

یک کاربرد تخصیص تعادل کار بر تصادفی در برآورد ماتریس مبدأ - مقصد

هادی قلی (دانشجوی دکتری)

امیررضا ممدوحی* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

عباس بابازاده (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

مهندسی عمران شریف، (بهار ۱۴۰۱)
دوری ۲ - ۳۸، شماره ۱/۱، ص. ۱۰۸-۹۹، (پژوهشی)

برآورد (تصحیح) ماتریس مبدأ - مقصد با استفاده از داده‌های شمارش حجم، روشی ارزان برای تخمین تقاضای سفر در یک شبکه‌ی حمل‌ونقلی است. فرمول‌بندی عمومی مسئله‌ی اخیر به صورت یک برنامه‌ی بهینه‌سازی دوسطحی است که در سطح بالای آن، مسئله‌ی برآورد ماتریس و در سطح پایین، مسئله‌ی تخصیص ترافیک حل می‌شود. در شبکه‌های با ازدحام، عمدتاً تخصیص تعادل کار بر قطعی در سطح پایین به کار می‌رود. فرض رویکرد قطعی، درک یکسان کاربران از هزینه‌های شبکه است که در واقعیت برقرار نیست. در پژوهش حاضر، یک تخصیص تعادل کار بر تصادفی در سطح پایین مسئله استفاده شده است. در سطح بالای مسئله نیز روش حل اشیپس که کارایی بالایی در شبکه‌های بزرگ مقیاس دارد، به کار رفته است. نتایج برای شبکه شهر تهران نشان می‌دهد که با افزایش پراکنش درک کاربران (پارامتر مقیاس مدل لوجیت، کمتر از 5°) مدل پیشنهادی با تخصیص تصادفی برآوردهای دقیق‌تری نسبت به مدل با تخصیص قطعی دارد؛ به گونه‌ی که در مقایسه با مدل قطعی، نسبت خطای RMSE عناصر ماتریس برآورد شده به مقادیر واقعی تقاضا را بیش از 1° درصد (در بعضی آزمایش‌ها بیش از 2° درصد) کاهش می‌دهد.

واژگان کلیدی: ماتریس مبدأ - مقصد، تصحیح ماتریس، تعادل کار بر تصادفی، روش گرادیان اشیپس، شمارش حجم.

۱. مقدمه

ماتریس مبدأ - مقصد (OD)^۱، یکی از ورودی‌های کلیدی مسئله‌ی تخصیص ترافیک است و نقش اساسی در تحلیل و طراحی شبکه‌های حمل‌ونقلی دارد. ماتریس OD، مجموع سفرها در یک محدوده و نحوه‌ی توزیع آنها بین نواحی مختلف محدوده را نشان می‌دهد. برآورد ماتریس OD به صورت معمول یعنی با استفاده از آمارگیری سفرهای خانوارها، دشوار است و نیاز به صرف وقت و هزینه‌ی بالایی دارد. طی دهه‌های گذشته، تلاشهای فراوانی به منظور برآورد (تصحیح) ماتریس مبدأ - مقصد با استفاده از داده‌هایی مانند شمارش حجم کمانه‌های شبکه که به آسانی در دسترس هستند، انجام شده است.^[۱-۳] رویکرد اخیر می‌تواند برای به‌روزرسانی‌های دوره‌ی و کوتاه‌مدت پس از آمارگیری‌های وسیع مبدأ - مقصد، برآوردهای مناسب و کم‌هزینه‌ی را به دست دهد.

در رویکرد ایستا^۲ در مسئله‌ی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد، می‌توان مطالعات

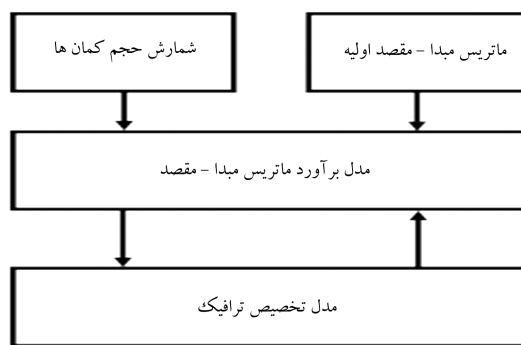
* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳/۴/۱۴۰۰، اصلاحیه ۲۴/۷/۱۴۰۰، پذیرش ۱۵/۸/۱۴۰۰.

DOI:10.24200/J30.2021.58387.2974

hgholi@modares.ac.ir
armamdoohi@modares.ac.ir
ababazadeh@ut.ac.ir

گذشته را از این جهت که ازدحام ترافیکی^۳ را در نظر می‌گیرند یا خیر، به دو دسته‌ی کلی تقسیم کرد. در شبکه‌های بدون ازدحام^۴، مدل‌های موجود با فرض سهم‌های انتخاب مسیر ثابت، از تخصیص تناسبی^۵ استفاده می‌کنند. پرکاربردترین روش‌های مذکور عبارت‌اند از: بهینه‌سازی انتروپی یا کمینه‌سازی اطلاعات،^[۵] بهینه‌ی درست‌نمایی،^[۶] و کمینه‌ی مربعات تعمیم یافته.^[۸] اما در شبکه‌های با ازدحام^۶، فرض سهم‌های انتخاب مسیر ثابت و تخصیص تناسبی برقرار نخواهد بود. به این ترتیب، مدل‌های برآورد ماتریس مبدأ - مقصد بر مبنای تعادل کار بر (UE)^۷ برای شبکه‌های با ازدحام توسعه یافت. در روش‌های مذکور، سهم‌های انتخاب مسیر ثابت نیست و به صورت درون‌زا و طی فرایند برآورد ماتریس مبدأ - مقصد تعیین می‌شوند.^[۱۰] بیشتر مدل‌های بهینه‌سازی شبکه‌های با ازدحام ساختار دوسطحی دارند (شکل ۱)، که در سطح بالا، مسئله‌ی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد و در سطح پایین، مسئله‌ی تخصیص تعادلی حل می‌شود. همچنین، در کنار داده‌های شمارش حجم، عمدتاً از اطلاعات دیگری مانند یک ماتریس تاریخی نیز برای دست یافتن به جواب بهینه استفاده می‌شود.^[۳]



شکل ۱. شمایی از ساختار دوسطحی مسئله‌ی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد.

از جمله عوامل تأثیرگذار در دقت ماتریس مبدأ - مقصد برآورد شده از روی داده‌های شمارش حجم، رفتار انتخاب مسیر^۸ فرض شده برای کاربران شبکه است.^[۱۱] بسیاری از مطالعات به برآورد ماتریس مبدأ - مقصد بر مبنای تخصیص تعادل کاربر قطعی پرداخته‌اند.^[۳-۹] در روش‌های مبتنی بر تعادل کاربر قطعی فرض می‌شود که تمام کاربران درک^۹ یکسانی از هزینه‌ی سفر دارند و همگی کوتاه‌ترین مسیر (کم هزینه‌ترین یا کمترین زمان سفر) را از مبدأ به مقصد انتخاب می‌کنند. به عبارت دیگر، تمام کاربران اطلاع کامل از هزینه‌ی سفر (زمان سفر) در سطح شبکه دارند، تا تصمیمی صحیح و سازگار با هم بگیرند و به علاوه، همه‌ی آنها به صورت یکسان رفتار می‌کنند. در عمل، این فرض‌ها چندان واقعی نیست و برای توصیف رفتار سفر افراد در شبکه کفایت نمی‌کند؛ زیرا کاربران شبکه همیشه اطلاع کامل یا درک یکسانی از زمان سفرهای شبکه ندارند و با لزوماً مسیر با کمترین زمان سفر را انتخاب نمی‌کنند. حتی یک کاربر معین، برای سفر بین یک مبدأ و مقصد مشخص، ممکن است مسیرهای متفاوتی را در شرایط مختلف انتخاب کند. در نظر گرفتن پراکندگی در رفتار انتخاب مسیر کاربران، توسط تخصیص ترافیک تصادفی صورت می‌گیرد و منجر به برقراری شرایط تعادل کاربر تصادفی (SUE)^{۱۰} در شبکه می‌شود که در آن، هر مسافر تلاش می‌کند تا هزینه‌ی سفر درک شده^{۱۱} خود را کمینه سازد.^[۱۲] بنابراین، در مدل‌های تصادفی، خطای درک مسافران در اثر عدم اطلاع کامل از شرایط شبکه یا سایر عوامل ناهمگنی نیز اعمال می‌شود و مسیریابی غیر از مسیر با کمینه‌ی زمان سفر واقعی نیز احتمال انتخاب شدن دارند. به این ترتیب، رویکرد تصادفی نسبت به رویکرد قطعی، که تفاوت بین هزینه‌ی درک شده‌ی افراد مختلف را در نظر نمی‌گیرد، به واقعیت نزدیک‌تر است.^[۱۳، ۱۲]

