایش مدول کشسانی FRP و مقاومت فشاری بتن محصور نشده، مقدار عامل مؤثرکرنش FRP کاهش می‌یابد، هر چند نمی‌توان به طور قطع گفت که با افزایش مدول کشسانی FRP، مقدار ذکر شده کاهش می‌یابد؛ که این موضوع برای نمونه‌های موجود در داده‌های آزمایشگاهی موجود در پژوهش لام و تنگ، نیز در تناقض است.[۱۳]

۲.۲. داده‌های آزمایشگاهی

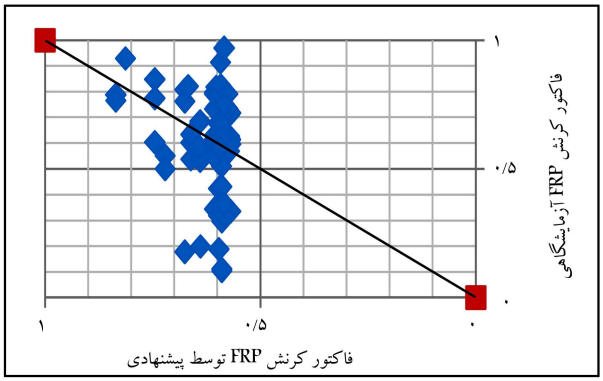
آزمون‌های زیادی بر روی بتن محصور شده‌ی FRP انجام شده است. در مطالعه‌ی حاضر، از یک جامعه‌ی آماری شامل ۷۶ نمونه‌ی دایره‌یی بتن ساده‌ی محصور شده‌ی FRP که از مطالعات مختلف استخراج و توسط برخی پژوهشگران،[۱۳] آزمون شده‌اند، استفاده شده است. نمونه‌های موردنظر جامعه‌ی آماری پژوهش حاضر، قطرهای ۱۰۰ تا ۲۰۰ میلی‌متر و مقاومت فشاری محصور نشده‌ی ۲۶٫۲ تا ۵۵٫۲ مگاپاسگال داشتند. انواع FRP به‌کار رفته در داده‌های مذکور عبارت‌اند از: CFRP، AFRP، GFRP و HM-CFRP تمام پوشش‌های FRP به‌کار رفته در داده‌های مذکور، تک‌جهته یا تک‌سویه (با جهت حلقه‌یی) هستند. کرنش‌های حلقوی پارگی FRP، مقادیر میانگین گیج‌های کرنش نصب شده بر روی FRP در وسط نمونه هستند. مقادیر k_ε آزمایشگاهی در مقابل مقادیر k_ε درنظر گرفته شده توسط مدل لام و تنگ، در شکل ۲ رسم شده است.[۱۳]

در همه‌ی بخش‌های مطالعه‌ی حاضر، خطای هر نمونه به‌صورت رابطه‌ی ۱۲ و خطای کلی نمونه‌ها به‌صورت رابطه‌ی ۱۳ محاسبه شده است:

$$e_s = \frac{|Expe - Theo|}{|Expe|} \quad (۱۲)$$

$$e_{tot} = \frac{\sum|Expe - Theo|}{\sum|Expe|} \quad (۱۳)$$

که در آنها، $Expe$ نتایج آزمایشگاهی و $Theo$ نتایج مدل موردنظر از لحاظ تئوری هستند.



شکل ۳. عامل کرنش FRP (مقادیر آزمایشگاهی در مقابل مقادیر مدل پیشنهادی).

با محاسبه‌ی خطاها به روش‌های گفته‌شده‌ی اخیر، عامل کرنش FRP درنظر گرفته شده در مدل لام و تنگ،[۱۳] برای ۷۶ نمونه با ۳۱/۴۸٪ خطای کلی (e_{tot}) است. همچنین با استفاده از مدل لیم و ازبکالوگلو، خطای کلی ۳۶/۹٪ است.[۱۴]

با بررسی عامل مؤثر کرنش FRP که همان نسبت کرنش واقعی پارگی حلقه‌یی به کرنش کششی نهایی مواد FRP است، مشاهده می‌شود که عامل مؤثر کرنش فقط به نوع FRP وابسته نیست، بلکه ممکن است به عوامل دیگری بستگی داشته باشد. با انجام تحلیل رگرسیون بر روی عامل مذکور مشاهده می‌شود که این عامل به‌صورت خطی با ضریب اهمیت (معنی‌داری) ۰/۰۱۵ به نسبت $E_{frp}/f_c^{'}$ وابسته است. رابطه‌ی این دو، به‌صورت رابطه‌ی ۱۴ است:

$$k_\varepsilon = 0/565 + 0/013(\frac{E_{frp}}{f_c^{'}}) \qquad (۱۴)$$

که در آن، E_{frp} بر حسب GPa و $f_c^{'}$ بر حسب MPa است. با محاسبه‌ی k_ε با استفاده از رابطه‌ی اخیر، مقدار خطا کلی به مقدار ۲۹/۲٪ کاهش می‌یابد که نسبت به ۲ روش قبلی درصد خطای آن کمتر است. همچنین مقادیر k_ε آزمایشگاهی در مقابل k_ε، با استفاده از رابطه‌ی ۱۴ در شکل ۳ رسم شده است.

