

# بهینه‌سازی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها در پل‌های کابلی ایستا با ساده‌سازی مدل سازه به همراه مطالعه‌ی موردی: پل لالی

میثم رون (دانشجوی کارشناسی ارشد)

امیرضا قیامی آزاد\* (استادیار)

دانشکده فنی و مهندسی عمران، دانشگاه تهران

مهمشی عمران شریف، (ایران ۱۴۰۲)، دوری ۳، شماره ۳، صص ۱۱۵-۱۱۶، (پادشاهی فنی)

پل‌های کابلی ایستا به پل‌هایی گفته می‌شود که در آن‌ها، عرضه مستقیماً توسط کابل‌های مورب به برج‌ها وصل شده است. پل‌های کابلی ایستا، جزء سازه‌های بزرگ و با نامعینی زیاد محسوب می‌شوند، بنابراین بهینه‌سازی آن‌ها، همواره یک چالش بزرگ و پرهزینه بوده است. از طرفی تغییرشکل عرضه و برج‌ها وابسته به مقدار نیروی پیش‌کشش وارد شده به کابل‌هاست که به کمک فرایند بهینه‌سازی محاسبه می‌شود. پژوهش حاضر قصد دارد با افزایش سرعت تحلیل، زمان فرایند بهینه‌سازی را کاهش دهد. لذا به جای تحلیل مدل سه‌بعدی و کامل سازه، از تحلیل جداگانه مدل‌های دو بعدی عرضه و برج بدون دندر گرفتن کابل استفاده شده و پل کابلی لالی در خوزستان به عنوان نمونه به کار رفته است. مقایسه‌ی نتایج نشان می‌دهد که خطای محاسبه‌ی نیروی بهینه در روش ذکر شده نسبت به فرایند بهینه‌سازی مدل کامل ناچیز بوده و زمان محاسبه‌ی آن کمتر شده است.

meysamravan@ut.ac.ir  
rghami@ut.ac.ir

واژگان کلیدی: پل کابلی ایستا، بهینه‌سازی، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات، پل لالی، نیروی کابل.

## ۱. مقدمه

**۱.۱. محاسبه‌ی نیروی بهینه‌ی پیش‌کشیدگی کابل‌ها با روش تغییرمکان صفر واحد<sup>۱</sup> و همکاران (۱۹۹۳)،<sup>[۲]</sup> روش تغییرمکان صفر را پیشنهاد کرده‌اند که در آن، نیروی کابل‌ها به گونه‌ی محاسبه می‌شوند که تغییرمکان عرضه، در نقاط اتصال کابل‌ها به عرضه تحت بار مرده صفر شوند. برای این کار، ابتدا پل با فرض صفر بودن نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها تحلیل می‌شود. سپس نیروی لازم برای صفر شدن تغییرمکان عرضه در نقاط اتصال کابل‌ها محاسبه می‌شود. در ادامه، با نیروهای محاسبه شده تحلیل و مشاهده می‌شود که هنوز تغییرمکان عرضه به صفر نرسیده است؛ پس دوباره نیروی لازم برای صفر شدن تغییرمکان مذکور محاسبه می‌شود و فرایند تکراری اخیر تا همگرا شدن پاسخ‌ها ادامه می‌یابد. این عملیات سبب بهینه‌سازی پل می‌شود، اما لزوماً منجر به صفر شدن تغییرمکان عرضه نمی‌شود و همواره خطأ دارد. همچنین فرایند همگرایی، بسیار کند است.<sup>[۳]</sup> ژانگ و او<sup>[۴]</sup> با درنظر گرفتن مشکلاتی، نظریر فشردگی محاسبات و عدم همگرایی پاسخ بهینه در روش تغییرمکان صفر به بهبود آن پرداخته‌اند. روش بهبود یافته به این صورت است که در هر مرحله از**

امروزه با توجه به مسائل زیستمحیطی و هزینه‌ی بالای ساخت و اجرای سازه‌های بزرگ، بهینه‌سازی آن‌ها بسیار حائز اهمیت است. در پل‌های کابلی ایستا، به منظور کنترل تغییرشکل و توزیع لشکر خشمی در عرضه و برج، کابل‌ها کشیده می‌شوند که این امر موجب کاهش سختی خشمی مورد نیاز المان‌های عرضه و برج و نیز بهبود عملکرد و سبکسازی سازه می‌شود.

