

# ارزیابی ظرفیت باربری پی‌های نواری متکی بر لایه‌های متوالی رس ضعیف و قوی با روش خطوط مشخصه

محمدرضا لطفی‌زاده (دکتری)

دانشکده‌ی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، تهران

محسن کمالیان\* (استاد)

پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران

مهندسی عمران شریف، (پاییز ۱۳۹۶)  
دربی ۲ - ۳۳، شماره ۱/۳، ص. ۳۸-۳۱

پژوهش حاضر جهت تعیین ظرفیت باربری پی‌های نواری متکی بر لایه‌های متوالی رس ضعیف و قوی، با استفاده از روش خطوط مشخصه‌ی تنش انجام شده است. هر چند در طبیعت عموماً با خاک‌های لایه‌یی مواجه هستیم، اما برآورد ظرفیت باربری شالوده‌های سطحی با استفاده از تئوری‌های تجربی، غالباً بر این فرض استوار است که خاک زیر شالوده، همگن و نامحدود است. در بین روش‌های عددی موجود، روش خطوط مشخصه‌ی تنش، ابزار قدرتمندی جهت حل مسائل پایداری در مهندسی ژئوتکنیک است. نوشتار حاضر، الگوریتمی مناسب جهت برآورد ظرفیت باربری استاتیکی پی نواری واقع بر خاکی دو لایه، با استفاده از روش خطوط مشخصه‌ی تنش ارائه کرده و نشان داده شده است زمانی که نسبت مقاومت برشی زهکشی‌نشده‌ی لایه‌ی بالا به پایین به سمت ۱ میل می‌کند (لایه‌ی رس فوقانی ضعیف‌تر از لایه‌ی رس تحتانی است). هر چقدر نسبت عمق لایه‌ی اول به عرض پی افزایش یابد، ضریب ظرفیت باربری  $N_c^*$  کاهش و به عدد ۱/۴۲ هم‌گرا می‌شود.

واژگان کلیدی: ظرفیت باربری، پی نواری، خاک دولایه‌ی رسی، خطوط مشخصه.

## ۱. مقدمه

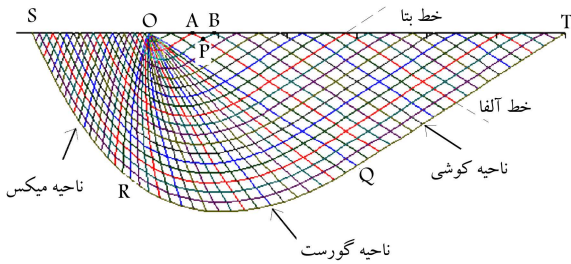
اغلب خاک‌های موجود در طبیعت به صورت غیرهمگن هستند، که می‌توان با ساده‌سازی‌هایی آن را به صورت لایه‌های همگن در نظر گرفت. ضخامت و خصوصیات لایه‌ها، از جمله مهم‌ترین عوامل مؤثر در ظرفیت باربری نهایی خاک‌های لایه‌یی هستند. در صورتی که لایه‌ی اول ضعیف‌تر از لایه‌های زیرین و نیز ضخامت آن به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد، آنگاه ممکن است دیگر لایه‌های زیرین در ظرفیت باربری تأثیرگذار نباشند. تاکنون راهکارها و روش‌های متفاوتی برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری این‌گونه خاک‌ها ارائه شده است، اما روش خطوط مشخصه‌ی تنش، که قبلاً ارائه شده است،<sup>[۱-۳]</sup> یکی از کارآمدترین روش‌های عددی است که میزان ظرفیت باربری (استاتیکی و لرزه‌یی) را برای پی‌های نواری امکان‌پذیر کرده است.

در روش مذکور، برخلاف روش‌های عددی دیگر نیازی به ایجاد شبکه‌های پیچیده و در نظر گرفتن رفتارهای پیچیده و منحصر به فرد برای خاک نیست. همچنین، در زمان گسیختگی فقط میدان تنش مدنظر است و دیگر نیازی به میدان کرنش جهت حل نیست. در نتیجه، انجام محاسبات ساده‌تر از گذشته است و جواب مسئله کرد؟

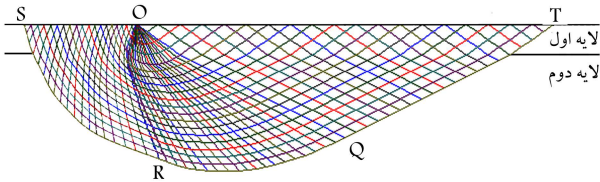
تاکنون ظرفیت باربری خاک‌های دولایه با استفاده از روش‌های متفاوتی توسط پژوهشگران دیگر بررسی و ارزیابی شده است، از جمله می‌توان به در نظر گرفتن

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۲/۱۴، اصلاحیه ۱۳۹۴/۱۰/۰۶، پذیرش ۱۳۹۴/۱۱/۰۴.



شکل ۱. خطوط مشخصه زیر نیمه راست شالوده‌ی صیقلی متکی بر خاک تک‌لایه.



شکل ۲. تصویر آرایش خطوط مشخصه، زیر نیمه راست یک پی صیقلی واقع بر خاک دولایه.

مسئله، از روش سعی و خطا استفاده شده است:

$$y_p - y_A = \tan\left[\frac{\theta_p + \theta_A}{\psi} - \mu\right] \times (x_p - x_A) \quad (الف)$$

$$y_p - y_B = \tan\left[\frac{\theta_p + \theta_B}{\psi} + \mu\right] \times (x_p - x_A) \quad (ب)$$

$$\begin{aligned} -\sin(\psi\mu) \times [p_p - p_A] + [R_A + R_p] \times [\theta_p - \theta_A] \\ = -\gamma \times \sin(-\varepsilon + \psi\mu) \times [x_p - x_A] \\ -\gamma \times \cos(-\varepsilon + \psi\mu) \times [y_p - y_A] \end{aligned} \quad (الف)$$

$$\begin{aligned} \sin(\psi\mu) \times [p_p - p_B] + [R_B + R_p] \times [\theta_p - \theta_B] \\ = -\gamma \times \sin(-\varepsilon - \psi\mu) \times [x_p - x_B] \\ -\gamma \times \cos(-\varepsilon - \psi\mu) \times [y_p - y_B] \end{aligned} \quad (ب)$$

برای شروع، ابتدا حدس‌های اولیه‌ی پارامترهای  $\theta_P$ ،  $\phi_P$ ،  $y_P$ ،  $x_P$  از پارامترهای  $\theta_P$  و  $\phi_P$  در دستگاه معادلات ۲ قرار داده شده است. در نتیجه، اعداد جدیدی برای پارامترهای  $\theta_P$  و  $\phi_P$  به دست خواهد آمد. مقادیر حاصل شده در دستگاه معادلات ۱ قرار داده شده است، تا مقادیر جدیدی برای پارامترهای  $x_P$  و  $y_P$  به دست آید. عملیات فوق‌آن قدر تکرار شده است تا دقت مدنظر حاصل شود. با ادامه دادن در جهت مرز مشخصه OT و همچنین پیدا کردن دیگر نقاط نظیر نقطه‌ی P، مرز معلوم و غیرمشخصه دیگری، همانند O'T حاصل می‌شود که شروع حرکت جدیدی برای به دست آوردن نقاط پایینی است.