۳.۲. مقاومت فشاری

لام و تنگ،[۱۳] رابطه‌ی ۷ را برای تخمین مقاومت فشاری در نظر گرفته‌اند که با استفاده از آن مقاومت فشاری در ۷۶ نمونه با خطا کلی ۱۰/۶۳٪ تخمین زده شده است. اما با توجه به تغییر در ضریب k_ε، در مطالعه‌ی حاضر مقاومت فشاری همانند رابطه‌ی لام و تنگ،[۱۳] به‌صورت روابط ۱۵ و ۱۶ در نظر گرفته شده و مقدار α به کمک بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک محاسبه شده است، به طوری که مقدار خطای کلی به کمینه‌ی مقدار خود برسد:

$$(f'_{cco})_{Theo} = f'_c(1 + \alpha\frac{f_{l,a}}{f'_c}) \qquad (۱۵)$$

$$(e_{tot})_{f'_{cco}} = \frac{\sum|(f'_{cco})_{Expe} - (f'_{cco})_{Theo}|}{\sum|(f'_{cco})_{Expe}|} \qquad (۱۶)$$

با انجام بهینه‌سازی بر روی رابطه‌ی ۱۶، به طوری که مقدار آن به کمترین حد برسد (محدوده‌ی α بین ۰ تا ۱۰ است)، با درنظرگرفتن ۱۰۰۰ جمعیت اولیه و ۱۰۰ تکرار، مقدار α برابر ۳/۴۵ به‌دست آمده است. با محاسبه‌ی مقاومت فشاری با استفاده از رابطه‌ی به‌دست آمده در مطالعه‌ی حاضر، مقدار خطای کلی به ۹/۵٪ کاهش یافته است.

جدول ۱. تخمین مقاومت فشاری با استفاده از مدل پیشنهادی و مدل لام و تنگ.[۱۳]

شماره‌ی نمونه	۱ [۱۴]	۲ [۱۴]	۳ [۱۵]	۴ [۱۵]
$(f'_{cco})_{expe}$	۵۷/۰۷	۸۹/۳	۷۴/۲۴	۹۹/۸۴
$(f'_{cco})_{Theo,Lam\&Teng}$	۴۸/۸	۷۰/۳۱	۶۴/۱۳	۷۸/۵۳
$(f'_{cco})_{Theo,current\ study}$	۵۳/۰۹	۷۸/۵	۶۶/۰۲	۷۹/۹۳
درصد خطای لام و تنگ	۱۴/۴۷	۲۱/۲۵	۱۳/۶	۲۱/۳۳
درصد خطای مدل این مطالعه	۹/۹۶	۱۲/۰۸	۱۱/۰۶	۱۹/۹۳

۴.۲. ارزیابی مقاومت فشاری بتن محصورشده‌ی FRP تحت بار هم‌مرکز

در بخش کنونی، رابطه‌ی به دست‌آمده در بخش ۳.۲ برای مقاومت فشاری بتن محصورشده‌ی FRP تحت بار هم‌مرکز، با استفاده از نتایج آزمایشگاهی موجود در مطالعات وانگ و چئونگ،[۱۶] و عید[۶] و همکاران،[۱۷] ارزیابی شده است. نمونه‌های ۱ و ۲ در جدول ۱، مقاومت فشاری محصورنشده‌ی یکسان (حدوداً ۳۰ مگاپاسگال) دارند، اما تفاوت آنها در تعداد لایه‌های محصورکننده است. در نمونه‌های ۳ و ۴ تعداد لایه‌های محصورکننده برابر است، اما مقاومت فشاری محصور نشده‌ی آنها متفاوت است (نمونه‌های ۳ و ۴ به ترتیب مقاومت‌های فشاری محصور نشده‌ی ۳۶ و ۴۸ مگاپاسگال دارند). جدول ۱، نتایج آزمایشگاهی نمونه‌ها، نتایج مدل لام و تنگ،[۱۳] و مدل پیشنهادی و همچنین درصد خطاها را نشان می‌دهد.

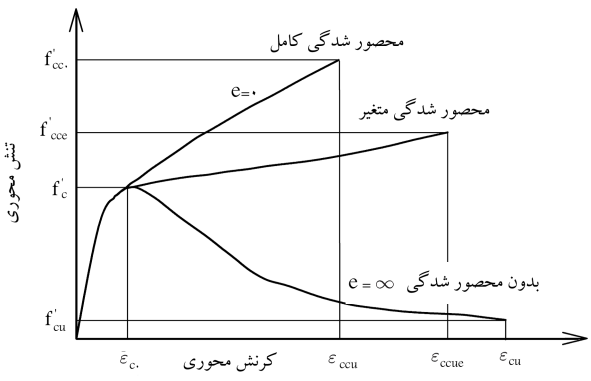
مطابق جدول ۱، مدل ارائه شده در مطالعه‌ی حاضر، تخمین مناسب‌تری برای مقاومت فشاری در مقایسه با مدل لام و تنگ،[۱۳] ارائه می‌دهد، به طوری که باعث کاهش ۹٪ میانگین در خطای نمونه شده است.