مطالعات مختلفی به فرمول‌بندی و حل مسئله‌ی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد با محدودیت تخصیص ترافیک تصادفی پرداخته و بیشتر آنها، مسئله‌ی برآورد ماتریس را به صورت دوسطحی فرمول‌بندی کرده‌اند. فربکر^{۱۲} و همکارش (۱۹۹۶)،^[۱۴] یک روش تکراری دو مرحله‌ی برای برآورد ماتریس تقاضا و پارامتر مقیاس مدل لوجیت^{۱۳} پیشنهاد داده‌اند، اما آثار ازدحام را نادیده گرفته‌اند. همچنین، مدل آنها به اطلاعات شمارش حجم تمام کمان‌ها نیاز داشت. یانگ^{۱۴} و همکاران (۲۰۰۱)،^[۱۵] با تخصیص تعادل کاربر تصادفی، شرایط ازدحام را در نظر گرفتند و مدل آنها را بهبود دادند. آنها همچنین الگوریتمی پیشنهاد کردند که در آن ماتریس تقاضا و پارامتر مقیاس به صورت همزمان برآورد می‌شوند، اما در روش ایشان نیز تحدب و یکنایی جواب تضمین نمی‌شود. ما هرو و همکاران (۲۰۰۱)،^[۱۶] یک الگوریتم ابتکاری برای حل مسئله‌ی دوسطحی برآورد ماتریس تقاضا با محدودیت SUE ارائه کردند. این الگوریتم، پارامتر مقیاس ثابت فرض شده است. لو و چان (۲۰۰۳)،^[۱۷] از یک تابع هدف پیشینه‌ی درست‌نمایی بر مبنای توزیع آماری مشاهده‌ها استفاده و

یک فرایند تکراری دو مرحله‌ی برای برآورد ماتریس مبدأ - مقصد و پارامتر مقیاس مدل لوجیت را پیشنهاد کردند. ونگ^{۱۶} و همکاران (۲۰۱۶)،^[۱۸] یک الگوریتم دو مرحله‌ی برای برآورد همزمان ماتریس مبدأ - مقصد و پارامتر مقیاس پویا (براساس زمان روز)، ارائه کردند و با آزمایش بر روی یک شبکه‌ی آزمایشی، برتری آن را بر روش یانگ و همکاران (۲۰۰۱)،^[۱۵] لو و چان (۲۰۰۳)،^[۱۷] نشان دادند.

اگرچه روش‌های ذکر شده از لحاظ نظری جذاب هستند، اما بسیاری از آنها با محدودیت‌های عملی مواجه‌اند و کاربردهای شبکه‌های بزرگ مقیاس با دشواری محاسباتی همراه است.^[۱۹] بخشی از این هزینه، مربوط به مسئله‌ی تخصیص ترافیک است که بیشتر زمان حل مسئله، صرف آن می‌شود. در این راستا، ما و چیان^{۱۷} (۲۰۱۸)،^[۱۹] مسئله‌ی برآورد ماتریس تحت محدودیت SUE را به شکل یک مسئله‌ی تک سطحی فرمول‌بندی کردند و نشان دادند ضمن اینکه دقت برآورد روش مذکور با روش‌های دوسطحی قبلی قابل مقایسه است، کارایی محاسباتی بهتری نسبت به آنها دارد.

بخش دیگری از دشواری حل مسئله‌ی دوسطحی برآورد ماتریس تقاضا، مربوط به محاسبات گرادیان است. در میان روش‌های مبتنی بر تعادل کاربر قطعی، فرمول‌بندی و الگوریتم حل اشپیس^{۱۸}،^[۲۰] کارایی بیشتری برای حل مسائل واقعی در ابعاد بزرگ دارد و پیاده‌سازی آن نیز راحت‌تر است.^[۲۱] در یکی از پژوهش‌های جدید، کولووسکی و کولینگروو^{۱۹} (۲۰۲۱)،^[۲۲] از یک الگوریتم بر پایه‌ی بوش^{۲۰} برای حل زیرمسئله‌ی تخصیص تعادل کاربر در مدل اشپیس استفاده کردند که نیاز به شمارش مسیر ندارد و کارایی محاسباتی مدل اشپیس را افزایش می‌دهد. اشپیس از روش حل مبتنی بر گرادیان برای حل مسئله‌ی دوسطحی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد از روی شمارش حجم در شبکه‌های با ازدحام استفاده کرد. در روش مذکور، یک ماتریس هدف^{۲۱} به عنوان جواب اولیه‌ی مسئله در نظر گرفته می‌شود. سپس، ماتریس هدف در جهت تندترین نزول (گرادیان) تابع هدف به گونه‌ی اصلاح می‌شود که با تخصیص آن به شبکه، حجم‌های شمارش شده در کمان‌ها را بازتولید کند و فاصله‌ی آن از ماتریس هدف نیز بیش از حد زیاد نشود.^[۲۳، ۲۲] اگرچه اشپیس از تخصیص تعادل قطعی در سطح پایین مسئله استفاده کرده است، اما روش توسعه داده شده‌ی ایشان، عمومی است و می‌توان مدل‌های تخصیص ترافیک دیگری را نیز در آن به کار برد.^[۲۴]

در نوشتار حاضر، برای برآورد ماتریس مبدأ - مقصد از روی شمارش حجم، مدل دوسطحی شکل ۱ و روش حل ابتکاری اشپیس تحت محدودیت تعادل کاربر تصادفی (SUE) پیشنهاد شده است. بنا بر اطلاع نویسندگان، مدل پیشنهادی تاکنون بررسی نشده است. برای این منظور، تخصیص SUE با مدل انتخاب مسیر لوجیت در سطح پایین مسئله برآورد ماتریس مبدأ - مقصد استفاده می‌شود. مدل لوجیت، به علت فرض‌های محدودکننده، فرم بسته‌ی دارد و از نظر محاسباتی آسانتر است. همچنین، نتایج مدل برآورد ماتریس مبدأ - مقصد با هر یک از محدودیت‌های تعادل کاربر قطعی و تصادفی، تحت شرایط مختلف شبکه از نظر پراکندگی درک کاربران با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

در بخش‌های بعدی، ابتدا مسئله‌ی دوسطحی برآورد ماتریس تقاضا از روی شمارش حجم و الگوریتم حل گرادیان اشپیس معرفی شده است. سپس، فرمول‌بندی تخصیص SUE لوجیت - مینا و یک چارچوب حل مسیر - مینا برای حل هر یک از تخصیص‌های قطعی و تصادفی ارائه شده است. در ادامه، نتایج اجرای مدل برآورد ماتریس با هر کدام از تخصیص‌های قطعی و تصادفی بر روی شبکه‌ی بزرگ مقیاس تهران ارزیابی شده است. در انتها، جمع‌بندی نتایج و پیشنهادها ارائه شده است.

$$p_k = \frac{h_k}{g_i} \quad k \in K_i, \quad i \in I \quad (5)$$

$$\lambda^l = \frac{\sum_{a \in \hat{A}} v_a^l (\hat{v}_a - v_a)}{\sum_{a \in \hat{A}} v_a^{l+1}} \quad (6)$$

$$v_a^l = - \sum_{i \in I} g_i \left(\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \right) \left(\sum_{k \in K_i} \delta_{ak} p_k \right) \quad (7)$$

$$\lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \leq 1 \quad (8)$$

که در آنها، I مجموعه‌ی زوج مبدأ - مقصد‌های شبکه، K_i مجموعه‌ی مسیرهای استفاده شده بین زوج مبدأ - مقصد i ، h_k جریان در مسیر k و p_k احتمال استفاده از مسیر k است. روابط اخیر، با فرض تغییر نکردن احتمال استفاده از مسیرها (ثابت بودن p_k ها) به دست آمده‌اند. همچنین، δ_{ak} برابر با یک است، اگر مسیر k شامل گمان a باشد و در غیر اینصورت، برابر با صفر خواهد بود. رابطه‌ی ۸، شرط امکان‌پذیری است و از طول گام‌های بزرگ که ممکن است منجر به افزایش تابع هدف و عدم همگرایی شوند، جلوگیری می‌کند. گام‌های روش گرادیان برای حل مسئله‌ی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد در رابطه‌ی ۲ را می‌توان به این صورت خلاصه کرد: [۲۱]

گام صفر: قرار دادن $g_i = \hat{g}_i$ و $l = 0$ برای $i \in I$

گام ۱: تخصیص ماتریس g به شبکه و به دست آوردن حجم ترافیک روی گمان‌های شبکه (v_a)

گام ۲: تعیین مجموعه‌ی مسیرهای استفاده شده (K_i) و جریان در مسیرها (h_k) برای هر مبدأ - مقصد i سپس محاسبه‌ی مقدار $\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}$ از روابط ۴ و ۵ و نیز مقدار λ^l از روابط ۶ و ۷

گام ۳: در صورت برقرار نبودن شرط امکان‌پذیری (رابطه‌ی ۸)، اصلاح طول گام حرکت براساس رابطه‌ی ۹: [۲۱]
اگر $\lambda^l > 0$:

$$\lambda^l = 1 / \text{MAX} \left\{ \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} | g_i > 0, \left| \lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \right| > 1 \right\} \quad \text{اگر } \lambda^l < 0$$

$$\lambda^l = 1 / \text{MIN} \left\{ \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} | g_i > 0, \left| \lambda \frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \right| > 1 \right\} \quad (9)$$

گام ۴: محاسبه‌ی مقادیر جدید ماتریس g_i با کمک رابطه‌ی ۳

گام ۵: قرار دادن $l = l + 1$ و $g_i = g_i^l$ برای $i \in I$

گام ۶: توقف. اگر معیار توقف برقرار است. در غیر این صورت، رفتن به گام ۱.

معیار توقف را می‌توان براساس تعداد تکرارهای الگوریتم یا نزدیکی جریان‌های مشاهده شده و برآورد شده در گمان‌ها و به صورت رابطه‌ی ۱۰ تعریف کرد:

$$\frac{\sqrt{\sum_{a \in \hat{A}} (v_a^l - \hat{v}_a)^2}}{\sum_{a \in \hat{A}} \hat{v}_a} \leq k \quad (10)$$

که در آن، مقدار k برابر با ۰/۰۰۱ و معیار توقف، رسیدن به مقدار ذکر شده یا ۱۰ تکرار الگوریتم است. مقدار k و بیشینه‌ی تعداد تکرار براساس شرایط شبکه‌ی مورد بررسی تعیین می‌شود، به گونه‌ی که با رسیدن به شرط، همگرایی حاصل شود.