طبق مرور ادبیاتی که مارتیز<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۲۰)<sup>[۵]</sup> در زمینه‌ی بهینه‌سازی پل‌های کابلی ایستا انجام داده‌اند، تاسال حدود ۲۰۲۰/۴۲٪ از نوشتارهای مربوط به بهینه‌سازی پل‌های کابلی ایستا به بحث محاسبه‌ی نیروی کابل‌ها پرداخته‌اند. چهار راه حل کلی در نوشتارهای مختلف برای محاسبه‌ی نیروی بهینه‌ی پیش‌کشیدگی کابل‌ها به منظور کمینه‌سازی تغییرمکان عرضه و برج مشاهده می‌شود که در ادامه به بررسی آن‌ها پرداخته شده است.<sup>[۶]</sup>

\* نویسنده مسئول  
تاریخ: دریافت ۲۴/۵/۱، اصلاحیه ۱۲/۹/۱، پذیرش ۱۹/۹/۱، ۱۴۰۱/۹/۱.

DOI:10.24200/J30.2022.60867.3128

استناد به این مقاله:

رون، میثم و قیامی آزاد، امیرضا، ۱۴۰۲. بهینه‌سازی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها در پل‌های کابلی ایستا با ساده‌سازی مدل سازه به همراه مطالعه‌ی موردی: پل لالی. مهندسی عمران شریف، (۲۳۹)، صص. ۱۲۵-۱۲۶.

#### ۴.۱. محاسبه‌ی نیروی بهینه‌ی پیش‌کشیدگی کابل‌ها با بهینه‌سازی از طریق تشکیل تابع هدف و محاسبه‌ی استردم آن

در روش تشکیل تابع هدف، به منظور دست‌یابی به اهداف مختلف (نظیر کمینه‌سازی تعییرمکان و انرژی خمشی در سازه) یک تابع هدف تعریف می‌شود. سپس با تغییر دادن پارامترهای طراحی سعی می‌شود که تابع هدف استردم شود. در روش مذکور، امکان همگرا شدن پاسخ‌های بهینه‌سازی به سمت استردم‌های موضعی وجود دارد. از این رو استفاده از الگوریتم‌های متعدد حائز اهمیت است. همان‌گونه که در روش چهارم بیان شد، یکی از روش‌های محاسبه‌ی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها در پل‌های کابلی است، استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی است. در سال‌های اخیر، برای جلوگیری از همگرا شدن پاسخ بهینه‌سازی به پاسخ‌های موضعی و همچنین کاهش هزینه‌ی بهینه‌سازی، از الگوریتم‌های متعدد و با اهداف گوناگون استفاده شده است. در ادامه، به مرور تاریخچه‌ی نوشتارهای موجود در این زمینه پرداخته شده است.

در مطالعات انجام شده توسط نگرو<sup>۸</sup> و همکاران (۱۹۹۷)،<sup>[۱۰]</sup> و سیموئی<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۰۵)،<sup>[۱۱]</sup> ابتدا بردار نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها به صورت رابطه‌ی ۳ به عنوان متغیر طراحی تعریف می‌شود:

$$x = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_N\}^T \quad (3)$$

سپس محدودیت‌های مسئله به کمک توابع  $g$  و تعریف می‌شود. شماری از محدودیت‌های مسئله به صورت روابط ۴ و ۵ است:

$$g_{\alpha}(x) = \frac{|\delta|}{\delta_{Max}} - 1 \leq 0 \quad (4)$$

$$g_{\beta}(x) = \frac{|\sigma|}{\sigma_{Max}} - 1 \leq 0 \quad (5)$$

که در آن‌ها،  $\delta$  و  $\sigma$  به ترتیب تعییرمکان و تنش در سازه هستند. درنهایت، با استفاده از تحلیل‌های متوالی به ازاء  $x$ ‌های مختلف و کمینه‌سازی یک تابع اسکالار محدود، نیروی بهینه‌ی پیش‌کشیدگی کابل‌ها محاسبه می‌شود. در ریاضیات، تابعی اسکالار محدود  $\alpha$  نامیده می‌شود که مشتق دوم آن در کل دامنه، منفی باشد. تابع مذکور، در مسئله‌ی حاضر به صورت رابطه‌ی ۶ تعریف می‌شود:

$$F(x) = \frac{1}{\rho} \ln \sum_{i=1}^M e^{\rho \times g_i(x)} \quad (6)$$

که در آن،  $M$  تعداد محدودیت‌ها و  $\rho$  وزنی است که به نسبت اهمیت هر محدودیت به آن داده می‌شود. این روش براساس یک رویکرد مبتنی بر آنتروپی<sup>۱۱</sup> است. آنتروپی، معیاری برای گستره‌سازی محدودیت‌هایی نظری تعییرشکل و تنش مجاز در سازه است. در روش اخیر به دلیل مشکلات عددی و هزینه‌ی محاسباتی سیار بالا، امکان لحاظ کردن اثر جایه‌جایی‌های بزرگ و تأثیر لنگر ثانویه<sup>۱۲</sup> در تحلیل سازه وجود ندارد. مارتینز<sup>۱۳</sup> و همکاران،<sup>[۱۴-۱۵]</sup> در ادامه مطالعات ذکر شده، سعی کردند که نیروهای وارد بر سازه در هنگام اجرای پل به روش طریق متعادل<sup>۱۶</sup> و تأثیر عوامل وابسته به زمان را در تحلیل خود لحاظ کنند.

حسن<sup>۱۵</sup> و همکاران (۲۰۱۲ و ۲۰۱۳)،<sup>[۱۶]</sup> روش جدیدی برای محاسبه‌ی نیروی پیش‌کشیدگی بهینه در کابل‌ها تحت بار دائمی پل ارائه کرده‌اند که ترکیبی از الگوریتم ژنتیک<sup>۱۶</sup> و منحنی‌های B-Spline بوده است. در روش مذکور، ابتدا نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها با منحنی B-Spline جایگزین و درنهایت نقاط کنترل منحنی B-Spline با استفاده از الگوریتم ژنتیک و فرایند تحلیل متوالی محاسبه می‌شود.

جست‌وجوی جواب بهینه، یک درون‌یابی انجام می‌شود و فرایند طراحی را یکنواخت می‌کند.

#### ۱.۲. محاسبه‌ی نیروی بهینه‌ی پیش‌کشیدگی کابل‌ها با روش تعادل نیرو

چن<sup>۱۷</sup> و همکاران (۲۰۰۰)،<sup>[۱۸]</sup> از تعادل نیرو، برای محاسبه‌ی نیروی بهینه‌ی کابل‌ها استفاده کرده‌اند. در روش تعادل نیرو نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها به گونه‌ی محاسبه می‌شود که توزیع لنگر خمشی روی عرش و برج بهینه شود. ابتدا، پل با فرض صفر بودن نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها تحلیل و لنگر خمشی آن محاسبه می‌شود. سپس ماتریس تأثیر کابل‌ها محاسبه می‌شود. برای این کار لازم است که سازه به تعداد کابل‌های موجود در پل تحلیل و در هر مرحله از تحلیل، نیروی پیش‌کشیدگی یکی از کابل‌های واحد فرض شود. درنهایت، با حل معادله‌ی ۱، نیروی بهینه‌ی پیش‌کشیدگی کابل‌ها محاسبه می‌شود:

$$D^T \cdot X = \Delta t \quad (1)$$

که در آن،  $D$  ماتریس تأثیر،  $X$  بردار نیروهای مجھول پیش‌کشیدگی کابل‌ها و  $\Delta t$  بردار اختلاف بین نیروی پیش‌کشیدگی کابل در حالت ابتدایی و حالت بهینه هستند. نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها در حالت بهینه، براساس توزیع لنگر خمشی یکنواخت روی عرش محسوب می‌شود. فابرسیانو<sup>۱۹</sup> و همکاران (۲۰۱۷)،<sup>[۱۹]</sup> برای محاسبه‌ی توزیع لنگر خمشی یکنواخت روی عرش، عرش را یک تیر سراسری در نظر گرفته و هر کابل را یک تکیه‌گاه فرض کرده‌اند. سپس آن را تحلیل و توزیع لنگر خمشی عرش را محاسبه کرده‌اند. ویرگی کارآمد روش تعادل نیرو، بی‌نیازی به محاسبات عددی در حل است.

#### ۱.۳. محاسبه‌ی نیروی بهینه‌ی پیش‌کشیدگی کابل‌ها با روش نیروی واحد

جانجیک<sup>۲۰</sup> و همکاران (۲۰۰۳)،<sup>[۲۰]</sup> روش نیروی واحد را پیشنهاد داده‌اند. ایشان از توزیع لنگر خمشی بهینه‌ی روی عرش، برای محاسبه‌ی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها استفاده کرده‌اند. در روش نیروی واحد، ابتدا یک توزیع مناسب برای لنگر خمشی روی عرش، در محل اتصال عرش و کابل‌ها در نظر گرفته می‌شود. سپس با اعمال نیروی واحد به هر یک از کابل‌ها، لنگر خمشی زیر هر کابل محاسبه و درنهایت، با استفاده از رابطه‌ی ۲، نیروی پیش‌کشیدگی هر یک از کابل‌ها محاسبه می‌شود:

$$M^K = M_P^K + \sum_{m=1}^n M_{T_m}^K \cdot X_m \quad (2)$$

که در آن،  $M_{T_m}^K$  مقدار لنگر خمشی عرش در زیر کابل  $K$  است که از طریق اعمال پاره‌ای بر کابل  $T_m$  محاسبه شده است،  $M_P^K$  لنگر ناشی از بار مرده در زیر کابل  $K$ ،  $M_K$  لنگر خمشی مطلوب در زیر کابل  $K$  و  $X_m$  نیروی پیش‌کشیدگی مجھول در کابل‌ها هستند. در بهینه‌سازی به روش نیروی واحد ممکن است پاسخ بهینه‌سازی به اکستردم‌های موضعی همگرا شود؛ از این رو لی<sup>۷</sup> و همکاران (۲۰۰۸)،<sup>[۲۱]</sup> یک روش دو مرحله‌یی براساس روش بار واحد ارائه کرده‌اند. در روش نیروی واحد، بیشینه و کمینه‌ی نیروی کششی کابل‌ها در مرحله‌ی دوم معرفی می‌شوند و سپس از این طریق، پاسخ بهینه‌ی مطلق به دست می‌آید. البته روش نیروی واحد فقط برای سازه‌هایی با رفتار خطی مناسب است و برای بلهایی که دهانه‌های بزرگی دارند، روش مناسبی نیست.

تعادل را به عنوان متغیر طراحی و انرژی خمشی سازه را به عنوان تابع هدف تعریف کردند. وانگ<sup>۲۴</sup> و همکاران<sup>[۲۰ ۲۱]</sup>، نیز برای بهینه‌سازی پل‌های کابلی استیای نامتقارن از وزنه‌ی تعادل و همچنین از یک تابع دو هدفه به منظور کمینه‌سازی انرژی خمشی عرشه و وزن وزنه‌های تعادل استفاده کردند.