### ۲.۱.۲. خاک دولایه

با توجه به شرایط مرزی، تنش‌های قائم و برشی در محل مرز برابر است (شکل ۳). با توجه به روابط تعادل ۳ (الف و ب):

$$\sigma_{x1} = \sigma_{x2} \quad (الف)$$

$$\tau_{xy1} = \tau_{xy2} \quad (ب)$$

میانگین پارامترهای مقاومتی [۶] و یا استفاده از تعادل حدی، [۷-۹] تا رویکردهای آنالیز حدی سخت‌گیرانه‌تر، اشاره کرد. [۱۰-۱۲] همچنین، رویکردهای نیمه تجربی بر مبنای مطالعات تجربی، [۱۳، ۱۴] پیشنهاد شده است. علاوه بر آن، از روش آنالیز عددی هم به منظور حل مسئله‌ی مذکور، [۱۵، ۱۶] استفاده شده است.

در نوشتار حاضر تلاش شده است تا با استفاده از روش خطوط مشخصه تنش، جوابی برای سؤال اخیر ارائه شود. به همین جهت، ضمن مروری گذرا بر نحوه‌ی برآورد ضرایب ظرفیت باربری شالوده‌های نواری سطحی صیقل واقع بر یک خاک همگن، الگوریتمی برای خاک‌های دولایه ارائه شده است. سپس با استفاده از نرم‌افزاری با عنوان BCTL<sup>۱</sup> استخراج شده از الگوریتم ذکر شده، تغییرات ضریب ظرفیت باربری استاتیکی پی‌های نواری صیقل ( $N_c^*$ )، بر روی دولایه رس زهکشی نشده بررسی و در پایان جدول‌ها و گراف‌هایی در این راستا ارائه شده است.

## ۲. الگوریتم حل مسئله با روش خطوط مشخصه تنش

شکل ۱، تصویری از چگونگی آرایش خطوط مشخصه، زیر نیمه سمت راست یک پی متکی بر خاک همگن را نشان می‌دهد، که مطابق آن، خاک زیر پی از ناحیه‌ی خمیری شده به این شرح تشکیل می‌شود، که باید به ترتیب، یکی پس از دیگری حل شوند:

۱. منطقه‌ی کوشی (OTQ) که در آن، وضعیت مرزی شامل پارامترهای  $p$  (تنش متوسط)،  $\theta$  (جهت تنش با تنش اصلی بیشینه) و مختصات نقاط در راستای یک منحنی غیرمشخصه (یعنی مرز OT) مشخص است.

۲. منطقه‌ی گورست (OQR) که در آن، وضعیت مرزی شامل پارامترهای  $p$  و  $\theta$  و مختصات نقاط در راستای دو ویژگی OQ و همچنین نقطه‌ی O (که خود یک منحنی مشخصه  $\beta$  با طول قوس بسیار بسیار کوچک است) مشخص شده است.

۳. منطقه‌ی میکس (ORS) که در آن، برخی از شرایط مرزی در راستای منحنی مشخصه OR و همچنین بعضی دیگر از شرایط (مثلاً  $\theta$ ) در راستای منحنی غیرمشخصه (که همان مرز OS است) معلوم است.

برای خاک‌های دولایه، روش حل همانند حالت همگن است، فقط در محل مرز باید از روابط جدید تعادل استفاده کرد. به همین منظور و در راستای توسعه‌ی برنامه‌ی SLM<sup>۲</sup> (کمالیان و همکاران، ۲۰۰۸)، [۵] برنامه‌ی BCTL<sup>۱</sup> نوشته شده است. شکل ۲، تصویری از حل مسئله برای نیمه راست یک شالوده‌ی نواری صیقل واقع بر خاک دولایه را نشان می‌دهد. در ادامه، اصول کلی حل مسئله برای منطقه‌ی مذکور تشریح شده است.

### ۲.۱.۲. حل منطقه‌ی کوشی

#### ۲.۱.۱. خاک تک‌لایه

بر روی مرز مشخصه OT، دو نقطه کنار هم (A و B) در نظر گرفته شده است. از برخورد دو خط مشخصه  $\alpha$  و  $\beta$ ، نقطه‌ی P به دست خواهد آمد. اکنون برای تعیین پارامترهای  $p$ ،  $\theta$  و همچنین مختصات نقطه‌ی P، از روابط دستگاه معادلات که به شکل روابط ۱ (الف و ب) و ۲ (الف و ب) است، باید استفاده کرد. برای حل

را برای لایه دوم در محل مرز به دست آورد. با توجه به دانستن مقادیر  $P$  و  $\theta$ ، می‌توان همانند لایه اول در منطقه کوشی، مسئله را برای لایه دوم (با توجه به چسبندگی لایه دوم) حل کرد. یعنی، ابتدا با توجه به روابط تعادل، مقادیر  $P$  و  $\theta$  برای نقاط  $A$  و  $B$  در لایه پایینی به دست آمده و سپس همانند لایه اول، مسئله برای به دست آوردن مقادیر نقطه  $P$  حل شده است (شکل ۵).