۲. مسئله‌ی تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد

فرم عمومی مسئله‌ی برآورد (تصحیح) ماتریس مبدأ - مقصد (g) از روی داده‌های شمارش حجم در برخی گمان‌های شبکه، به صورت رابطه‌ی ۱ است: [۲]

$$\text{Min } Z(g, v) = \gamma_1 Z_1(g, \hat{g}) + \gamma_2 Z_2(v, \hat{v})$$

$$\text{s.t. } v = \text{assign}(g)$$

$$g \geq 0$$

$$(1)$$

که در آن، \hat{g} ماتریس هدف (جواب اولیه)، \hat{v} حجم شمارش شده در زیرمجموعه‌ی گمان‌های شبکه و Z_1 و Z_2 توابع فاصله هستند. همچنین، $\text{assign}(g)$ نمایانگر مدل تخصیص ماتریس g به شبکه‌ی موردنظر است که منجر به جریان تعادلی v در گمان‌های شبکه می‌شود. ضرایب γ_1 و γ_2 با توجه به میزان دقت و قابل اتکا بودن ماتریس هدف و شمارش حجم تعیین می‌شوند و اهمیت هر کدام را مشخص می‌کنند.

اشپیس در مدل پیشنهادی خود، فقط فاصله‌ی بین حجم مشاهده شده و برآورد شده را در تابع هدف در نظر گرفته است (تابع Z_2 در رابطه‌ی ۱) در عوض، فاصله‌ی بین ماتریس برآورد شده و ماتریس هدف را به طور ضمنی در روش حل پیشنهادی منظور کرده است. با حذف تابع Z_1 از رابطه‌ی عمومی ۱، از پیچیدگی حل مسئله و دشواری کاربرد آن برای شبکه‌های بزرگ تا حد زیادی کاسته می‌شود. با تعریف تابع Z_2 به صورت مجموع مربعات خطا، اشپیس مسئله‌ی بهینه‌سازی محدب زیر (رابطه‌ی ۲) را پیشنهاد کرده است: [۲۰]

$$\text{Min } Z(g) = \frac{1}{\gamma} \sum_{a \in \hat{A}} (v_a - \hat{v}_a)^2$$

$$\text{s.t. } v = \text{assign}(g)$$

$$g \geq 0$$

$$(2)$$

که در آن، \hat{A} مجموعه‌ی گمان‌های شبکه است که حجم عبوری از آنها شمارش شده است. برای مدل تابع $\text{assign}(g)$ ، نیز از تخصیص تعادل کاربر استفاده شده است. اشپیس، برای حل مدل رابطه‌ی ۲، روش گرادیان^{۲۲} یا تندترین نزول^{۲۳} را به کار برده است. روش گرادیان از یک جواب اولیه (ماتریس هدف) شروع می‌شود و همواره در جهت تندترین نزول تابع هدف حرکت می‌کند؛ در نتیجه موجب می‌شود تا جواب بهینه از جواب اولیه، فاصله‌ی چندانی پیدا نکند، زیرا ماتریس اولیه حاوی اطلاعات ساختاری مهمی پیرامون تقاضای مبدأ - مقصد در محدوده‌ی موردنظر است. در هر تکرار l از الگوریتم گرادیان و براساس تغییر نسبی تقاضا، عناصر ماتریس مبدأ - مقصد g از رابطه‌ی ۳ به دست می‌آیند: [۲۰]

$$g_i^{l+1} = \begin{cases} \hat{g}_i & l = 0 \\ g_i^l \left(1 - \lambda^l \left[\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} \right]_{g_i^l} \right) & l = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (3)$$

که در آن، \hat{g}_i تقاضای اولیه‌ی زوج مبدأ - مقصد i ، g_i^l تقاضای زوج مبدأ - مقصد i در تکرار l و λ^l طول گام حرکت در تکرار l هستند. ماتریس گرادیان $\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i}$ و طول گام λ^l براساس روابط ۴ الی ۸ محاسبه می‌شوند: [۲۰]

$$\frac{\partial Z(g)}{\partial g_i} = \sum_{k \in K_i} p_k \sum_{a \in \hat{A}} \delta_{ak} (v_a - \hat{v}_a) \quad i \in I \quad (4)$$

۳. تخصیص تعادل کاربر تصادفی

در پژوهش حاضر، برای تخصیص ترافیک در سطح پایین رابطه‌ی (۲) (گام ۱ الگوریتم گردایان اشیب) تخصیص تعادل کاربر تصادفی براساس مدل انتخاب مسیر لوجیت پیشنهاد شده است. با فرض تقاضای سفر q_{rs} بین مبدأ r و مقصد s در شبکه، شرایط تعادل کاربر تصادفی به شکل رابطه‌ی ۱۱ بیان می‌شود: [۱۲]

$$f_k^{rs} = q_{rs} P_k^{rs} \quad \forall k, r, s \quad (11)$$

f_k^{rs} و P_k^{rs} به ترتیب جریان و احتمال انتخاب مسیر k بین مبدأ - مقصد $r - s$ است. احتمال انتخاب مسیر، P_k^{rs} ، از رابطه‌ی ۱۲ به دست می‌آید: [۱۲]

$$P_k^{rs} = \Pr(C_k^{rs} \leq C_l^{rs}, \forall l \in K_{rs}) \quad \forall k, r, s \quad (12)$$

که در آن، K_{rs} مجموعه‌ی مسیرهای بین مبدأ - مقصد $r - s$ و C_k^{rs} یک متغیر تصادفی و نمایانگر هزینه‌ی سفر درک شده بر روی مسیر k بین همان مبدأ و مقصد است. اگر هزینه‌ی سفر واقعی یا اندازه‌گیری شده بر روی مسیر k بین r و s باشد، هزینه‌ی سفر درک شده‌ی مسیر k به صورت رابطه‌ی ۱۳ تعریف می‌شود: [۱۲]

$$C_k^{rs} = c_k^{rs} + \xi_k^{rs} \quad \forall k, r, s \quad (13)$$

که در آن، ξ_k^{rs} یک عبارت خطای تصادفی مربوط به هزینه‌ی سفر مسیر مرتبط است. علاوه بر این، فرض می‌شود که $E[C_k^{rs}] = c_k^{rs}$ یا $E[\xi_k^{rs}] = 0$. به عبارت دیگر، متوسط هزینه‌ی سفر درک شده برابر با هزینه‌ی سفر واقعی است. با در نظر گرفتن عبارت خطای تصادفی، درک متفاوت کاربران از شرایط شبکه مدل می‌شود. با توجه به فرض انجام شده در رابطه با عبارت خطا، مدل‌های انتخاب مسیر

مختلفی برای محاسبه‌ی احتمال انتخاب مسیر P_k^{rs} ، توسعه یافته‌اند. فرض‌های متداول و اولیه برای توزیع عبارت خطا، فرض توزیع مستقل و یکسان (IID) [۲۴] گامبل و فرض توزیع نرمال است که به ترتیب، مدل‌های انتخاب مسیر لوجیت و پروبیت [۲۵] را به دست می‌دهند. مدل لوجیت، به علت فرض‌های محدودکننده، از جمله: استقلال گزینه‌ها و یکسان بودن پراکنش [۲۶] خطای آنها، فرم بسته برای محاسبه‌ی احتمال انتخاب گزینه‌ها دارد و از نظر محاسباتی راحت‌تر است. مدل پروبیت، فرض‌های محدودکننده‌ی لوجیت را ندارد، اما فرم بسته هم ندارد و حجم محاسبات آن، به خصوص در شبکه‌های بزرگ زیاد است. قابل ذکر است که مدل لوجیت آشیبایی [۲۷] با اینکه تا حدی محدودیت استقلال گزینه‌ها را آزاد می‌کند، اما برای مدلسازی انتخاب مسیر مناسب نیست. زیرا در مدل لوجیت آشیبایی، هر گزینه فقط می‌تواند به یک آشیبانه تعلق داشته باشد. در حالی که در مسئله‌ی انتخاب مسیر، غالب گزینه‌ها (مسیرها) باید همزمان در آشیبانه‌های (کمان‌های) متعددی حضور داشته باشند. مدل لوجیت برای محاسبه‌ی احتمال انتخاب مسیر k بین مبدأ - مقصد $r - s$ ، طبق رابطه‌ی ۱۴ محاسبه می‌شود: [۱۲]

$$P_k^{rs} = \frac{e^{-\theta c_k^{rs}}}{\sum_l e^{-\theta c_l^{rs}}} \quad \forall k, r, s \quad (14)$$

که در آن، c_k^{rs} هزینه (زمان سفر) اندازه‌گیری شده و θ پارامتر مقیاس [۲۸] با مقدار مثبت است. می‌توان نشان داد که پارامتر مقیاس، به طور معکوس متناسب با خطای استاندارد توزیع هزینه‌ی درک شده‌ی مسیر است ($var(C_k^{rs}) = \pi^2/6\theta^2$). به عبارت دیگر، اگر θ خیلی بزرگ باشد، خطای درک خیلی کوچک است و کاربران تمایل به انتخاب مسیر با کوتاه‌ترین زمان سفر اندازه‌گیری شده دارند. به این ترتیب،

جریان در شبکه به جریان حاصل از تخصیص قطعی نزدیک خواهد شد. مقدار کوچک θ ، نمایانگر پراکنش زیاد درک کاربران است که موجب می‌شود مسیرهای دیگری را که زمان سفرشان بیشتر از کوتاه‌ترین مسیر است نیز استفاده کنند. در حالت حدی، وقتی θ به سمت صفر میل می‌کند، سهم جریان بر روی تمام مسیرها و صرف‌نظر از زمان سفر آنها، برابر خواهد بود. [۱۲] مسئله‌ی بهینه‌سازی معادل با شرایط تعادل کاربر تصادفی، به شکل رابطه‌ی ۱۵ فرمول‌بندی می‌شود: [۱۲]

$$\min_x z(x) = - \sum_{r,s} q_{rs} E \left[\min_{k \in K_{rs}} \{C_k^{rs}\} | C^{rs}(x) \right] + \sum_a x_a t_a(x_a) - \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \quad (15)$$

که در آن، x_a جریان در کمان a و $t_a(x_a)$ زمان سفر در کمان a و وابسته به جریان در همان کمان است.