۳. مدل تحلیلی برای بتن محصور شده تحت بار خارج از مرکز

در بیشتر مطالعات انجام شده از روابط ستون‌های محصور شده تحت بارگذاری هم‌مرکز برای تخمین ظرفیت حمل بار ستون‌ها تحت بارگذاری خارج از مرکز استفاده شده است. نکته‌ی بسیار مهم آن است که ویژگی‌های مکانیکی بتن محصور شده را نمی‌توان جزء خصوصیات ذاتی بتن در نظر گرفت. رفتار بتن محصور شده تابع تنش محصورکننده جانبی است که از طرف دورپیچ به آن وارد می‌شود و هر عاملی که سبب تغییر مقدار و نحوه‌ی توزیع تنش مذکور شود، مستقیماً در ویژگی‌های بتن محصور شده تأثیر می‌گذارد. بنابراین نمی‌توان از روابط ذکر شده برای تخمین ظرفیت حمل بار ستون‌های محصور شده‌ی FRP تحت بارگذاری خارج از مرکز استفاده کرد.

روابط کمی برای تخمین ظرفیت حمل بار ستون‌های محصور شده‌ی FRP تحت بارگذاری خارج از مرکز ارائه شده است. از آنجایی که مشخصه‌های رفتاری بتن محصور شده، به مقدار نیروی فشاری و لنگر خمشی وارد بر آن و به بیان بهتر به برون محوری بار فشاری مرتبط است، لازم است تا رابطه‌های ارائه شده برای تخمین مقاومت نهایی و کرنش نظیر آن و نیز نمودارهای تنش ـ کرنش بتن محصور شده، با بارگذاری برون محوری سازگار شود.

اولین راهکار برای تخمین رفتار بتن محصورشده‌ی FRP تحت اثر بار برون محور در سال ۲۰۰۳ توسط فام[۷] و همکاران،[۱۸] انجام شده است که در آن بدون توجه به نحوه‌ی توزیع فشار محصورکننده‌ی جانبی در مقطع ستون، مقاومت مقطع ستون



شکل ۴. تغییرات فرضی تنش ـ کرنش متناظر با برون محوری در آزمایش فام و همکاران.[۱۸]

به برون محوری بار فشاری مرتبط شده است. در پژوهش مذکور نمونه‌ی ستون‌های بتنی با مقطع مدور، به کمک لوله‌های کامپوزیتی از جنس GFRP محصور شده و تغییرات تنش ـ کرنش بتن محصور شده در برون محوری‌های مختلف بار فشاری، به‌صورت شکل ۴ در نظر گرفته شده است.

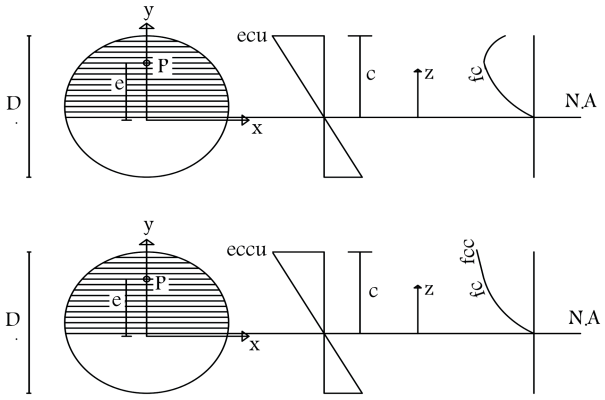
در شکل ۴، e برون محوری بار فشاری و برابر با نسبت لنگر خمشی به نیروی محوری وارد بر مقطع است. تمامی نمودارهای شکل مذکور، تا پیش از مقاومت فشاری بتن محصور نشده بر هم منطبق هستند و تغییرات آنها همانند بتن محصور نشده است. تغییرات بخش دوم نمودارهای ذکر شده، تابع میزان برون محوری بار فشاری فرض شده است که به دو حالت حدی محدود می‌شود: نخستین حالت حدی، مربوط به اعمال بار فشاری محوری است که ستون بتنی کاملاً محصور می‌شود و مقاومت فشاری و کرنش نظیر آن از یکی از رابطه‌های مربوط به بتن کاملاً محصورشده محاسبه می‌شود. حالت حدی دوم، در برون محوری‌های بسیار زیاد رخ می‌دهد و رفتار ستون از الگوی تغییرات تنش ـ کرنش در بتن محصور نشده تبعیت می‌کند. بین این دو حالت حدی، نمودارهای تنش ـ کرنش زیادی قابل تصور است که شکل آنها بسته به مقدار برون محوری بار فشاری متغیر است. نمونه‌یی از این نوع نمودارها در شکل ۴ با عنوان محصورشدگی متغیر مشخص شده است. فام و همکاران،[۱۸] از رابطه‌ی ۱۷ برای بیان نحوه‌ی ارتباط مقاومت فشاری محصور شده با برون محوری بار فشاری استفاده کرده‌اند:

$$f'_{cce} = (f'_{cc\circ} - f'_c)[\frac{D}{D+e}] + f'_c \qquad (۱۷)$$

که در آن، D قطر مقطع ستون و f'_{cce} مقاومت فشاری محصور شده‌ی بتن در برون‌محوری e است. با در اختیار داشتن مقدار f'_{cce} و استفاده از رابطه‌ی ۱۸ کرنش فشاری نظیر f'_{cce} به دست می‌آید:

$$\varepsilon_{ccue} = (\varepsilon_{c\circ} - \varepsilon_{ccu})\sqrt{۱ - (\frac{f'_{cce} - f'_c}{f'_{cc\circ} - f'_c})^۲} + \varepsilon_{ccu} \qquad (۱۸)$$

در مدل فام و همکاران،[۱۸] با افزایش خروج از مرکزیت، مقاومت نهایی کاهش و از طرفی کرنش نهایی افزایش یافته است؛ در نتیجه با افزایش خروج از مرکزیت، سختی بتن پس از رسیدن به مقاومت بتن محصور شده کاهش یافته است. در سال ۲۰۰۹، المداوی،[۷] مدلی مشابه با مدل فام و همکاران،[۱۸] برای ستون‌های مستطیلی ارائه کرده است که در آن مقاومت فشاری بتن محصور شده و کرنش نهایی



الف) بدون محصور شدگی؛ ب) با محصور شدگی.

شکل ۵. توزیع تنش‌ها و کرنش‌ها در عمق مقطع عرضی ستون دایره‌یی تحت بارگذاری خارج از مرکز.

آن تابعی از نسبت e/h بوده است.

$$f'_{cce} = f'_c + (f'_{cco} - f'_c)(\frac{۱}{۱ + \frac{e}{h}}) \qquad (۱۹)$$

$$\varepsilon_{ccue} = \varepsilon_{cu} + (\varepsilon_{ccu} - \varepsilon_{cu})(\frac{۱}{۱ + \frac{e}{h}}) \qquad (۲۰)$$

وو و جیانگ[۱۶] همچنین نشان دادند که شیب قسمت سخت شوندگی منحنی‌های تنش ـ کرنش با افزایش خروج از مرکزیت افزایش می‌یابد. باید توجه داشت که اثبات ایشان با نظریه‌های قبلی،[۱۸و۷] مغایرت دارد. به همین دلیل در مطالعه‌ی حاضر به بررسی رابطه‌یی برای تخمین مقاومت ستون‌های محصور شده تحت بارگذاری خارج از مرکز پرداخته شده است.

۱.۳. سازگاری کرنش و تعادل نیروها

توزیع تنش‌ها و کرنش‌ها در عمق مقطع عرضی ستون دایره‌یی تحت بارگذاری خارج از مرکز در شکل ۵ مشاهده می‌شود، که مطابق آن، ε_z در فاصله‌ی z از محور خنثی به‌صورت رابطه‌ی ۲۱ ارائه شده است:

$$\varepsilon_z = \frac{\varepsilon_{c,\max} z}{c} \qquad (۲۱)$$

که در آن، $\varepsilon_{c,\max}$ کرنش بتن در دورترین المان فشاری و c عمق تار خنثی از دورترین المان فشاری است. برای بتن محصور نشده، $\varepsilon_{c,\max} = \varepsilon_{cu} = ۰/۰۰۳$ و برای بتن محصور شده‌ی FRP، $\varepsilon_{c,\max} = \varepsilon_{ccu}$ است.

برای محاسبه‌ی نیروی فشاری قابل تحمل توسط بتن در خروج از مرکزیت e، مقطع عرضی بتن به لایه‌های محدودی تقسیم و نیروی فشاری در بتن توسط انتگرال‌گیری عددی در هر لایه از بتن محاسبه می‌شود. فرض می‌شود مقطع صفحه‌یی، به همان صورت صفحه‌یی باقی بماند و نیروی کششی در بتن و محصورکننده نادیده گرفته می‌شود. معادلات تعادل به‌صورت روابط ۲۲ و ۲۳ است:

$$P = \sum_{i=۱}^{n} f_{ci} A_i \qquad (۲۲)$$

$$M = \sum_{i=۱}^{n} f_{ci} A_i d_i \qquad (۲۳)$$

که در آنها، f_{ci} تنش بتن در مرکز هر لایه، A_i سطح هر لایه و d_i فاصله‌ی بین مرکز خمیری مقطع عرضی و مرکز هر لایه در جهت عمود بر محور خنثی هستند. فرایند مدل‌های ارائه شده برای تخمین ظرفیت حمل بار در یک خروج از مرکزیت داده شده‌ی خارجی، به این صورت خلاصه می‌شود:

- برای خروج از مرکزیت داده شده‌ی e، فرض می‌شود عمق تار خنثی c باشد.
- محاسبه‌ی کرنش در هر لایه از بتن براساس الزامات سازگاری کرنش (قانون کرنش‌های خطی در طول مقطع) (توزیع کرنش‌ها و تنش‌ها بر روی عمق مقطع عرضی ستون در شکل ۵ مشاهده می‌شود).
- محاسبه‌ی تنش در هر لایه از بتن براساس روابط تنش ـ کرنش ماده (رابطه‌ی ۴).
- محاسبه‌ی نیروی فشاری محوری P و لنگر خمشی M با استفاده از رابطه‌های ۲۲ و ۲۳.
- محاسبه‌ی خروج از مرکزیت داخلی $e_{int} = \frac{M}{P}$ و مقایسه با مقدار خروج از مرکزیت داده شده (e).
- فرض عمق تار خنثی تکرار شود، تا زمانی که $e = e_{int}$ شود که در این صورت نیروی به دست آمده برابر نیروی قابل تحمل توسط ستون است.

۲.۳. داده‌های آزمایشگاهی

از جمله مطالعاتی که در مورد بتن محصور شده تحت بارگذاری خارج از مرکز انجام شده است، می‌توان به مطالعات وو و جیانگ،[۱۶] در سال ۲۰۱۳ اشاره کرد که از داده‌های آزمایشگاهی آن در نوشتار حاضر استفاده شده است. مطالعه‌ی مذکور شامل ۱۲ نمونه‌ی بتن دایره‌یی محصور شده تحت بارگذاری خارج از مرکز (از هر نمونه، ۲ آزمونه) بوده است. کلیه‌ی اطلاعات نمونه‌ها در جدول ۲ ارائه شده است.

۳.۳. مقاومت فشاری و کرنش نهایی در بارگذاری خارج از مرکز

از ۱۲ نمونه‌ی موجود در داده‌های آزمایشگاهی، ۲ نمونه تحت بارگذاری هم‌مرکز است که در آنها می‌توان مقاومت فشاری و کرنش نهایی را به‌راحتی به دست آورد. مقاومت فشاری با تقسیم نیروی قابل تحمل بر سطح مقطع نمونه به دست می‌آید و کرنش نهایی با حاصل تقسیم تغییر شکل محوری نهایی بر طول نمونه محاسبه می‌شود، که مقادیر آنها در جدول ۳ ارائه شده است. اما برای نمونه‌های تحت بارگذاری خارج از مرکز به راحتی نمی‌توان مقاومت فشاری و کرنش نهایی بتن محصور شده را محاسبه کرد، به همین دلیل در بخش کنونی برای بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک استفاده شده و روند کار به این صورت بوده است: با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مقدار مقاومت فشاری و کرنش نهایی به‌عنوان متغیرهای طراحی الگوریتم ژنتیک در محدوده‌ی تعیین شده تولید می‌شود. محدوده‌ی تعیین شده برای مقاومت فشاری بین صفر تا $5f'_{cco}$ و برای کرنش نهایی بین صفر و $5\varepsilon_{ccu}$ در نظر گرفته شده است که با توجه به مقاومت‌ها و کرنش‌های به دست آمده و با استفاده از روند اشاره شده در بخش سازگاری کرنش‌ها و تعادل نیروها، مقدار نیروهای قابل تحمل توسط نمونه (P_{Theo}) به دست می‌آیند که با نیروی به دست آمده در آزمایش مقایسه و مقدار خطا با استفاده از رابطه‌ی ۲۴ محاسبه می‌شود. این روند با استفاده از الگوریتم ژنتیک ادامه می‌یابد، تا مقدار خطا به کمترین مقدار خود برسد:

$$(e_{tot})_p = \frac{(p)_{Expe} - (p)_{Theo}}{(p)_{Expe}} \qquad (۲۴)$$

با انجام بهینه‌سازی بر روی ۱۰ نمونه‌ی آزمایشگاهی با خروج از مرکزیت و جمعیت اولیه‌ی ۷۰، پس از ۱۰۰ بار تکرار، مقادیر مقاومت فشاری و کرنش نهایی بتن تحت خروج از مرکزیت به دست آمده است، که در جدول ۳ ارائه شده است.

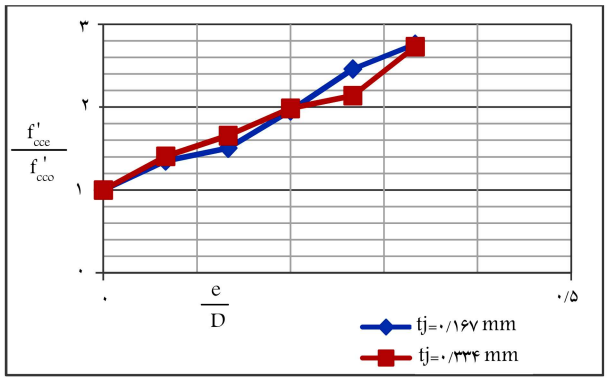
مطابق جدول ۴، با افزایش خروج از مرکزیت، مقاومت فشاری بتن محصور شده افزایش یافته است که با یافته‌های به‌دست آمده از مطالعات فام و همکاران،[۱۸] و المداوی،[۷] مغایرت دارد؛ ولی با نتایج به‌دست آمده‌ی وو و جیانگ،[۱۶] تطابق

جدول ۲. جزئیات نمونه‌های تحت بارگذاری خارج از مرکز.