## ۲.۲. حل منطقه‌ی گورست

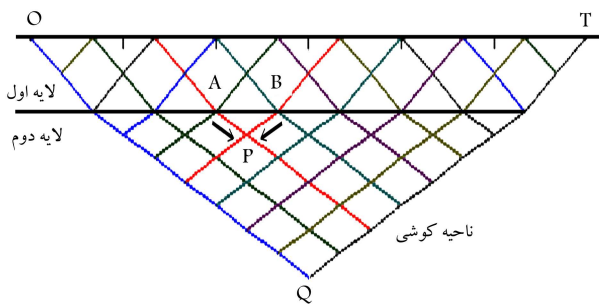
### ۱.۲.۲. خاک تک‌لایه

نقطه  $O$  مرزی مشخصه است که طول قوس آن صفر است. نقطه‌ی نخستین این مرز مشخصه با منطقه‌ی کوشی مشترک و پارامترهای  $p$  و  $\theta$  در آن معلوم و همچنین در نقطه‌ی آخر آن که با منطقه‌ی میکس مشترک بوده است، مقدار پارامتر  $\theta$  معلوم است. با استفاده از رابطه‌ی ۲ ب و همچنین در نظر گرفتن اینکه سمت راست تساوی صفر است، پارامتر  $p$  را می‌توان در نقاط میانی و انتهایی برای مرز مشخصه ذکر شده به دست آورد. در ادامه، می‌توان به این شکل عمل کرد: خط مشخصه‌ی  $\alpha$  از نقطه‌ی دوم واقع بر مرز مشخصه‌ی  $\beta$  و همچنین خط مشخصه‌ی  $\beta$  از نقطه‌ی دوم واقع بر مرز مشخصه‌ی  $\alpha$  (OQ) می‌گذرد. برای به دست آوردن متغیرهای  $p$ ،  $\theta$  و همچنین مختصات در محل برخورد دو خط مشخصه‌ی (که همان نقطه‌ی  $P$  است)، به صورت روش حل در منطقه‌ی کوشی عمل می‌شود. حال، نقطه‌ی  $P$  و نقطه‌ی سوم واقع بر مرز مشخصه‌ی  $\alpha$  به جای نقاط شروع قبلی جایگزین و مجدداً روش فوق انجام می‌شود. با ادامه‌ی تکرار مراحل بالا، مختصات و متغیرهای  $p$  و  $\theta$  در راستای خط مشخصه  $\alpha$  دوم، از منطقه‌ی گورست حاصل می‌شود. با جایگزین کردن مقادیر در مرز مشخصه و همچنین تکرار عملیات، امکان به دست آوردن نقاط جدید در راستای مرز مشخصه‌ی  $\beta$  حاصل و در نتیجه، حل منطقه‌ی گورست امکان‌پذیر می‌شود.

### ۲.۲.۲. خاک دو لایه

در محل مرز دو لایه، با توجه به تغییرات زاویه‌ی  $\theta$  از  $۹۰^\circ$  تا  $۰^\circ$  درجه (با توجه به صیقل بودن سطح زیرین پی)، حالات مختلفی جهت حل به وجود می‌آید. برای نمونه، دو حالت کلی آن در ذیل بررسی شده است:

حالت  $X_P = \langle X_B, X_A \rangle$  (شکل ۶): در این حالت، زمانی که  $X_A$  و  $X_B$  در لایه اول قرار گرفته باشند، روش حل همانند حالت توضیح داده شده برای خاک تک‌لایه است ( $X$  ارتفاع نقطه از سطح زمین است). همچنین، زمانی که  $X_A$  و  $X_B$  در لایه دوم باشند، روش حل مانند قبل بوده است، فقط از زاویه‌ی اصطکاک و چسبندگی و وزن مخصوص خاک در لایه‌ی دوم برای روابط استفاده می‌شود. در غیر این صورت، ابتدا باید از روابط تعادل برای



شکل ۵. تأثیر تغییر لایه در ناحیه‌ی کوشی برای  $۱۰^\circ$  نقطه.

همچنین، با توجه به میانی ریاضی روش مربوط و شکل ۴، رابطه‌ی ۴ (الف، ب و ج) به دست خواهد آمد:

$$\sigma_x = p + R \times \cos 2\theta \quad (\text{الف})$$

$$\sigma_y = p - R \times \cos 2\theta \quad (\text{ب})$$

$$\tau_{xy} = R \times \sin 2\theta \quad (\text{ج})$$

که در آن،  $R$  از رابطه‌ی ۵ به دست می‌آید:

$$R = p \times \sin \varphi + c \times \cos \varphi \quad (\text{د})$$

که در آن،  $R$  شعاع دایره و  $p$  فاصله‌ی مرکز دایره با مبدأ مختصات است (شکل ۴). حال با ترکیب روابط فوق، روابط ۶ (الف و ب) را خواهیم داشت:

$$p_1 + R_1 \times \cos 2\theta_1 = p_2 + R_2 \times \cos 2\theta_2 \quad (\text{الف})$$

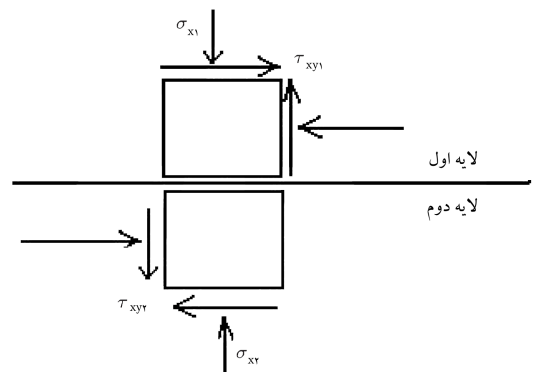
$$R_1 \times \sin 2\theta_1 = R_2 \times \sin 2\theta_2 \quad (\text{ب})$$

که در آن‌ها،  $R_1$  و  $R_2$  از رابطه‌ی ۷ (الف و ب) به دست می‌آیند:

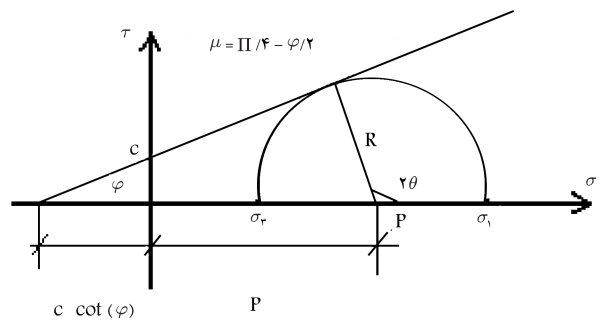
$$R_1 = p_1 \times \sin \varphi_1 + c_1 \times \cos \varphi_1 \quad (\text{الف})$$

$$R_2 = p_2 \times \sin \varphi_2 + c_2 \times \cos \varphi_2 \quad (\text{ب})$$

اندیس ۱، مربوط به لایه‌ی بالا و اندیس ۲، مربوط به لایه‌ی زیرین است. اکنون، با توجه به معلوم بودن  $P$ ،  $\theta$  و چسبندگی لایه‌ی اول، همچنین مشخص بودن چسبندگی لایه‌ی دوم، می‌توان از حل دو رابطه‌ی دو مجهول، مقادیر  $P$  و  $\theta$



شکل ۳. وضعیت تنش در محل مرز دو لایه.