۴. الگوریتم حل مسئله‌ی تخصیص ترافیک

در پژوهش حاضر، برای حل مسئله‌ی تخصیص تعادل کاربر قطعی و تصادفی از الگوریتم مسیر - مبنای تجزیه‌ی سیمپلیکال ناهمفزون (DSD) [۲۹] استفاده شده است. به شکل ساده، الگوریتم اخیر به این صورت عمل می‌کند که با فرض یک مجموعه مسیر ثابت، مسئله‌ی اصلی محدود شده [۳۰] را حل می‌کند. سپس، براساس خروجی این مرحله، مسیرهای جدیدی به مجموعه مسیرهای فعال هر مبدأ - مقصد اضافه می‌شود. مجدداً مسئله‌ی اصلی محدود شده حل و فرایند اخیر تکرار می‌شود. برای حل مسئله‌ی اصلی محدود شده از روش میانگین‌های متوالی (MSA) [۳۱] استفاده شده است، که بر مبنای اندازه‌ی گام ثابت در راستای جهت نزولی تابع هدف است. [۱۲] لارسن و پاتریکسون [۳۲] (۱۹۹۲). [۲۴] اولین بار الگوریتم DSD را برای تخصیص تعادل کاربر ارائه و سپس دمبگ [۳۳] و همکاران (۱۹۹۶)، [۲۵] آن را به تخصیص تعادل کاربر تصادفی توسعه دادند. به صورت کلی، گام‌های حل مسئله‌ی تخصیص ترافیک در پژوهش حاضر، به این صورت است:

گام صفر (مقداردهی اولیه): تشکیل دادن مجموعه‌ی اولیه‌ی مسیرهای فعال هر مبدأ - مقصد و محاسبه‌ی جریان در آنها (f_k^0). قرار دادن $m = 1$.

گام ۱ (مسئله اصلی محدود شده): قرار دادن $n = 0$ و اجرای گام‌های ۱.۱ تا ۴.۱؛

۱.۱. به‌روزرسانی هزینه‌ی مسیرها؛

۲.۱. محاسبه‌ی جریان مسیر کمکی h_k^n (بارگذاری شبکه)؛

۳.۱. به دست آوردن جریان جدید مسیرها $f_k^{n+1} = f_k^n + (\frac{1}{n})(h_k^n - f_k^n)$ ؛

۴.۱. اگر همگرایی حاصل شد، حذف مسیرهای با جریان صفر از مجموعه‌ی مسیرهای فعال و رفتن به گام ۲ وگرنه، قرار دادن $n = n + 1$ و رفتن به گام ۱.۱؛

گام ۲ (تولید مسیر): تولید مسیر جدید برای هر مبدأ - مقصد و اگر در مجموعه مسیرهای فعال آن وجود ندارد، به این مجموعه اضافه شود. توقف، اگر مسیر جدیدی تولید نشد یا تعداد تکرار m به بیشینه‌ی مقدار تعیین شده رسید، وگرنه، رفتن به گام ۱.

برای بارگذاری شبکه و به‌دست آوردن جریان کمکی مسیرها در گام صفر و گام ۱، در تخصیص تعادل کاربر از تخصیص همه یا هیچ استفاده می‌شود. در تخصیص

به شبکه تخصیص می‌یابد و حجم تعدادی از کمان‌ها به عنوان داده‌های شمارش حجم انتخاب می‌شود. همچنین، با ایجاد تغییر در ماتریس واقعی، یک ماتریس اولیه ایجاد می‌شود. سپس، مسئلهی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد با استفاده از ورودی‌های ماتریس اولیه و شمارش حجم کمان‌ها حل و یک ماتریس مبدأ - مقصد تخمین زده می‌شود. میزان دقت مدل، براساس معیارهای مختلف، از جمله: مقایسه بین ماتریس‌های مبدأ - مقصد برآورد شده و واقعی، مقایسه بین احجام برآورد و مشاهده در کمان‌های منتخب، تعیین می‌شود. سناریوهای به کار رفته در مطالعه حاضر برای ایجاد ماتریس اولیه و ارزیابی نتایج مدل‌های، عبارت‌اند از:

۱. تغییر تصادفی عناصر ماتریس مبدأ - مقصد واقعی، به گونه‌ای که مجموع عناصر ماتریس واقعی ۱۰٪ کاهش یابد (تغییر تصادفی عناصر ماتریس واقعی براساس توزیع یکنواخت $U(0/7, 1/1)$).

۲. تغییر تصادفی عناصر ماتریس مبدأ - مقصد واقعی، به گونه‌ای که مجموع عناصر ماتریس واقعی ۳۰٪ کاهش یابد (تغییر تصادفی عناصر ماتریس واقعی براساس توزیع یکنواخت $U(0/5, 0/9)$).

برای به دست آوردن حجم کمان‌های مشاهده شده، مدل تخصیص ترافیک تصادفی ارائه شده در بخش ۳ به کار رفته است. همانطور که در مقدمه ذکر شد، فرض‌های تخصیص تعادل کاربر تصادفی نسبت به کاربر قطعی، به رفتار واقعی کاربران شبکه نزدیک‌تر است. با توجه به اینکه شرایط شبکه از نظر میزان قطعی یا تصادفی بودن رفتار کاربران معلوم نیست، برای تعیین حجم کمان‌های مشاهده، تخصیص تصادفی به ازای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس در رابطه‌ی ۱۴ اجرا شد. مقادیر کم پارامتر مقیاس θ ، نشان دهنده‌ی بالا بودن پراکنش درک کاربران یا به عبارتی تصادفی بودن رفتار آنهاست. با افزایش مقدار پارامتر θ و در نتیجه افزایش حساسیت کاربران به زمان سفر، تقاضا به سمت مسیرهای کوتاه‌تر تمایل پیدا می‌کند و به حالت قطعی نزدیک می‌شود. به این ترتیب، تخصیص تصادفی برخلاف تخصیص قطعی، دارای انعطاف لازم برای تصویر شرایط مختلف شبکه بوده و از آن برای تولید احجام مشاهداتی استفاده شده است. در هر کدام از سناریوهای فوق، حجم کمان‌های مشاهده به ازای مقادیر مختلف پارامتر θ لوجیت در بازه‌ی $(2 - 0/1)$ تولید و در هر کدام از حالت‌ها، نتایج مدل‌ها مقایسه شده‌اند.

۱.۵. شبکه‌ی تهران

شبکه‌ی معابر شهر تهران شامل ۶۵۰ ناحیه‌ی ترافیکی، ۸۰۲۱ گره، ۱۷۷۹۰ کمان، و ۱۱۷۴۱۳ زوج مبدأ - مقصد با تقاضای مثبت برای شیوه‌ی معادل سواری است. ماتریس تقاضای سال ۱۳۹۱ براساس نتایج مدل چهار مرحله‌ی شهر تهران، به عنوان ماتریس واقعی در دست است. همچنین، ۸۷۱ کمان (معادل $4/9\%$ کل کمان‌ها) به شکل تصادفی و به‌عنوان کمان‌های مشاهده شده انتخاب شدند. برای مقایسه‌ی دقت دو مدل، از چهار معیار ارزیابی استفاده شده است. معیارهای مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) $^{\circ}$ و ضریب خوبی برازش (R^2) بین جریان‌های مشاهده شده و برآورد شده، شاخص‌هایی از میزان نزدیکی جریان‌های اخیر پس از تصحیح ماتریس اولیه هستند. همچنین، معیارهای RMSE و R^2 بین عناصر ماتریس واقعی و ماتریس تصحیح شده، شاخص‌هایی از نزدیکی ساختار ماتریس‌های ذکر شده پس از اجرای مدل هستند. مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) برای هر کدام از جریان‌های کمان‌ها و تقاضای مبدأ - مقصد از رابطه‌ی ۱۸

تعادل کاربر تصادفی نیز مدل بارگذاری شبکه‌ی تصادفی 24 (انتخاب مسیر) لوجیت به کار رفته و جریان‌های بین هر مبدأ و مقصد توسط روابط ۱۱ و ۱۴ تعیین می‌شود. بارگذاری شبکه‌ی تصادفی، یک تخصیص ترافیک تصادفی با فرض زمان سفرهای ثابت در شبکه است. به عبارتی، از نوع تخصیص‌های تناسبی است که در برخی پژوهش‌ها تخصیص تصادفی 25 یا چندمسیری 26 هم نامیده می‌شود. 26 جریان در کمان‌های شبکه نیز با کمک رابطه‌ی ۱۶ محاسبه می‌شود: 12

$$x_a = \sum_{rs} \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs} \quad \forall a \quad (16)$$

که در آن، $\delta_{a,k}^{rs}$ برابر با ۱ است، اگر کمان a بر روی مسیر k بین مبدأ - مقصد r و s واقع شود و در غیر این صورت، برابر با صفر خواهد بود. تخصیص‌های تعادل کاربر قطعی و تصادفی، علاوه بر مرحله‌ی محاسبه‌ی جریان‌های کمی مسیرها، در مرحله‌ی تشکیل یا تکمیل مجموعه‌ی مسیرهای فعال در گام صفر و گام ۲ نیز با یکدیگر تفاوت دارند. در تخصیص قطعی، کوتاه‌ترین مسیر بین هر مبدأ و مقصد، با استفاده از زمان سفرهای واقعی محاسبه می‌شود. در تخصیص تصادفی، یک بار کوتاه‌ترین مسیر با زمان سفرهای واقعی و یک بار هم با زمان سفرهای تصادفی محاسبه می‌شود. زمان سفر تصادفی هر کمان از توزیع نرمال با میانگین برابر با زمان سفر واقعی آن کمان استخراج می‌شود. به این ترتیب، انتظار می‌رود مسیرهای فعال بیشتری در تخصیص تصادفی در نظر گرفته شود.