شماره‌ی نمونه	R (mm)	e (mm)	E_{frp} (MPa)	ε_{frp} (٪)	t_j (mm)	f'_c (MPa)	P_{exp} (KN)
۱	۷۵	۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۱۶۷	۲۸٫۷	۱۰۰۸
۲	۷۵	۱۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۱۶۷	۲۸٫۷	۹۰۹
۳	۷۵	۲۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۱۶۷	۲۸٫۷	۷۹۵
۴	۷۵	۳۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۱۶۷	۲۸٫۷	۷۶۲
۵	۷۵	۴۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۱۶۷	۲۸٫۷	۶۶۳
۶	۷۵	۵۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۱۶۷	۲۸٫۷	۴۵۵
۷	۷۵	۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۳۳۴	۳۰٫۱	۱۵۷۷
۸	۷۵	۱۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۳۳۴	۳۰٫۱	۱۴۴۹
۹	۷۵	۲۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۳۳۴	۳۰٫۱	۱۳۰۹
۱۰	۷۵	۳۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۳۳۴	۳۰٫۱	۱۱۸۳
۱۱	۷۵	۴۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۳۳۴	۳۰٫۱	۸۵۶
۱۲	۷۵	۵۰	۲۵۴۰۰۰	۰٫۰۱۸۴	۰٫۳۳۴	۳۰٫۱	۶۹۲

جدول ۳. مقاومت فشاری و کرنش نهایی در بارگذاری خارج از مرکز.

شماره‌ی نمونه	خروج از مرکزیت (mm)	مقاومت فشاری (MPa)	کرنش نهایی
۱	۰	۵۷٫۰۷	۰٫۰۱۷۹
۲	۱۰	۷۷٫۱	۰٫۰۲۶۴
۳	۲۰	۸۵٫۹۲	۰٫۰۲۴۷
۴	۳۰	۱۱۱٫۶۷	۰٫۰۲۷۵
۵	۴۰	۱۴۰٫۵	۰٫۰۲۵۴
۶	۵۰	۱۵۷٫۵۸	۰٫۰۲۷۲
۷	۰	۸۹٫۲۹	۰٫۰۲۳
۸	۱۰	۱۲۵٫۷	۰٫۰۳۴۵
۹	۲۰	۱۴۷٫۹۵	۰٫۰۳۲۸
۱۰	۳۰	۱۷۷٫۳	۰٫۰۳۳۵
۱۱	۴۰	۱۹۱٫۰۶	۰٫۰۳۵۸
۱۲	۵۰	۲۴۳٫۹۶	۰٫۰۳۴۹



شکل ۶. نسبت مقاومت فشاری در مقابل نسبت خروج از مرکزیت به قطر نمونه (e/D).

دارد. اما کرنش نهایی برای تمامی نمونه‌ها تحت بارگذاری خارج از مرکز، مقداری تقریباً ثابت بوده است. در شکل ۶، نمودار نسبت مقاومت فشاری در مقابل نسبت خروج از مرکزیت به قطر نمونه (e/D) برای دو مقدار مختلف ضخامت ۰٫۱۶۷ و ۰٫۳۳۴ میلی‌متر مشاهده می‌شود که مطابق آن با افزایش نسبت خروج از مرکزیت، نسبت مقاومت فشاری در خروج از مرکزیت به مقاومت فشاری هم‌مرکز افزایش یافته است. با انجام تحلیل رگرسیون رابطه‌یی بین دو پارامتر مذکور ایجاد می‌شود (رابطه‌ی ۲۵) که به‌صورت خطی با ضریب معنی‌داری کمتر از ۰٫۰۰۰۱، به هم‌دیگر وابسته هستند:

$$\frac{f'_{cce}}{f'_{cco}} = ۱ + ۵\frac{e}{D} \qquad (۲۵)$$

به دو دلیل، رابطه‌ی ۲۵ برای خروج از مرکزیت‌های کوچک $e/D < ۰٫۵$ مناسب است و برای خروج از مرکزیت‌های بزرگ قابل قبول نیست:

۱. نمونه‌های آزمایشگاهی موجود در پژوهش حاضر، برای خروج از مرکزیت‌های کم آزمایش شده‌اند.

۲. اگر نمونه تحت خمش خالص (خروج از مرکزیت بی‌نهایت) قرارگیرد، f'_{cce} به سمت بی‌نهایت میل می‌کند که این باعث بی‌معنی شدن می‌شود.