شکل ۴. دایره‌ی موهر در وضعیت گسیختگی.

را در هر دو قسمت راستی و چپی شالوده به دست آورد. از این طریق، نیروی گسیختگی شالوده حاصل می‌شود.

### ۲.۳.۲. خاک دولایه

در این حالت، زمانی که ارتفاع نقاط  $A$ ،  $B$  و  $P$  در لایه‌ی اول و یا لایه‌ی دوم باشند؛ همانند، خاک تک‌لایه عمل می‌شود. اما، در غیر این صورت (شکل ۷) باید همانند حالت دوم در ناحیه‌ی گورست عمل کرد. یعنی با توجه به اینکه نقطه‌ی  $B$  در لایه‌ی دوم و نقطه‌ی  $A$  در لایه‌ی اول است، باید نسبت به حل ۶ معادله و ۶ مجهول (روابط ۱ الی ۳) برای به دست آوردن مشخصات نقطه‌ی  $P$  به طور هم‌زمان اقدام کرد (در این حالت ارتفاع مرز بر حسب ارتفاع  $P$  اندکی بالاتر و یا پایین‌تر از مرز قرار می‌گیرد).

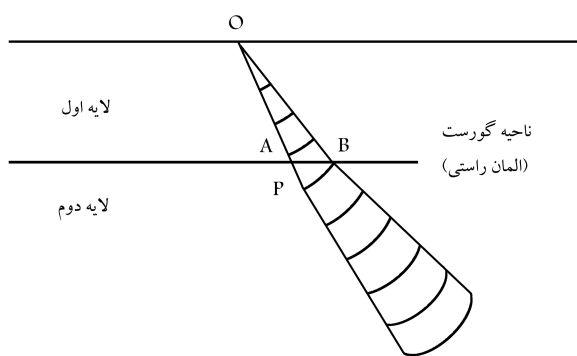
مثال: شالوده‌ی نواری، واقع بر یک خاک همگن (مشخصات دو لایه یکسان در نظر گرفته شده است)، با کف صیقل به عرض ۲ متر در نظر گرفته شده است. این شالوده تحت اثر باری قائم در مرکز خود است. همچنین، ناحیه‌ی واقع در سمت راست پی و به طول ۶ متر، خمیری در نظر گرفته شده است. جهت تنش اصلی بیشتر در مجاورت پی، عمود و همچنین، مقدار متوسط تنش‌های اصلی مساوی با  $17321$  کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع است. خاک همگن (دو لایه با خصوصیات یکسان) واقع در زیر آن، وزن مخصوص  $10$  کیلو نیوتن بر متر مکعب، چسبندگی  $10$  کیلو پاسکال و زاویه‌ی اصطکاک  $30$  درجه داشته است. شکل ۸، نحوه‌ی آرایش خطوط مشخصه در یک خاک همگن (خصوصیات دو لایه‌ی مشابه) و زیر یک شالوده‌ی نواری سطحی را نمایش می‌دهد. منحنی‌ها و خطوط  $OS$  و  $OR$ ،  $OQ$  به ترتیب نمایشگر مرز مشترک بین مناطق کوشی و گورست، مرز مشترک بین مناطق گورست و میکس و نهایتاً زیر پی هستند.

جدول های ۱ الی ۳، محل مختصات دو گره ابتدایی و انتهایی از ۷ گره در نظر گرفته شده، جهت اجرای برنامه ارائه شده‌اند. همچنین اندازه‌ی زاویه‌ی راستای تنش اصلی بیشتر با محور عمودی (زاویه‌ی  $\theta$ ) و متوسط اندازه‌ی دو تنش اصلی ( $p$ )، واقع بر ۳ منحنی ارائه شده و با نتایج به دست آمده‌ی بوکر و دیویس<sup>[۲]</sup> و همچنین کمالیان و همکاران<sup>[۵]</sup> مقایسه شده‌اند.

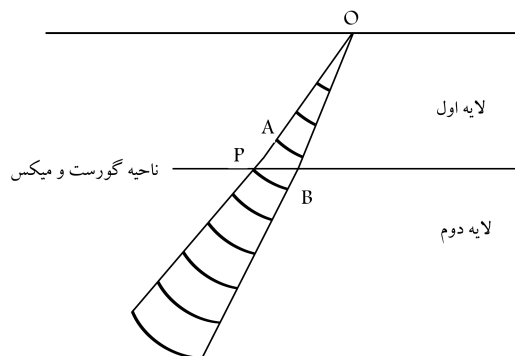
لازم به ذکر است، شکل ترسیم شده توسط پژوهشگران مذکور، دقیقاً همان آرایش خطوط مشخصه‌ی تنش، در شکل ۸ را نشان می‌دهد، که مطابق آن، نتایج حاصل از خطوط مشخصه (نرم افزار BCTL)، تطابق بسیار مناسبی با نتایج به دست آمده توسط پژوهشگران مذکور داشته و درصد خطاها در همه‌ی نقاط زیر ۱٪ بوده است. همچنین شکل ۹، بیانگر تغییرات ضریب ظرفیت باربری  $N_c$  در مقابل تغییر زاویه‌ی اصطکاک برای یک خاک همگن با استفاده از برنامه‌ی BCTL، در مقایسه با نتایج حاصل از پژوهش مارتین<sup>[۴]</sup>، برای خاک یک لایه است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج حاصل انطباق بسیار خوبی دارد.

جدول ۱. مختصات نقاط و مقادیر  $p$  و  $\theta$  در مرز مشترک کوشی و گورست.

گره	پژوهشگران	$x$	$y$	$\theta$	$p$
	بوکر و دیویس (۱۹۷۷)	۰٫۰۰	۰٫۰۰	۹۰٫۰۰	۱٫۷۳
۱	کمالیان (۲۰۰۸)	۰٫۰۰	۰٫۰۰	۹۰٫۰۰	۱٫۷۳
	تحقیق حاضر	۰٫۰۰	۰٫۰۰	۹۰٫۰۰	۱٫۷۳
	بوکر و دیویس (۱۹۷۷)	۱٫۷۳	۳٫۰۰	۹۰٫۰۰	۵٫۲۰
۷	کمالیان (۲۰۰۸)	۱٫۷۳	۳٫۰۰	۹۰٫۰۰	۵٫۲۰
	تحقیق حاضر	۱٫۷۳	۳٫۰۰	۹۰٫۰۰	۵٫۲۰



شکل ۶. تصویر شماتیک از اثر تغییر لایه در منطقه‌ی گورست.