معیار همگرایی الگوریتم MSA (گام ۱ الگوریتم اخیر) را می‌توان براساس تعداد تکرار مشخص، میزان کاهش مقدار تابع هدف، یا میزان تغییر جریان‌های کمان‌ها در تکرارهای متوالی در نظر گرفت. در پژوهش حاضر، معیار همگرایی به صورت نزدیکی جریان‌های برآوردشده‌ی کمان‌ها در تکرارهای متوالی و به صورت رابطه‌ی ۱۷ در نظر گرفته شده است:

$$\frac{\sqrt{\sum_a (x_a^{n+1} - x_a^n)^2}}{\sum_a x_a^n} \leq k \quad (17)$$

که در آن، مقدار k نیز با توجه به شرایط شبکه، برابر با $0/0001$ فرض شده است که تقریباً معادل شکاف نسبی 27,28 برابر با $0/01$ برای شبکه‌ی بررسی شده در بخش بعدی است. به عبارت دیگر، با رسیدن به این دقت، می‌توان گفت همگرایی حاصل شده است.

۵. نتایج عددی و بحث

در بخش حاضر، مدل پیشنهادی برای برآورد ماتریس مبدأ - مقصد با استفاده از داده‌های شمارش حجم، یعنی مدل اشپیس با محدودیت تعادل کاربر تصادفی و همچنین مدل اصلی اشپیس تحت محدودیت تعادل کاربر قطعی، برای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس (θ) ، روی یک شبکه‌ی واقعی اجرا و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه شده است. مدل‌ها در محیط برنامه‌نویسی شیگرای پایتون 28 پیاده‌سازی و روی رایانه‌ی بی‌پردازشگر دو هسته‌ی $2/5\text{GHz}$ و حافظه‌ی ۸GB اجرا شده‌اند. به منظور اعتبارسنجی، از یک چارچوب متداول در مطالعات برآورد ماتریس مبدأ - مقصد استفاده می‌شود. 27 به این ترتیب که برای شبکه‌ی موردبررسی، یک ماتریس مبدأ - مقصد به‌عنوان ماتریس واقعی در نظر گرفته می‌شود. ماتریس مذکور

جدول ۱. نتایج اجرای مدل اشپیس تحت محدودیت تعادل کاربر (UE) و تعادل کاربر تصادفی (SUE) برای شبکه‌ی تهران - سناریوی ۱.

مدل اشپیس با تخصیص SUE				مدل اشپیس با تخصیص UE				پارامتر
R ² (LF)	RMSE(LF)	R ² (OD)	RMSE(OD)	R ² (LF)	RMSE(LF)	R ² (OD)	RMSE(OD)	مقیاس θ
۰/۹۸۶۵	۱۹۷/۵۹	۰/۹۶۱۱	۲/۸۸	۰/۹۸۸۶	۱۸۸/۱۷	۰/۹۱۰۸	۴/۲۸	۰/۱
۰/۹۹۴۱	۱۲۹/۷۹	۰/۹۶۸۲	۲/۶۱	۰/۹۹۱۹	۱۵۹/۴۱	۰/۹۴۰۱	۳/۵۱	۰/۳
۰/۹۹۶۱	۱۰۵/۱۴	۰/۹۷۱۵	۲/۵۱	۰/۹۹۲۷	۱۵۱/۸۹	۰/۹۶۰۹	۲/۸۷	۰/۵
۰/۹۹۷۴	۸۶/۶۶	۰/۹۷۰۵	۲/۵۱	۰/۹۹۱۹	۱۵۶/۹۹	۰/۹۶۳۹	۲/۷۶	۰/۷
۰/۹۹۸۱	۷۴/۰۹	۰/۹۷۴۲	۲/۳۴	۰/۹۹۴۶	۱۲۸/۷۷	۰/۹۶۵۶	۲/۶۰	۱
۰/۹۹۷۷	۸۰/۵۸	۰/۹۷۳۵	۲/۴۱	۰/۹۹۵۴	۱۱۸/۷۳	۰/۹۶۴۵	۲/۶۵	۱/۵
۰/۹۹۸۴	۶۷/۹۸	۰/۹۷۶۱	۲/۲۸	۰/۹۹۵۹	۱۱۲/۳۶	۰/۹۷۲۳	۲/۴۶	۲

origin destination :OD
link flows :LF

جدول ۲. نتایج اجرای مدل اشپیس تحت محدودیت تعادل کاربر (UE) و تعادل کاربر تصادفی (SUE) برای شبکه‌ی تهران - سناریوی ۲.

مدل اشپیس با تخصیص SUE				مدل اشپیس با تخصیص UE				پارامتر
R ² (LF)	RMSE(LF)	R ² (OD)	RMSE(OD)	R ² (LF)	RMSE(LF)	R ² (OD)	RMSE(OD)	مقیاس θ
۰/۹۸۶۹	۱۹۴/۹۶	۰/۹۱۱۶	۴/۵۴	۰/۹۸۹۶	۱۸۵/۸۱	۰/۸۵۱۳	۵/۶۰	۰/۱
۰/۹۹۳۶	۱۳۹/۶۹	۰/۹۲۳۵	۴/۲۶	۰/۹۹۰۶	۱۷۷/۵۷	۰/۸۹۴۰	۴/۸۵	۰/۳
۰/۹۹۵۳	۱۱۹/۶۹	۰/۹۳۰۸	۴/۲۱	۰/۹۹۲۶	۱۵۷/۳۱	۰/۹۰۷۳	۴/۶۱	۰/۵
۰/۹۹۶۷	۹۹/۸۳	۰/۹۲۵۷	۴/۲۰	۰/۹۹۲۸	۱۵۴/۱۷	۰/۹۱۰۹	۴/۵۱	۰/۷
۰/۹۹۷۰	۹۷/۴۰	۰/۹۳۳۷	۴/۰۹	۰/۹۹۴۰	۱۴۰/۳۷	۰/۹۱۹۲	۴/۳۹	۱
۰/۹۹۷۱	۹۴/۷۵	۰/۹۲۳۷	۴/۰۴	۰/۹۹۴۴	۱۳۴/۷۵	۰/۹۲۱۷	۴/۳۲	۱/۵
۰/۹۹۷۷	۸۵/۲۶	۰/۹۳۲۸	۴/۰۵	۰/۹۹۵۷	۱۱۹/۶۰	۰/۹۲۳۸	۴/۳۰	۲

origin destination :OD
link flows :LF

(MNL)^۲، در بیشتر حالت‌ها (به جز $\theta = ۰/۱$) از مدل اشپیس با تخصیص UE کمتر است. همچنین، در مدل تحت محدودیت تعادل کاربر تصادفی نسبت به مدل تحت محدودیت تعادل کاربر (قطعی)، ضریب خوبی برازش (R^2) بالاتری بین جریان‌های برآورد و مشاهده برقرار است (به جز $\theta = ۰/۱$) البته از نظر معیار R^2 ، اختلاف قابل توجهی بین نتایج دو مدل وجود ندارد.

از نظر نزدیکی ماتریس‌های برآورد شده واقعی، مقدار خطای RMSE عناصر ماتریس تخمینی در مدل مبتنی بر SUE، از مدل مبتنی بر UE کمتر است. همچنین، ضریب خوبی برازش عناصر ماتریس برآورد شده با عناصر ماتریس واقعی، در مدل برآورد ماتریس با تخصیص تصادفی بالاتر از مدل با تخصیص قطعی است. به عبارت دیگر، ساختار ماتریس برآورد شده توسط مدل اشپیس با تخصیص SUE، نسبت به مدل اشپیس با تخصیص UE، به ساختار ماتریس واقعی نزدیکتر است. ملاحظه می‌شود که نتایج مدل اشپیس با تخصیص SUE، به ازاء مقادیر مختلف پارامتر مقیاس، تغییر چندانی نمی‌کند. زیرا پارامتر مقیاس در تخصیص SUE لحاظ می‌شود (رابطه‌ی ۱۴). اما نتایج مدل اشپیس با تخصیص UE که پارامتر مقیاس را در نظر نمی‌گیرد، تغییر می‌کند و با افزایش مقدار پارامتر مذکور، به نتایج مدل با تخصیص تصادفی نزدیک می‌شود.