بنابراین آزمایش‌های دیگری برای خروج از مرکزیت‌های بزرگ‌تر از شعاع نمونه موردنیاز است. در تمام نمونه‌های موجود در داده‌های آزمایشگاهی ذکر شده، مقدار کرنش نهایی تحت بارگذاری خارج از مرکز، تقریباً ۱٫۵ برابر کرنش نهایی در حالت هم‌مرکز بوده است، که این افزایش با مدل المداوی،[۷] نیز مغایرت دارد و با بقیه‌ی مدل‌ها در مطالعه‌ی حاضر مطابقت دارد. بنابراین تنش و کرنش نهایی با وجود خروج از مرکزیت به‌صورت رابطه‌ی ۲۶ محاسبه می‌شود:

$$f'_{cce} = f'_{cco}(۱ + ۵\frac{e}{D})$$
$$\varepsilon_{ccue} = ۱٫۵\varepsilon_{ccu} \qquad (۲۶)$$

که در آن، f'_{cco} با استفاده از رابطه‌ی ۱۵ با مقدار $\alpha = ۳٫۵$ و ε_{ccu} با استفاده از رابطه‌ی ۸ محاسبه می‌شود.

۴.۳. ارزیابی مقاومت فشاری و کرنش نهایی بتن محصور شده‌ی FRP تحت بار خارج از مرکز

در بخش کنونی، روابط به‌دست آمده در قسمت‌های قبل، با استفاده از نتایج آزمایشگاهی موجود در نوشتار هادی،[۱۹] راستی‌آزمایی شده است. در جدول ۴، نتایج آزمایشگاهی داده‌های مورد استفاده برای استخراج روابط و نتایج آزمایشگاهی در نوشتار هادی،[۱۹] به همراه نتایج مدل پیشنهادی،[۱۶] در دو حالت (بدون درنظر گرفتن و با درنظرگرفتن خروج از مرکزیت) و همچنین خطاهای آنها و مقدار بهبود یافته‌ی درصد خطاها در دو حالت (با درنظرگرفتن و بدون درنظرگرفتن خروج از مرکزیت) ارائه شده است.

مطابق جدول ۴، زمانی که خروج از مرکزیت در تخمین مقادیر مقاومت فشاری نهایی در نظرگرفته می‌شود (رابطه‌ی ۲۵)، تخمین نیروی قابل تحمل توسط ستون نسبت به حالتی که مقاومت فشاری در نظر گرفته نمی‌شود (رابطه‌ی ۱۵)، بهتر می‌شود و مدل بهتر جواب می‌دهد، به طوری که باعث کاهش بیشینه‌ی ۵۳٪ در درصد خطاهای نمونه شده و خطای کلی نمونه‌ها از ۱۱٪ به ۶٪ کاهش یافته است.

۴. نتیجه‌گیری

۱. k_ε عامل مؤثرکرنش FRP، فقط به نوع FRP بستگی ندارد، بلکه به نسبت مدول کشسانی به مقاومت فشاری بتن محصور نشده بستگی دارد.

۲. مدل‌های اصلاح شده در مطالعه‌ی حاضر، تخمین بهتری برای ستون‌های محصور شده تحت بارگذاری هم‌مرکز و خارج از مرکز ارائه می‌دهند.

۳. با افزایش خروج از مرکزیت، مقاومت فشاری بتن محصور شده افزایش می‌یابد.

۴. مدل اصلاح شده برای بارگذاری خارج از مرکز در مطالعه‌ی حاضر، برای خروج از مرکزیت‌های کوچک مناسب است.

۵. مدل پیشنهادی با درنظرگرفتن برون مرکزی نسبت به مدل بدون درنظرگرفتن خروج از مرکزی، می‌تواند خطای کلی را از ۱۱٪ به ۶٪ کاهش دهد.

جدول ۴. درصد خطای نمونه‌های تحت بارگذاری خارج از مرکز با استفاده مدل‌های پیشنهادی.

شماره‌ی نمونه	$P_{exp\,\varepsilon}$	نیروی تخمین زده با درنظرگرفتن خروج از مرکزیت	درصد خطا	نیروی تخمین زده بدون در نظرگرفتن خروج از مرکزیت	درصد خطا	کاهش درصد
۱ [۱۶]	۱۰۰۸	۹۳۸	۷	۹۳۸	۷	۰
۲ [۱۶]	۹۰۹	۸۴۶	۷	۶۶۸	۲۶٫۵	۱۹٫۵
۳ [۱۶]	۷۹۵	۸۲۱	۳٫۳	۵۳۸	۳۲٫۳	۲۹
۴ [۱۶]	۷۶۲	۷۳۴	۳٫۷	۴۱۱	۴۶٫۱	۴۲٫۴
۵ [۱۶]	۶۶۳	۵۹۳	۱۰٫۴	۲۹۰	۵۶٫۲	۴۵٫۸
۶ [۱۶]	۴۵۵	۴۱۵	۸٫۶	۱۸۰	۶۰٫۵	۵۱٫۹
۷ [۱۶]	۱۵۷۷	۱۳۸۷	۱۲٫۱	۱۳۸۷	۱۲٫۱	۰
۸ [۱۶]	۱۴۴۹	۱۲۰۸	۱۶٫۶	۹۳۰	۳۵٫۸	۱۹٫۲
۹ [۱۶]	۱۳۰۹	۱۱۷۱	۱۰٫۵	۷۴۵	۴۳٫۱	۳۲٫۶
۱۰ [۱۶]	۱۱۸۳	۱۰۵۲	۱۱٫۱	۵۶۷	۵۲٫۱	۴۱
۱۱ [۱۶]	۸۵۶	۸۵۵	۰٫۱۲	۳۹۹	۵۳٫۳	۵۳٫۲
۱۲ [۱۶]	۶۹۲	۵۹۸	۱۳٫۵	۲۴۸	۶۴٫۲	۵۰٫۷
۱۳ [۱۹]	۴۰۰	۳۴۱	۱۴٫۷	۱۴۹	۶۲٫۷	۴۸
۱۴ [۱۹]	۳۷۴	۲۶۷	۲۸٫۶	۱۵۸	۵۷٫۷	۲۹٫۱
۱۵ [۱۹]	۴۶۷	۳۰۱	۳۵٫۶	۱۰۵	۷۷٫۵	۴۱٫۹