شکل ۷. تصویر شماتیک از اثر تغییر لایه در منطقه‌های گورست و میکس.

به دست آوردن مقادیر جدید  $P$  و  $\theta$  برای نقاط  $A$  و  $B$  استفاده کرد. سپس به حل مسئله در لایه‌ی دوم پرداخته شده است (در این حالت ارتفاع مرز بر حسب ارتفاع  $A$  اندکی بالاتر و یا پایین‌تر قرار می‌گیرد).

حالت  $X_B > X_P$  (شکل ۷): در این حالت نیز همانند حالت ۱، چنانچه  $X_P$ ،  $X_A$  و  $X_B$  در لایه‌ی اول باشند، روش حل همانند حالت توضیح داده شده برای خاک تک‌لایه است. همچنین زمانی که  $X_P$ ،  $X_A$  و  $X_B$  در لایه‌ی دوم باشند، روش حل مانند قبل بوده و فقط از زاویه‌ی اصطکاک و چسبندگی و وزن مخصوص خاک در لایه‌ی دوم برای روابط استفاده شده است. در غیر این صورت، با توجه به اینکه نقطه‌ی  $B$  در لایه‌ی دوم و نقطه‌ی  $A$  در لایه‌ی اول است، باید نسبت به حل ۶ معادله و ۶ مجهول (روابط ۱ الی ۳) برای به دست آوردن مشخصات نقطه‌ی  $P$  به طور هم‌زمان اقدام کرد (در این حالت ارتفاع مرز بر حسب ارتفاع  $p$ ، اندکی بالاتر و یا پایین‌تر از مرز قرار می‌گیرد).

### ۳.۲. حل ناحیه‌ی میکس

#### ۱.۳.۲. خاک تک‌لایه

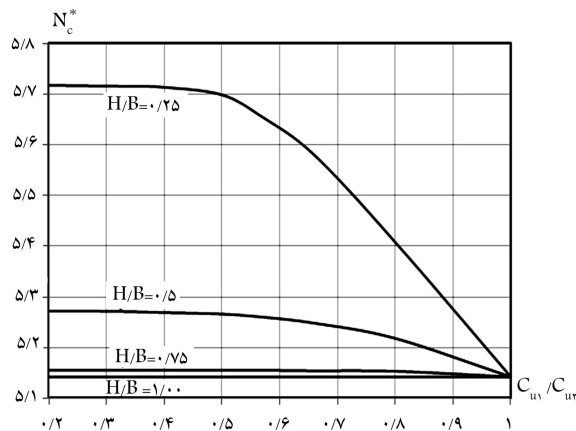
پس از حل منطقه‌ی گورست، متغیرهای  $p$ ،  $\theta$  و مختصات در راستای انتهایی ترین خط مشخصه‌ی  $\alpha$ ، یعنی منحنی  $OR$  حاصل می‌شود. خط مشخصه‌ی  $\alpha$ ، یک مرز مشخصه در منطقه‌ی میکس است، که مشخصات آن معلوم است. جهت حل منطقه‌ی میکس، باید شبیه به منطقه‌ی گورست عمل شود. اکنون، پس از حل منطقه‌ی میکس، محاسبه‌ی نحوه‌ی تقسیم فشار در زیر و قسمت راستی شالوده (خط  $OS$ ) ممکن می‌شود. با انتگرال‌گیری از مؤلفه‌ها، می‌توان نیروی تماس فشاری

تقارن دوطرفه است. در نتیجه، ظرفیت باربری شالوده مساوی با جمع مقادیری است که سمت راست و چپ مسئله ارائه می‌دهد. اکنون می‌توان به این شکل عمل کرد:

۱. ابتدا مسئله، از قسمت راست شالوده حل شود که در نتیجه‌ی آن، فشار تماسی در زیر شالوده به دست می‌آید.
۲. مسئله از قسمت چپ شالوده حل شود که در نتیجه‌ی آن فشار تماسی زیر شالوده به دست می‌آید (در این حالت به دلیل تقارن، مقدار به دست آمده مساوی مرحله‌ی اول است).
۳. جمع مقدارهای به دست آمده برای فشارهای تماسی حاصل از شماره‌های ۱ و ۲ را می‌توان به عنوان ظرفیت باربری شالوده ( $q_v$ ) در نظر گرفت.
۴. مقدار  $N_c$ ، از رابطه‌ی  $N_c = q_{ave}/c$  محاسبه می‌شود که در آن،  $q_{ave}$  فشار متوسط در زیر پی است.

#### ۴. ضریب ظرفیت باربری $N_c^*$ خاک دولایه

در بخش حاضر، بررسی پارامتریکی به منظور حصول ضریب ظرفیت باربری  $N_c^*$ ، براساس نسبت  $C_{u1}/C_{u2}$  (مقاومت برشی زهکشی نشده مربوط به لایه‌ی رویی و  $C_{u2}$  مقاومت برشی زهکشی نشده مربوط به لایه‌ی زیرین است) و همچنین نسبت  $H/B$  (ضخامت لایه‌ی رس بالا و  $B$  عرض پی) انجام شده است. برای این منظور، ۹ نسبت مختلف از  $C_{u1}/C_{u2}$ ، یعنی: ۱، ۰/۸، ۰/۶۶، ۰/۵۷، ۰/۵، ۰/۴، ۰/۳۳، ۰/۲۵ و ۰/۲ به همراه ۴ نسبت  $H/B$ ، یعنی: ۱، ۰/۷۵، ۰/۵ و ۰/۲۵ در نظر گرفته شده است. در مجموع ۳۶ حالت انتخاب شده است و در جدول ۴، ضریب ظرفیت باربری  $N_c^*$  ارائه شده است. در شکل ۱۰، نتایج حاصل از پژوهش حاضر برای نسبت‌های مختلف چسبندگی لایه‌ی اول به دوم و همچنین تغییرات ضخامت لایه‌ی بالا به عرض پی ارائه شده است. با افزایش نسبت  $H/B$  و همچنین وقتی که نسبت  $C_{u1}/C_{u2}$  به سمت ۱ میل می‌کند (لایه‌ی رس بالا ضعیف‌تر از لایه‌ی رس زیرین است)، آنگاه مقدار  $N_c^*$  برای ضریب ظرفیت باربری  $N_c^*$  حاصل می‌شود. همچنین برای زمانی که مقادیر  $H/B$  برابر با اعداد ۰/۷۵ و ۱/۰ باشد، ظرفیت باربری فارغ از نسبت‌های  $C_{u1}/C_{u2}$  است. این موضوع بیانگر آن است که مکانیزم گسیختگی به همان لایه‌ی رویی محدود شده است و کل خاک به شکل یک پارچه و همگن و فقط با خصوصیات



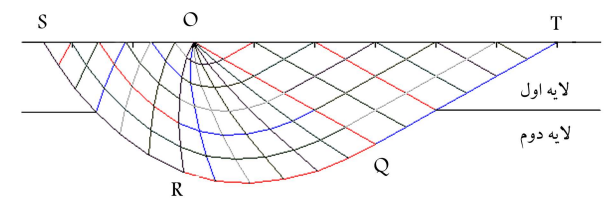
شکل ۱۰.  $N_c^*$  برای ضخامت‌های مختلف لایه‌ی اول.