تفاوت نتایج دو روش در آزمایش‌های مختلف، بر حسب درصد اختلاف RMSE عناصر ماتریس‌ها در دو روش اخیر (نسبت به میانگین عناصر ماتریس

به دست می‌آید: [۱۰]

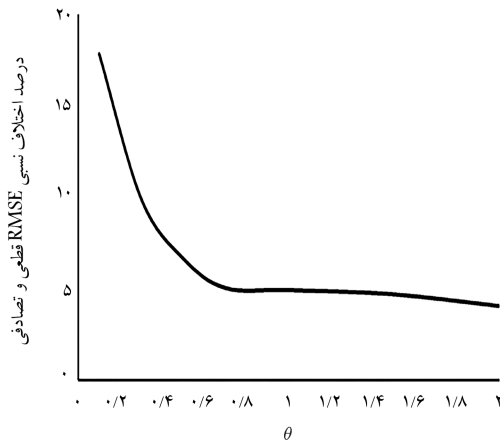
$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_{est}^n - y_{obs}^n)^2} \quad (18)$$

که در آن، N تعداد مشاهده‌ها و y_{obs} و y_{est} به ترتیب مقادیر برآورد و مشاهده‌ی عناصر ماتریس مبدأ - مقصد یا جریان کمان‌ها هستند.

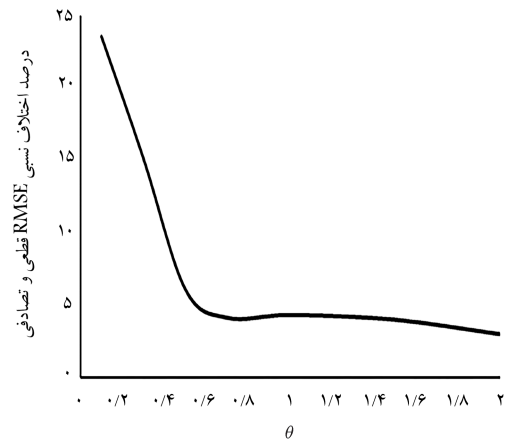
۲.۵. خروجی سناریوها

نتایج حل مسئله‌ی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد اشپیس تحت محدودیت‌های UE و SUE برای سناریوهای معرفی شده در ابتدای بخش حاضر و تحت شرایط مختلف پراکنش درک کاربران شبکه (مقادیر مختلف پارامتر مقیاس)، در جدول‌های ۱ و ۲ ارائه شده است. در تمام حالت‌ها و هر دو روش، الگوریتم گرادینت پس از ۱۰ تکرار متوقف شده است (بخش ۲). نتایج جدول‌های اخیر نشان می‌دهند که در هر دو سناریو و برای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس، مدل برآورد ماتریس مبدأ - مقصد با تخصیص SUE، تقریباً در تمام آزمایش‌ها، از مدل با تخصیص UE شاخص‌های بهتری به دست آورده است.

از نظر نزدیکی جریان‌های برآورد و مشاهده، مقدار خطای RMSE جریان کمان‌ها در مدل اشپیس با تخصیص SUE و مبتنی بر مدل لوجیت چندگانه

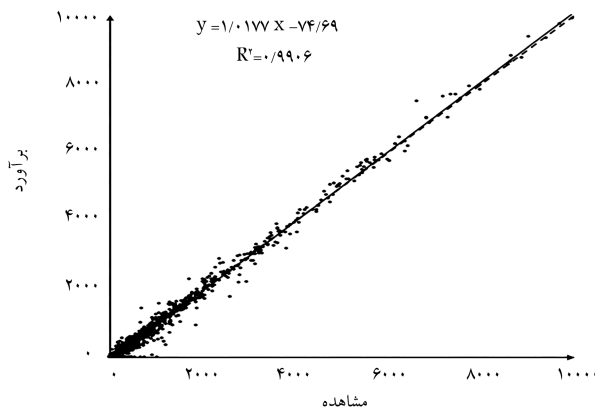


(ب) سناریوی ۲

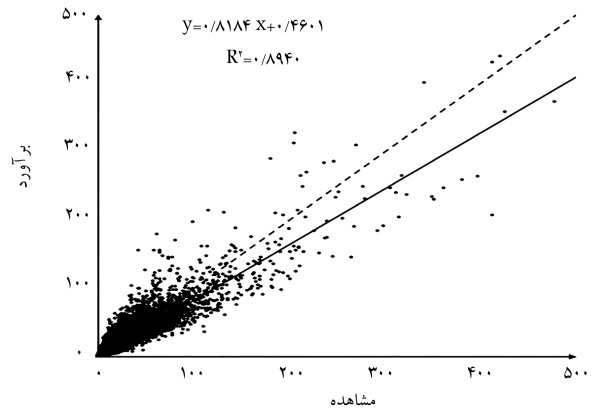


(الف) سناریوی ۱

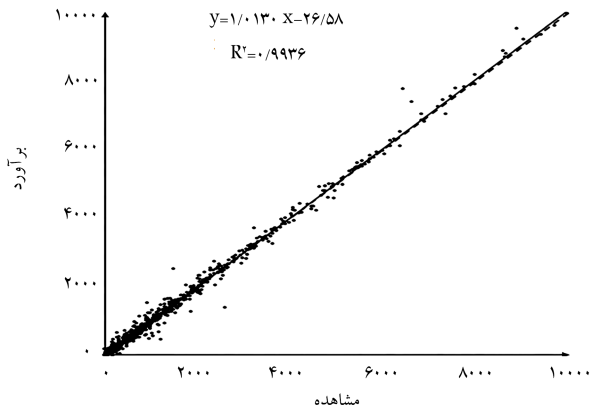
شکل ۲. اختلاف RMSE عناصر ماتریس مبدأ - مقصد برآورد و مشاهده در مدل اشیپس با تخصیص UE از مدل اشیپس با تخصیص SUE نسبت به مقدار واقعی تقاضای مبدأ - مقصد (برحسب درصد)، به ازای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس (θ) .



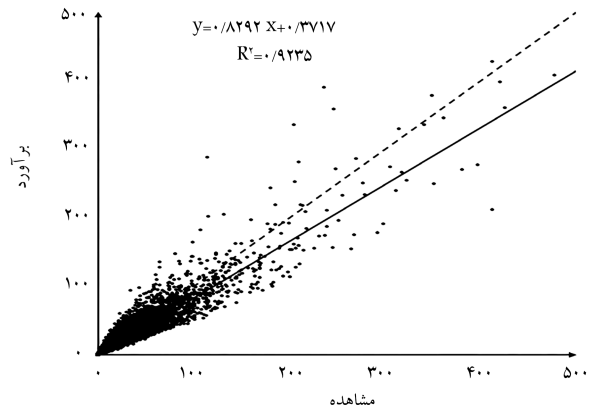
(ب) جریان های برآورد و مشاهده در کمان های منتخب (مدل اشیپس با UE)؛



(الف) عناصر ماتریس مبدأ - مقصد برآورد و مشاهده (مدل اشیپس با UE)؛



(ت) جریان های برآورد و مشاهده در کمان های منتخب (مدل اشیپس با SUE).



(ب) عناصر ماتریس مبدأ - مقصد برآورد و مشاهده (مدل اشیپس با SUE)؛

شکل ۳. پراکنش برآورد - مشاهده برای سناریوی شماره ۱ و ۲ و پارامتر مقیاس برابر با $\theta = 0.3$ (--- خط ۴۵ درجه، — خط برازش).

مشاهده شده از آن به دست آمده است به نتایج تخصیص قطعی نزدیک و همگرا می شود و از اختلاف مدل های تصادفی و قطعی برآورد ماتریس کاسته می شود.

نمودارهای پراکنش برآورد - مشاهده عناصر ماتریس مبدأ - مقصد و جریان در کمان ها برای آزمایش مربوط به سناریوی دو و پارامتر مقیاس برابر با $\theta = 0.3$ در

در شکل های (الف و ب) مشاهده می شود که مطابق آنها در مقادیر پایین پارامتر مقیاس (کمتر از 0.5)، اختلاف قابل توجهی بین مدل های با محدودیت قطعی و تصادفی وجود دارد و مدل قطعی خطای زیادی دارد. در هر دو سناریو، با افزایش پارامتر مقیاس از اختلاف نتایج دو روش کاسته شده است. همانطور که ذکر شد، با افزایش θ نتایج تخصیص تصادفی که حجم جریان در کمان های

شکل ۳ ارائه شده است. برای نمایش بهتر داده‌ها در قسمت‌های پرتراکم نمودار، مقادیر تقاضای واقعی یا برآورد شده‌ی بالاتر از 50° واحد در شکل‌های (۳الف و ب)، و مقادیر جریان‌های مشاهده شده یا برآورد شده بالاتر از 10° هزار واحد در شکل‌های (۳پ و ت)، فیلتر شده‌اند. در هر نمودار، خط برازش داده شده به نقاط برآورد و مشاهده، به همراه معادله‌ی خط و ضریب خوبی برازش آن نمایش داده شده‌اند. همچنین خط ۴۵ درجه که در صورت برآورد دقیق مدل، انتظار می‌رود خط برازش با آن منطبق باشد، نیز رسم شده است.