پانوشت‌ها

1. Lam
2. Teng
3. strain efficiency factor
4. strain localization factor
5. situ factor
6. Eid
7. Fam
8. Jiang

منابع (References)

1. Ahmad, S.H., Khaloo, A.R. and Irshaid, A. "Behavior of concrete spirally confined by fiberglass filaments", *Magazine of Concrete Research*, **43**(156), pp. 143-148 (2010).
2. Fam, A.Z. and Rizkalla, S.H. "Behavior of axially loaded concrete-filled Circular Fiber-reinforced polymer tubes", *ACI Structural Journal*, **98**(3), pp. 280-289 (2001).
3. Khaloo, A.R., Javid, Y. and Tazarv, M. "Experimental study of the internal and external (FRP) confinement effect on performance of compressive concrete members", *14th World Conference on Earthquake Engineering*, Beijing (2008).
4. Teng, J.G., Chen, J.F., Smith, S.T. and Lam, L., *FRP Strengthened RC Structures*, John Wiley & Sons, New York (2001).
5. Becque, J., Patnaik, A.K. and Rizkalla, S.H. "Analytic models for concrete confined with FRP tubes", *ASCE, Journal of Composite For Constructions*, **7**(1), pp. 31-38 (2003).
6. Nanni, A. and Bradford, N.M. "FRP jacketed concrete uniaxial compression", *Construction and Building Materials*, **9**(2), pp. 115-124 (1995).
7. El Maaddawy, T. "Strengthening of eccentrically loaded reinforced concrete columns with Fiber-Reinforced Polymer wrapping system: Experimental investigation and analytical modeling", *ASCE, Journal of Composite for Constructions*, **13**(1), pp. 13-24 (2009).
8. Parvin, A. and Wang, W. "Behavior of FRP jacketed concrete column under eccentric loading", *Journal of Composite for Constructions*, **5**(3), pp. 146-152 (2001).
9. Li, J. and Hadi, M.N.S. "Behaviour of externally confined high-strength concrete columns under eccentric loading", *Composite Structures*, **62**(2), pp. 145-153 (2003).
10. Sause, R., Harries, K.A., Walkup, S.L., Pessiki, S. and Ricles, J.M. "Flexural behavior of concrete columns retrofitted with carbon fiber reinforced polymer jackets", *ACI Structural Journal*, **101**(5), pp. 708-716 (2004).
11. El Maaddawy, T., El Sayed, M. and Abdel-Magid, B. "The effects of cross-sectional shape and loading condition on performance of reinforced concrete members confined with Carbon fiber-reinforced polymers", *Material & Design*, **31**(5), pp. 2330-2341 (2010).
12. Yu, T., Zhang, B. and Teng, J.G. "Unified cyclic stress-strain model for normal and high strength concrete confined with FRP", *Engineering Structures*, **102**, pp. 189-201 (2015).
13. Lam, L. and Teng, J.G. "Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete", *Construction and Building Materials*, **17**(6), pp. 471-489 (2003).
14. Lim, J.C. and Ozbakkaloglu, T. "Hoop strains in FRP-confined concrete columns: experimental observations", *Material and Structures*, **48**(9), pp. 2839-2854 (2015).
15. El Sayed, M. and El Maaddawy, T. "Analytical model for prediction of load capacity of RC columns confined with

CFRP under uniaxial and biaxial eccentric loading", *Materials and Structures*, **44**(1), pp. 299-311 (2011).

16. Wu, Y.F. and Jiang, C. "Effect of load eccentricity on the stress-strain relationship of FRP-confined concrete columns", *Composite Structures*, **98**(3), pp. 228-241 (2013).

17. Eid, R., Roy, N. and Paultre, P. "Normal- and high-strength concrete circular elements wrapped with FRP composites", *ASCE, Journal Of Composites for Construction*, **13**(2), pp. 113-124 (2009).

18. Fam, A., Flisak, B. and Rizkalla, S. "Experimental and analytical modeling of concrete-filled FRP tubes subjected to combined bending and axial loads", *ACI Structural Journal*, **100**(4), pp. 499-509 (2003).

19. Hadi, M.N.S. "Behaviour of FRP wrapped normal strength concrete columns under eccentric loading", *Composite Structures*, **72**(4), pp. 503-511 (2006).