جدول ۲. مختصات نقاط و مقادیر  $p$  و  $\theta$  در مرز مشترک گورست و میکس.

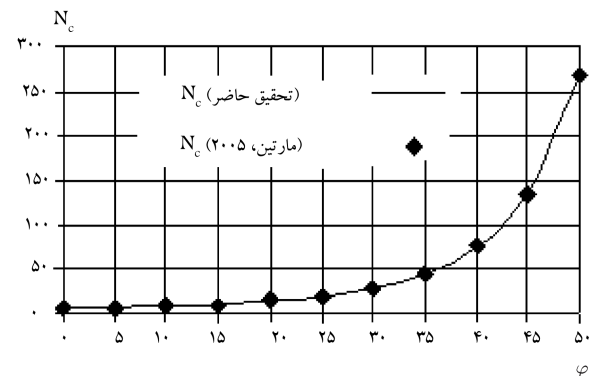
گره	پژوهشگران	$x$	$y$	$\theta$	$P$
	بوکر و دیویس (۱۹۷۷)	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۹/۵۲
۱	کمالیان (۲۰۰۸)	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۹/۸۲
	تحقیق حاضر	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۹/۸۲
	بوکر و دیویس (۱۹۷۷)	۱/۷۹	-۰/۵۵	۲۱/۰۵	۳۲/۴۷
۷	کمالیان (۲۰۰۸)	۱/۷۸	-۰/۵۶	۲۱/۰۵	۳۲/۷۰
	تحقیق حاضر	۱/۷۸	-۰/۵۶	۲۱/۰۵	۳۲/۷۰

جدول ۳. مختصات نقاط و مقادیر  $p$  و  $\theta$  در زیر شالوده.

گره	پژوهشگران	$x$	$y$	$\theta$	$P$
	بوکر و دیویس (۱۹۷۷)	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۹/۵۲
۱	کمالیان (۲۰۰۸)	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۹/۸۲
	تحقیق حاضر	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۹/۸۲
	بوکر و دیویس (۱۹۷۷)	۰/۰۰	-۲/۰۱	۰/۰۰	۴۹/۴۴
۷	کمالیان (۲۰۰۸)	۰/۰۰	-۲/۰۱	۰/۰۰	۴۹/۲۵
	تحقیق حاضر	۰/۰۰	-۲/۰۱	۰/۰۰	۴۹/۲۵



شکل ۸. خطوط مشخصه بر روی خاک دو لایه با مشخصات یکسان.



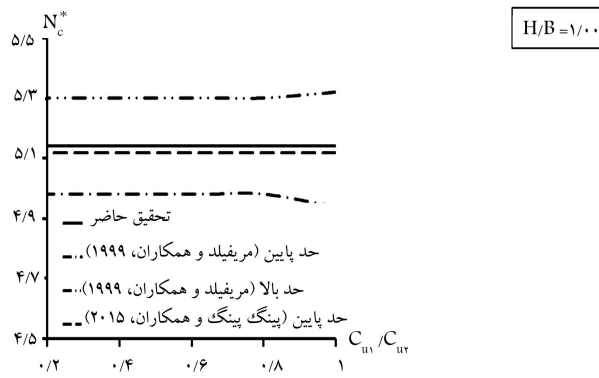
شکل ۹. تغییرات  $N_c$  در مقابل  $C_u$  برای خاک دولایه با خصوصیات یکسان.

#### ۳. ضریب ظرفیت باربری $N_c$ در خاک همگن

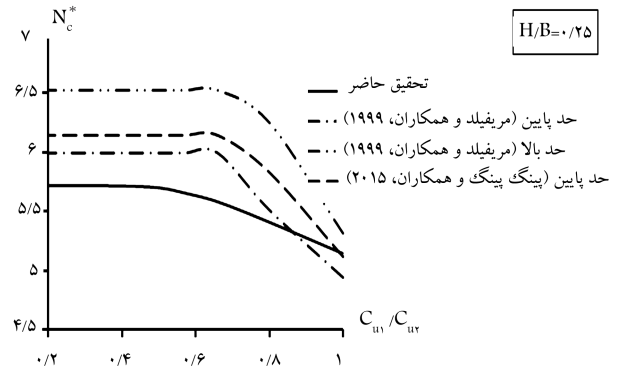
برای به دست آوردن ضریب  $N_c$  فرض می‌شود که محیط، سربرار و وزن ندارد و فقط چسبندگی ( $c$ ) دارد. اکنون با استفاده از قضیه‌ی حالات مرتبط، [۱۷] و بدون در نظر گرفتن وزن محیط، روابط دیفرانسیلی تعادل به شکل همگن در آمده است که پس از حل کردن، فشار یکنواختی در زیر شالوده برای هر یک از دو سمت راست و چپ حاصل می‌شود. به همین علت، گسیختگی توده‌ی خاک زیر شالوده به شکل

جدول ۴. مقایسه‌ی نتایج حاصل برای ضریب ظرفیت باربری  $N_c^*$ .