باید توجه داشت که در الگوریتم گرادینان اسپیس، فقط تقاضای زوج مبدأ - مقصدهایی تصحیح می‌شوند که دست‌کم یک کمان مشاهده شده در مسیرهای بین آنها وجود داشته باشد. در روش اسپیس با تخصیص تعادلی تصادفی، تعداد مسیرهای فعال (دارای جریان) بین هر زوج مبدأ - مقصد بیشتر از مدل با تخصیص تعادلی قطعی است؛ بنابراین، احتمال وجود کمان مشاهده شده بین هر زوج مبدأ - مقصد در حالت تصادفی بالاتر است. در شبکه و مثال بررسی شده، برای مدل اسپیس با تخصیص UE در حدود ۱۵٪ زوج مبدأ - مقصدها بدون تغییر می‌مانند. در حالی که برای مدل اسپیس با تخصیص SUE، در حدود ۵٪ زوج مبدأ - مقصدها با هیچ کمان مشاهده‌ی تقاطع ندارند و بدون تغییر باقی می‌مانند.

خصوصیات همگرایی دو روش قطعی و تصادفی طی تکرارهای مسئله‌ی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد، برای سناریوی دو و $\theta = 0/3$ در شکل ۴ مشاهده می‌شود. نمودار تغییرات لگاریتم تابع هدف در شکل (۴الف)، حاکی از برتری مدل اسپیس با تخصیص تصادفی است. همچنین در شکل مذکور مشاهده می‌شود که هر دو روش، در تکرارهای آخر تغییرات چندانی نداشته و تقریباً همگرا شده‌اند. نمودار تغییرات خطای RMSE ماتریس برآورد و مشاهده نیز در شکل (۴ب) رسم شده است. مدل اسپیس، فاصله‌ی بین ماتریس‌ها را به صورت صریح در تابع هدف ندارد و به همین دلیل، با افزایش تکرارها، محتمل است که فاصله‌ی بین ماتریس برآورد شده با ماتریس هدف (اولیه) و ماتریس واقعی افزایش یابد. شکل (۴ب)، نشان‌دهنده‌ی فاصله گرفتن بیشتر ماتریس برآورد شده توسط مدل اسپیس با تخصیص قطعی از ماتریس واقعی است و به این ترتیب، مدل اسپیس با تخصیص تصادفی، ماتریس نزدیک‌تری به ماتریس واقعی تخمین می‌زند. از نظر اختلاف مجموع عناصر ماتریس برآورد شده از ماتریس واقعی (برابر با 695036 معادل سواری)، دو روش عملکرد مشابهی دارند. البته در آزمایش‌هایی که θ کوچکتر از $0/5$ است، روش قطعی تا سقف $3/3$ ، مقدار نزدیک‌تری به عدد واقعی تخمین می‌زند.

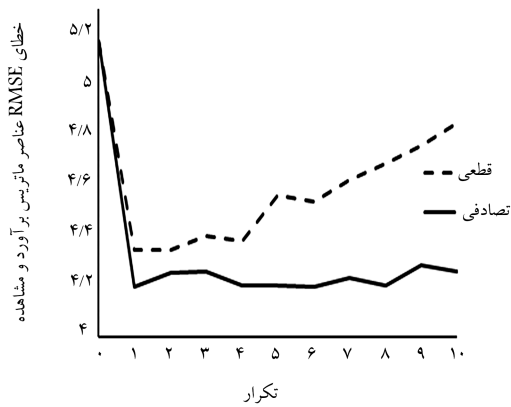
زمان اجرای مدل‌ها در آزمایش‌های مختلف، متفاوت است. به طور میانگین، در پژوهش حاضر، زمان اجرای مدل اسپیس با تخصیص SUE، بیشتر از مدل اسپیس با تخصیص UE بوده است. نتایج هر دو مدل پس از 10° تکرار الگوریتم اسپیس به دست آمده است. از آنجا که سطح بالای هر دو مدل یکسان است، تفاوت اصلی در زمان اجرای مدل‌ها، مربوط به سطح پایین مدل‌ها یعنی مسئله‌ی تخصیص ترافیک است. بخش عمده‌ی زمان حل مسئله‌ی تخصیص ترافیک، مربوط به حل مسئله‌ی کوتاه‌ترین مسیر^{۴۳} است. در هر تکرار تخصیص تصادفی SUE، برای به‌روزرسانی مجموعه مسیرهای فعال، دو بار مسئله‌ی کوتاه‌ترین مسیر حل می‌شود. یک بار با زمان سفرهای واقعی و یک بار نیز با زمان سفرهای تصادفی که از تغییر زمان سفرهای واقعی براساس یک توزیع تصادفی به دست می‌آیند (بخش ۴). اما در هر تکرار تخصیص قطعی UE، مسئله‌ی کوتاه‌ترین مسیر، یک بار و براساس زمان سفرهای واقعی حل می‌شود. همچنین، تعداد بیشتر مسیرهای

فعال باعث می‌شود تا تخصیص SUE تعداد تکراری بیشتری در گام ۱ الگوریتم DSD تا رسیدن به همگرایی نیاز داشته باشد. البته در تخصیص SUE، یک بار محاسبه‌ی کوتاهترین مسیر براساس زمان سفرهای تصادفی کفایت می‌کند.^[۲۵] اما برای مقایسه‌ی بهتر روش‌های قطعی و تصادفی در پژوهش حاضر، کوتاه‌ترین مسیر بین هر مبدأ - مقصد با توجه به زمان سفرهای واقعی نیز در نظر گرفته شده است.

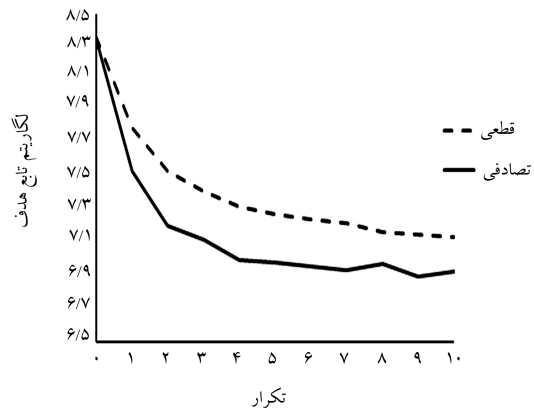
۶. نتیجه‌گیری

برآورد (تصحیح) ماتریس مبدأ - مقصد از روی اطلاعات موجود در شبکه، مانند شمارش حجم کمان‌ها، به‌عنوان یک روش نسبتاً آسان و کم هزینه، جایگزین مناسبی برای آمارگیری مبدأ - مقصد در پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت است. یکی از چالش‌های اصلی روش‌های مختلف ارائه شده در این زمینه، پیاده‌سازی آنها در شبکه‌های بزرگ مقیاس است. الگوریتم گرادینان اسپیس، از جمله روش‌هایی است که بر این مشکل غلبه می‌کند. هر چند مدل اسپیس بیشتر با تخصیص تعادل کاربر (UE) به کار رفته است، اما دارای عمومیت کافی برای کاربرد انواع روش‌های تخصیص ترافیک است. در مطالعه‌ی حاضر، برای غلبه بر ضعف نظری روش‌های تخصیص قطعی در یکسان در نظر گرفتن درک و تصمیم کاربران، از تخصیص تعادل کاربر تصادفی (SUE) لوجیت - مینا در سطح پایین مسئله‌ی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد اسپیس استفاده شده است.

مدل اسپیس تحت هر یک از محدودیت‌های UE و SUE، به طور جداگانه، بر روی شبکه‌ی شهر تهران اجرا و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه شده است. از آنجا که برآورد دقیقی از پارامتر مقیاس مدل لوجیت شهر تهران در تخصیص تعادل کاربر تصادفی وجود ندارد، چارچوبی برای این مقایسه ارائه شده است. به این صورت که برای دو سناریوی ایجاد ماتریس اولیه (با ایجاد اختلال در ماتریس مبدأ - مقصد واقعی) و مقادیر مختلف پارامتر مقیاس، که نمایانگر میزان پراکنش درک کاربران از زمان سفرهای شبکه است، نتایج دو روش مقایسه شده است. در این راستا، شاخص‌های مجذور میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب خوبی برازش (R^2) بین جریان‌های برآورد و مشاهده و RMSE^۲ بین عناصر ماتریس برآورد شده و واقعی مدنظر قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که مدل اسپیس با تخصیص SUE نسبت به همان مدل با تخصیص UE، در بیشتر آزمایش‌ها و براساس معیار RMSE، جریان‌های نسبتاً نزدیک‌تری به جریان در کمان‌های مشاهده شده به دست می‌دهد. هر چند از نظر معیار R^2 بین جریان‌های برآورد و مشاهده، تفاوت چشمگیری بین نتایج دو روش وجود نداشته است. از نظر نزدیکی ساختار ماتریس برآورد شده به ساختار ماتریس واقعی نیز، مدل اسپیس تحت محدودیت SUE نسبت به همان مدل تحت محدودیت UE، عملکرد بهتری داشته است. البته این برتری در مقادیر پایین پارامتر مقیاس θ (کمتر از $0/5$) قابل ملاحظه و معنی‌دار بوده و مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار پارامتر مقیاس (کاهش میزان پراکنش یا تصادفی بودن درک کاربران)، از اختلاف نتایج دو روش در شاخص‌های مختلف کاسته می‌شود. بنابراین، با فرض وجود برآوردی از پارامتر مقیاس θ در یک شبکه، هر چه مقدار پارامتر θ کمتر باشد، کاربرد تخصیص SUE لوجیت - مینا در سطح پایین مدل برآورد ماتریس اسپیس از روی جریان کمان‌ها، نسبت به استفاده از تخصیص UE، نتایج دقیق‌تری به دست می‌دهد و کاربرد آن توجیه بیشتری خواهد داشت. اما در مقادیر زیاد پارامتر مقیاس θ ، می‌توان از خطای ناشی از فرض‌های رویکرد قطعی صرف‌نظر و از مدل برآورد تقاضا با محدودیت تخصیص تعادل کاربر استفاده کرد.



ب) تغییرات خطای RMSE عناصر ماتریس برآورد و مشاهده.



الف) تغییرات لگاریتم تابع هدف؛

شکل ۴. نمودار تغییرات لگاریتم تابع هدف و خطای RMSE عناصر ماتریس برآورد و مشاهده برای سناریوی شماری دو و پارامتر مقیاس برابر با $3/0$.

شبکه (شمارش حجم)، برای شبکه‌ی موردنظر برآورد کرد. همچنین، فرض اساسی مدل لوجیت چندگانه (MNL)، استقلال گزینه‌های نامرتب است. این فرض در موقعیت‌هایی مانند انتخاب مسیر، که گزینه‌ها (مسیرها) با یکدیگر همپوشانی دارند، برقرار نیست و می‌تواند نتایج غیرواقعی به دست دهد. در ادامه‌ی پژوهش حاضر، بررسی و کاربرد انواع تخصیص‌های تعادل کاربر تصادفی مبتنی بر مدل‌های انتخابی که همپوشانی مسیرها را نیز در نظر می‌گیرند، پیشنهاد می‌شود. از جمله، می‌توان به خانواده‌ی مدل‌های مقدار حدی تعمیم‌یافته (GEV) ^[۲۹] اشاره کرد، مانند: مدل‌های لوجیت آشیانه‌ی متقاطع، لوجیت آشیانه‌ی تعمیم یافته و لوجیت ترکیبی دوتایی ^[۳۰].

برای شبکه‌ی شهر تهران، مقدار $\theta = 0/1519$ ، که حقانی و همکاران (۲۰۱۴) ^[۲۸] برآورد کرده‌اند، در بازه‌ی قرار دارد که اختلاف دو روش قطعی و تصادفی برآورد ماتریس مبدأ - مقصد، قابل توجه بوده و استفاده از روش قطعی خطای بیشتری به دنبال داشته است.

در پژوهش حاضر، در هر اجرای مدل، مقدار پارامتر مقیاس θ از پیش مشخص و به عنوان ورودی در نظر گرفته شده است. مقدار پارامتر θ به میزان تصادفی بودن درک کاربران از شرایط شبکه بستگی دارد. در پژوهش‌های آتی، می‌توان مانند برخی مطالعات پیشین که در بخش مقدمه ذکر شده است، مقدار پارامتر θ را نیز به صورت همزمان و طی فرایند برآورد ماتریس مبدأ - مقصد با استفاده از اطلاعات

پانویس‌ها

1. origin-destination
2. static
3. traffic congestion
4. uncongested
5. proportional assignment
6. congested
7. user equilibrium
8. route choice
9. perception
10. stochastic user equilibrium (SUE)
11. perceived travel cost
12. Fricker
13. logit
14. Yang
15. Lo & Chan
16. Wang
17. Ma & Qian
18. Spiess
19. Kolovsky & Kolingerova
20. Bush-based
21. target matrix
22. gradient
23. steepest descent
24. independently and identically distributed (IID)
25. Probit

26. variance
27. Nested logit
28. scale parameter
29. disaggregate simplicial decomposition
30. restricted master problem
31. method of successive average (MSA)
32. Larsson & Patriksson
33. Damberg
34. stochastic network loading
35. stochastic
36. multipath
37. relative gap
38. Python
39. Uniform
40. root mean square error (RMSE)
41. goodness of fit coefficient
42. multinomial logit
43. shortest path
44. generalized extreme value (GEV)

منابع (References)

1. Bera, S. and Rao, K. "Estimation of origin-destination matrix from traffic counts: The state of the art", *European Transport Trasporti Europei, ISTIEE, Institute for*

- the Study of Transport within the European Economic Integration*, **49**, pp. 2-23 (2011).
2. Viti, F. "State-of-art of OD Matrix Estimation Problems based on traffic counts and its inverse Network Location Problem: Perspectives for application and future developments", (2008).
 3. Abrahamsson, T. "Estimation of origin-destination matrices using traffic counts-a literature survey", Ph.D. Thesis, Network Equilibrium Approaches to Urban Transportation Planning (1998).
 4. Willumsen, L.G. "Estimation of an OD matrix from traffic counts-A review", Working Paper, Institute of Transport Studies, University of Leeds, Leeds, UK (1978).
 5. Van Zuylen, H.J. and Willumsen, L.G. "The most likely trip matrix estimated from traffic counts", *Transportation Research Part B: Methodological*, **14**(3), pp. 281-293 (1980).
 6. Maher, M.J. "Inferences on trip matrices from observations on link volumes: a Bayesian statistical approach", *Transportation Research Part B: Methodological*, **17**(6), pp. 435-447 (1983).
 7. Spiess, H. "A maximum likelihood model for estimating origin-destination matrices", *Transportation Research Part B: Methodological*, **21**(5), pp. 395-412 (1987).
 8. Cascetta, E. "Estimation of trip matrices from traffic counts and survey data: a generalized least squares estimator", *Transportation Research Part B: Methodological*, **18**(4-5), pp. 289-299 (1984).
 9. Bell, M.G. "The estimation of origin-destination matrices by constrained generalised least squares", *Transportation Research Part B: Methodological*, **25**(1), pp. 13-22 (1991).
 10. Chootinan, P., Chen, A. and Recker, W. "Improved path flow estimator for origin-destination trip tables", *Transportation Research Record*, **1923**(1), pp. 9-17 (2005).
 11. Yousefikia, M., Mamdoohi, A.R. and Noruzoliaee, M. "Iterative update of route choice proportions in OD estimation", in *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Transport*, Thomas Telford Ltd. (2016).
 12. Sheffi, Y., *Urban transportation networks*, Prentice-Hall, 6, Englewood Cliffs, NJ (1985).
 13. Gentile, G. "New formulations of the stochastic user equilibrium with logit route choice as an extension of the deterministic model", *Transportation Science*, **52**(6), pp. 1531-1547 (2018).
 14. Shihshien, L. and Fricker, J.D. "Estimation of a trip table and θ parameter in a stochastic network", *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **30**(4), pp. 287-305 (1996).
 15. Yang, H., Meng, Q. and Bell, M.G. "Simultaneous estimation of the origin-destination matrices and travel-cost coefficient for congested networks in a stochastic user equilibrium", *Transportation Science*, **35**(2), pp. 107-123 (2001).
 16. Maher, M.J., Zhang, X. and Van Vliet, D. "A bi-level programming approach for trip matrix estimation and traffic control problems with stochastic user equilibrium link flows", *Transportation Research Part B: Methodological*, **35**(1), pp. 23-40 (2001).
 17. Lo, H.-P. and Chan, C.-P. "Simultaneous estimation of an origin-destination matrix and link choice proportions using traffic counts", *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **37**(9), pp. 771-788 (2003).
 18. Wang, Y., Ma, X., Liu, Y. and et al. "A Two-stage algorithm for origin-destination matrices estimation considering dynamic dispersion parameter for route choice", *PloS one*, **11**(1), pp. e0146850 (2016).
 19. Ma, W. and Qian, Z. "A generalized single-level formulation for origin-destination estimation under stochastic user equilibrium", *Transportation Research Record*, **2672**(48), pp. 58-68 (2018).
 20. Spiess, H. "A gradient approach for the OD matrix adjustment problem", Centre de Recherche sur les Transports de Montreal: Montreal, Canada (1990).
 21. Ashtiani, H. and Mahmoudabadi, M. "Correction of origin-destination matrix from traffic counts (case of city of mashhad)", *Amirkabir Journal*, **25**(2), pp. 149-162 (2001).
 22. Kolovsky, F. and I. Kolingerova, I. "Origin-Destination Matrix Estimation Using Bush-Based User Equilibrium Algorithms", in *International Conference on Computational Science and Its Applications*, Springer (2021).
 23. Babazadeh, A. and Gholami Shahbandi, M. "A comparison of the Pand gradient algorithms in adjusting the O/D matrix of metropolitan Tehran", *Sharif Journal of Civil Engineering*, **33**(1.1), pp. 3-9 (2017).
 24. Larsson, T. and Patriksson, M. "Simplicial decomposition with disaggregated representation for the traffic assignment problem", *Transportation Science*, **26**(1), pp. 4-17 (1992).
 25. Damberg, O., Lundgren, J.T. and Patriksson, M. "An algorithm for the stochastic user equilibrium problem", *Transportation Research Part B: Methodological*, **30**(2), pp. 115-131 (1996).
 26. Mahpour, A. and Mamdoohi, A.R. "Evaluating the effect of traffic assignment method on the accuracy of the origin-destination matrix crection results in traffic fuzzy flow method", *Journal of Transportation Research*, **16**(3), pp. 1-9 (2019).
 27. Nasab, M.R. and Shafahi, Y. "Estimation of origin-destination matrices using link counts and partial path data", *Transportation*, pp. 1-28 (2019).
 28. Haghani, M., Shahhosseini, Z., Samimi, A. and et al. "On calibration and application of logit-based stochastic traffic assignment models", *International Journal of Transportation Engineering*, **1**(3), pp. 151-172 (2014).
 29. Train, K.E. "Discrete choice methods with simulation", Cambridge University Press (2009).
 30. Prashker, J.N. and Bekhor, S. "Route choice models used in the stochastic user equilibrium problem: A review", *Transport Reviews*, **24**(4), pp. 437-463 (2004).