پسنگ‌پسنگ و همکاران (۲۰۱۵)	حد مرغیلد (۱۹۹۹)		پژوهش حاضر	$C_{u1}/C_{u2}$	H/B
	بالا	پایین			
۵,۱۲	۵,۳۲	۴,۹۴	۵,۱۴۲	۱	
۵,۸۳	۶,۲۵	۵,۵۱	۵,۴۰۸	۰,۸	
۶,۱۴	۶,۵۲	۵,۹۹	۵,۵۸۰	۰,۶۶	
۶,۱۴	۶,۵۲	۵,۹۹	۵,۶۵۵	۰,۵۷	
۶,۱۴	۶,۵۲	۵,۹۹	۵,۶۹۹	۰,۵	۰,۲۵
۶,۱۴	۶,۵۲	۵,۹۹	۵,۷۱۴	۰,۴	
۶,۱۴	۶,۵۲	۵,۹۹	۵,۷۱۶	۰,۳۳	
۶,۱۴	۶,۵۲	۵,۹۹	۵,۷۱۷	۰,۲۵	
۶,۱۴	۶,۵۲	۵,۹۹	۵,۷۱۸	۰,۲	
۵,۱۲	۵,۳۲	۴,۹۴	۵,۱۴۲	۱	
۵,۲۳	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۲۱۸	۰,۸	
۵,۲۴	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۲۴۸	۰,۶۶	
۵,۲۴	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۲۶۰	۰,۵۷	
۵,۲۴	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۲۶۶	۰,۵	۰,۵۰
۵,۲۴	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۲۶۹	۰,۴	
۵,۲۴	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۲۷۱	۰,۳۳	
۵,۲۴	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۲۷۲	۰,۲۵	
۵,۲۴	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۲۷۲	۰,۲	
۵,۱۱	۵,۳۲	۴,۹۴	۵,۱۴۲	۱	
۵,۱۲	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۱۵۳	۰,۸	
۵,۱۲	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۱۵۴	۰,۶۶	
۵,۱۲	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۱۵۵	۰,۵۷	
۵,۱۲	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۱۵۵	۰,۵	۰,۷۵
۵,۱۲	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۱۵۵	۰,۴	
۵,۱۲	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۱۵۵	۰,۳۳	
۵,۱۲	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۱۵۵	۰,۲۵	
۵,۱۲	۵,۴۹	۴,۹۸	۵,۱۵۵	۰,۲	
۵,۱۲	۵,۳۲	۴,۹۴	۵,۱۴۲	۱	
۵,۱۲	۵,۳	۴,۹۸	۵,۱۴۲	۰,۸	
۵,۱۲	۵,۳	۴,۹۸	۵,۱۴۲	۰,۶۶	
۵,۱۲	۵,۳	۴,۹۸	۵,۱۴۲	۰,۵۷	
۵,۱۲	۵,۳	۴,۹۸	۵,۱۴۲	۰,۵	۱,۰۰
۵,۱۲	۵,۳	۴,۹۸	۵,۱۴۲	۰,۴	
۵,۱۲	۵,۳	۴,۹۸	۵,۱۴۲	۰,۳۳	
۵,۱۲	۵,۳	۴,۹۸	۵,۱۴۲	۰,۲۵	
۵,۱۲	۵,۳	۴,۹۸	۵,۱۴۲	۰,۲	

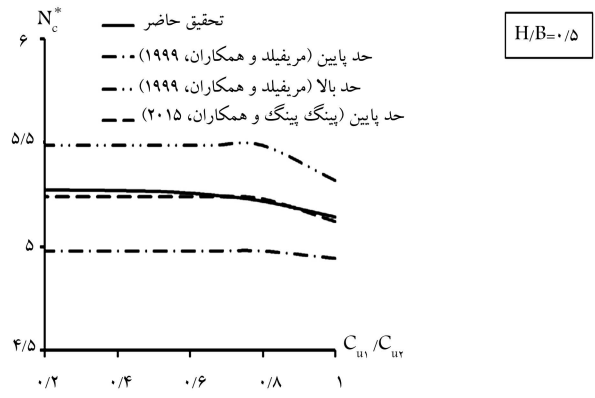


شکل ۱۴. مقایسه‌ی نتایج  $N_c^*$  برای  $H/B=1/0$ .



شکل ۱۱. مقایسه‌ی نتایج  $N_c^*$  برای  $H/B=0/25$ .

به نتایج به دست آمده از پژوهش مرفیلد و همکاران (برای حدود بالا و پایین) قرار گرفته است. با مقایسه‌ی نتایج پژوهش حاضر با نتایج پینگ پینگ و همکاران ملاحظه می‌شود وقتی که ضخامت لایه‌ی اول به عرض پی کم باشد، لایه‌ی دوم در تعیین ظرفیت باربری تأثیرگذار است. همچنین برای زمانی که نسبت ضخامت لایه‌ی فوقانی به عرض شالوده کوچک می‌شود، نتایج حاصل از پژوهش حاضر، اعدادی کمتر از روش‌های دیگر ارائه می‌کند. از جمله دلایل آن می‌توان به این موضوع اشاره کرد که روش خطوط مشخصه‌ی تنش، یک روش آنالیز حد پایین است که معمولاً در بارهای گسیختگی کمتر از بار گسیختگی دقیق اتفاق می‌افتد. همچنین نتایج پژوهش حاضر برای پی‌های صیقلی و زمانی که خاک زیر آن خمیری کامل است، محاسبه شده است.

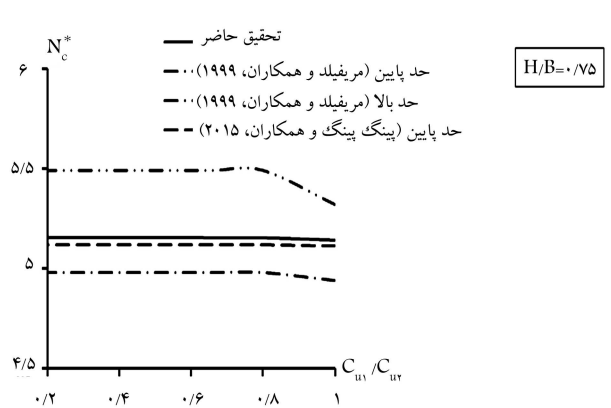


شکل ۱۲. مقایسه‌ی نتایج  $N_c^*$  برای  $H/B=0/5$ .

## ۵. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، الگوریتم جدید و کارآمدی به منظور محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی‌های نواری صیقلی واقع بر دو لایه خاک رس زهکشی نشده، با استفاده از روش خطوط مشخصه‌ی تنش ارائه شده است. همچنین به منظور اعتبارسنجی الگوریتم پیشنهادی، جواب‌های به دست آمده با نتایج حاصل از پژوهش دیگر پژوهشگران نظیر پینگ پینگ و همکاران (۲۰۱۵) و مرفیلد و همکاران (۱۹۹۹) مقایسه شده است. در یک خاک دو لایه‌ی رسی (به طوری که لایه‌ی بالا ضعیف‌تر از لایه‌ی زیرین باشد)، نتایج حاصل نشان می‌دهد مادامی که ضخامت لایه‌ی اول کمتر از عمق بحرانی باشد، خصوصیات لایه‌ی دوم در مقدار ظرفیت باربری کل مؤثر است. در این حالت، با افزایش ضخامت لایه‌ی بالا به عرض پی و همچنین افزایش نسبت چسبندگی لایه‌ی بالا به پایین (به سمت عدد ۱)، مقدار ضریب ظرفیت باربری  $N_c^*$  کاهش و به مقدار عدد ۵/۱۴۲ نزدیک می‌شود. همچنین برای زمانی که نسبت ضخامت لایه‌ی اول نسبت به عرض پی زیاد باشد (بزرگ‌تر از ۰/۷۵)، عملاً ظرفیت باربری فونداسیون فارغ از نسبت‌های چسبندگی دو لایه خواهد بود. این موضوع بیانگر آن است که مکانیزم گسیختگی به همان لایه‌ی رویی محدود می‌شود و کل خاک به شکل یکپارچه و همگن و فقط با توجه به خصوصیات لایه‌ی اول عمل می‌کند.

همچنین با توجه به خمیری بودن کامل خاک زیر پی و صیقلی در نظر گرفتن کف شالوده، نتایج حاصل از روش مذکور، یک حد پایین است که نسبت به نتایج به دست آمده‌ی دیگر پژوهشگران، در محدوده‌ی مناسبی قرار گرفته است. در ادامه، نیز جدول‌ها و نمودارهایی برای مقدار  $N_c^*$  ارائه شده است.



شکل ۱۳. مقایسه‌ی نتایج  $N_c^*$  برای  $H/B=0/75$ .

لایه‌ی اول عمل می‌کند. براساس نظرات میکروفوسکی<sup>[۱۹]</sup> مکان عمق بحرانی محلی است که مقاومت لایه‌ی پایین تأثیری در ظرفیت باربری نهایی نداشته باشد.

نتایج حاصل با نتایج به دست آمده از روش حد پایین پینگ پینگ و همکاران<sup>[۲۰]</sup> و همچنین حدود پایین و بالای به دست آمده در پژوهش مرفیلد و همکاران<sup>[۱۶]</sup> مقایسه و در جدول ۴ و نمودارهای ۱۱ الی ۱۴ ارائه شده است که مطابق آنها، با افزایش نسبت ضخامت لایه‌ی اول به عرض پی و همچنین زمانی که نسبت  $C_{u1}/C_{u2}$  سمت ۱ میل کند، اعداد حاصل از پژوهش حاضر به عدد ۵/۱۴۲ نزدیک می‌شود.

با توجه به صیقل بودن کف پی، نتایج حاصل در محدوده‌ی مناسبی نسبت

## پانوشتها

1. bearing capacity of two layer
2. slip line method

## منابع (References)

1. Sokolovski, V.V., *Statics of Soil Media*, Butterworths, London (1960).
2. Atkinson, J.H., *Foundations and Slopes (An Introduction to Applications of Critical State Soil Mechanics)*, McGraw hill Book company (1981).
3. Booker, J.R. and Davis, E.H., *Stability Analysis by Plasticity Theory*, Numerical Methods in Geotechnical Engineering (Desai, C.S. and Christian, J.T.), McGraw hill book company, pp. 719-748 (1977).
4. Martin, C.M. "ABC-analysis of bearing capacity v1.0.", Software and Documentation, Available Online from: [www.civil.eng.ox.ac.uk/people/cmm/software/abc](http://www.civil.eng.ox.ac.uk/people/cmm/software/abc) (2004).
5. Kamalian, M. "Numerical assessment of friction coefficient effect on seismic bearing capacity by the characteristic method", Research Report. International Institute of Earthquake Engineering and Seismology (IIEES), Tehran (2008).
6. Bennett, R.H. and et al. "Geotechnical and geological factors affecting off-shore engineering and seabed utilization on a carbonate margin: ST. CROIX, V.I", *ASME J. Energy Resour. Technol.*, **106**(1), pp. 120-129 (1984).
7. Reddy, A.S. and Srinivasan, R.J. "Bearing capacity of footings on layered clays", *J. Soil Mech. and Found. Div.*, **93**(2), pp. 83-99 (1967).
8. Meyerhof, G.G. "Ultimate bearing capacity of footings on sand layer overlying clay", *Can. Geotech. J.*, **11**(2), pp. 223-229 (1974).
9. Georgiadis, M. and Michalopoulos, A.P. "Bearing capacity of gravity bases on layered soil", *J. Geotech. Eng.*, **111**(6), pp. 712-729 (1985).
10. Chen, W.F. and Davidson, H.L. "Bearing capacity determination by limit analysis", *J. Soil Mech. and Found. Div.*, **99**(SM6), pp. 433-449 (1973).
11. Florkiewicz, A. "Upper bound to bearing capacity of layered soils", *Can. Geotech. J.*, **26**(4), pp. 730-736 (1989).
12. Michalowski, R.L. and Shi, L. "Bearing capacity of footings over Two-layer foundation soils", *J. Geotech. Eng.*, **121**(5), pp. 421-428 (1995).
13. Brown, J.D. and Meyerhof, G.G. "Experimental study of bearing capacity in layered clays", *Proc., 7th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Eng* (1969).
14. Meyerhof, G.G. and Hanna, A.M. "Ultimate bearing capacity of foundations on layered soils under inclined load", *Can. Geotech. J.*, **15**(4), pp. 565-572 (1978).
15. Burd, H.J. and Frydman, S. "Bearing capacity of plane-strain footings on layered soils", *Can. Geotech. J.*, **34**(2), pp. 241-253 (1997).
16. Merifield, R.S., Sloan, S.W. and Yu, H.S. "Rigorous plasticity solutions for the bearing capacity of Two-layered clays", *Geotechnique*, **49**(4), pp. 471-490 (1999).
17. Behnia, C. and Tabatabai, A.M., *Soil Mechanics*, 1, 5th Ed., Chapter 11, Tehran University Pub.Co., Tehran (In Persian)(1988).
18. Behnia, C. and Tabatabai, A.M., *Soil Mechanics*, 2, 5th Ed., Chapter 12, Tehran University Pub.Co., Tehran (In Persian)(1989).
19. Michalowski, R.L. "Collapse loads over Two-layer clay foundation soils", *Soils and Foundations*, **42**(1), pp. 1-7 (2002).
20. Rao, P., Liu, Y. and Cui, J. "Bearing capacity of strip footings on Two-layered clay under combined loading", *Computer and Geotechnics*, **69**, pp. 210-218 (2015).