فرایند بهینه‌سازی نیاز به تحلیل‌های متوالی و با تعداد زیاد دارد و از طرفی تحلیل پل‌های کابلی استیا با توجه به بزرگی آن‌ها، پرهزینه و زمان بر است. به همین علت در نوشتار حاضر، روش جدیدی برای محاسبه‌ی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها ارائه شده است، که زمان فرایند بهینه‌سازی در آن را کاهش می‌دهد.

در روش‌هایی که از الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای محاسبه‌ی نیروی سطح مقطع کابل‌ها استفاده می‌شود، نیاز به به روزرسانی ماتریس سختی و وارون کردن آن پس از هر بار تحلیل وجود دارد که این امر خود موجب زمان بر شدن تحلیل می‌شود. از طرفی پل‌های کابلی استیا، معمولاً دهانه‌های بزرگی دارند و زمان تحلیل در آن‌ها زیاد است. در پژوهش حاضر، مدلی ارائه شده است که مدل اصلی را ساده‌تر می‌کند و همچنین نیاز به به روزرسانی و وارون کردن ماتریس سختی در هر تحلیل وجود ندارد.

می‌شود. ایشان در روش اخیر، به کمینه‌سازی تغییرشکل قائم عرضه و تغییر مکان افقی سر برخ ها پرداخته‌اند. روش جدید برای پل‌های کابلی استیا با دهانه‌ی بزرگ که در آن‌ها متغیرهای طراحی زیاد هستند، بسیار کارآمد است؛ زیرا در روش ارائه شده از مختصات  $x$  و  $y$  نقاط کنترل منحنی‌های B-Spline به جای نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها به عنوان متغیر طراحی استفاده می‌شود. استفاده از نقاط کنترل منحنی‌های B-Spline به جای نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها سبب کمتر شدن متغیرهای طراحی و در نتیجه کاهش زمان محاسبه‌ی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها می‌شود. در روش مذکور، تابع هدف مجردور مجموع مرباعات تغییرمکان‌ها در عرضه و برج است.

گوا<sup>[۲۰ ۱۹]</sup> و همکاران<sup>[۲۰ ۱۹]</sup> روشی برای بهینه‌سازی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها در پل‌های کابلی استیا قوسی‌شکل تعریف کردند. ایشان نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها را با منحنی B-Spline، جایگزین و برای بهینه‌سازی از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید یا SA<sup>۱۸</sup> و نیز از مختصات نقاط کنترل منحنی B-Spline به جای مقدار نیروی پیش‌کشیدگی هر کابل استفاده کردند. از این رو تعداد متغیرهای طراحی بسیار کمتر شده و سرعت عملیات بهینه‌سازی افزایش یافته است. تابع هدف پژوهش حاضر مطابق معادله‌ی ۷ است:

$$F_{obj} = \sqrt{(d_1^{(r)} + d_2^{(r)} + \dots) + (p_1^{(r)} + p_2^{(r)} + \dots)} \quad (7)$$

بیشتر پل‌های کابلی استیا به صورت متقاضن ساخته می‌شوند، پس می‌توان به جای تحلیل کل سازه نصف آن را مدل کرد و در وسط آن از تکیه‌گاه غلطکی گیردار استفاده کرد. از طرفی با توجه به مفصلی بودن اتصال کابل‌ها به عرشه و برج، نیرویی که هر کابل به عرشه و برج وارد می‌کند، مطابق رابطه‌ی  $\theta$ <sup>۹</sup> با مجموع نیروی پیش‌کشیدگی و نیروی حاصل از کرنش آن کابل است:

$$F_C = E_{Eq} \varepsilon_{CA} C + F_{PT} \quad (9)$$

که در آن،  $d$  و  $p$  به ترتیب تغییرمکان‌های قائم و افقی المان‌های عرضه و برج هستند.  $\varepsilon_{CA}$  و  $E_{Eq}$  به ترتیب: طول، مدول کشسانی، ممان اینرسی و لنگر هر یک از المان‌ها هستند. درنهایت، تابع هدف به کمک (الگوریتم بهینه‌سازی ناحیه‌ی اعتماد<sup>۲۰</sup>) کمینه می‌شود. در پژوهش حاضر، این فرضیات مطرح شده است:

۱. نیروی کششی کابل‌ها باید به گونه‌یی باشد که تنش ایجاد شده در کابل‌ها تحت بار مرده از ۴۰٪ تنش مجاز کابل‌ها بیشتر نشود.

۲. توزیع کشش بین کابل‌ها باید یکنواخت و معقول باشد، به صورتی که نیروی پیش‌کشیدگی دو کابل کنار هم زیاد با هم اختلاف نداشته باشد.

۳. نیروی کششی کابل‌ها با طول آن رابطه‌ی مستقیم دارد، در نتیجه مقدار نیروی کششی کابل‌ها از دو انتها به وسیله نزولی است. فنگ<sup>۲۱</sup> و همکاران<sup>[۲۰ ۲۲]</sup> تعداد رشته‌های هر یک از کابل‌ها در پل کابلی استیا را به عنوان متغیر طراحی و انرژی خمشی عرضه را به عنوان تابع هدف تعریف کردند. ایشان برای محاسبه‌ی انرژی خمشی، ابتدا ماتریس تأثیر کابل‌های پل را محاسبه کردند. ماتریس تأثیر با اختصاص دادن نیروی واحد به هر یک از کابل‌ها و محاسبه‌ی نیروهای دیگر کابل‌ها محاسبه می‌شود. آن‌ها درنهایت با استفاده از الگوریتم ژنتیک، سطح مقطع و نیروی کابل‌ها را محاسبه کردند.

سونگ<sup>۲۲</sup> و همکاران<sup>[۲۰ ۱۸]</sup> یک روش بهینه‌سازی برای پل‌های کابلی استیای نامتقارن ارائه کردند. ایشان برای متعادل کردن لنگر خمشی در برج، نصب وزنه‌ی تعادل در زیر عرضه را پیشنهاد و اهمیت آن برای بهینه‌سازی پل را اثبات کردند. آن‌ها در روش مذکور، نیروی کششی کابل‌ها، وزن وزنه‌ی تعادل و طول وزنه‌ی

که در آن،  $m$  تعداد المان‌ها و پارامترهای  $l$ ,  $E$ ,  $I$  و  $M$  به ترتیب: طول، مدول کشسانی، ممان اینرسی و لنگر هر یک از المان‌ها هستند. درنهایت، تابع هدف به کمک (الگوریتم بهینه‌سازی ناحیه‌ی اعتماد<sup>۲۰</sup>) کمینه می‌شود. در پژوهش حاضر، این فرضیات مطرح شده است:

$$\min(f(T)) = \sum_{i=1}^m \frac{l_i}{2E_i I_i} M_i \quad (8)$$

که در آن،  $m$  تعداد المان‌ها و پارامترهای  $l$ ,  $E$ ,  $I$  و  $M$  به ترتیب: طول، مدول کشسانی، ممان اینرسی و لنگر هر یک از المان‌ها هستند. درنهایت، تابع هدف به کمک (الگوریتم بهینه‌سازی ناحیه‌ی اعتماد<sup>۲۰</sup>) کمینه می‌شود. در پژوهش حاضر، این فرضیات مطرح شده است:

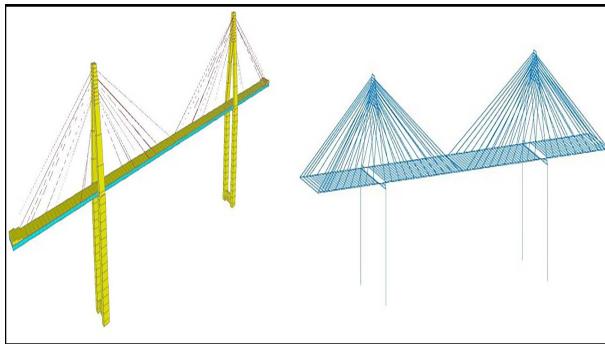
۱. نیروی کششی کابل‌ها باید به گونه‌یی باشد که تنش ایجاد شده در کابل‌ها تحت بار مرده از ۴۰٪ تنش مجاز کابل‌ها بیشتر نشود.
۲. توزیع کشش بین کابل‌ها باید یکنواخت و معقول باشد، به صورتی که نیروی پیش‌کشیدگی دو کابل کنار هم زیاد با هم اختلاف نداشته باشد.

۳. نیروی کششی کابل‌ها از دو انتها به وسیله نزولی است. فنگ<sup>۲۱</sup> و همکاران<sup>[۲۰ ۲۲]</sup> تعداد رشته‌های هر یک از کابل‌ها در پل کابلی استیا را به عنوان متغیر طراحی و انرژی خمشی عرضه را به عنوان تابع هدف تعریف کردند. ایشان برای محاسبه‌ی انرژی خمشی، ابتدا ماتریس تأثیر کابل‌های پل را محاسبه کردند. ماتریس تأثیر با اختصاص دادن نیروی واحد به هر یک از کابل‌ها و محاسبه‌ی نیروهای دیگر کابل‌ها محاسبه می‌شود. آن‌ها درنهایت با استفاده از الگوریتم ژنتیک، سطح مقطع و نیروی کابل‌ها را محاسبه کردند.

سونگ<sup>۲۲</sup> و همکاران<sup>[۲۰ ۱۸]</sup> یک روش بهینه‌سازی برای پل‌های کابلی استیای نامتقارن ارائه کردند. ایشان برای متعادل کردن لنگر خمشی در برج، نصب وزنه‌ی تعادل در زیر عرضه را پیشنهاد و اهمیت آن برای بهینه‌سازی پل را اثبات کردند. آن‌ها در روش مذکور، نیروی کششی کابل‌ها، وزن وزنه‌ی تعادل و طول وزنه‌ی

جدول ۱. تغییرشکل مدل‌های ساخته شده در نرم‌افزارهای متلب و SAP<sup>۲۰۰۰</sup> بدون پیش‌کشیدگی کابل‌ها به متر.

تغییرشکل		
قائم و سطح عرضه	افقی سر برج	
°/۲۴۱۳m	- ۱/۰۹۴۴m	SAP <sup>۲۰۰۰</sup>
°/۲۳۹۷m	- ۱/۱۰۴۸m	MATLAB
درصد خطأ	۰/۹۶	درصد خطأ



شکل ۳. سمت راست مدل سه‌بعدی پل لالی در نرم‌افزار متلب و سمت چپ مدل راستی آزمایی پل لالی در نرم‌افزار SAP<sup>۲۰۰۰</sup>.

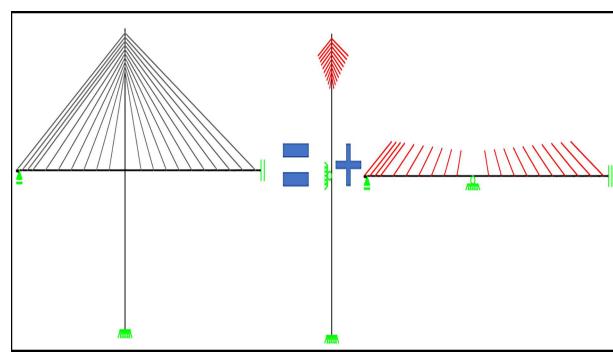
دال بتني، پياده‌روها، نرده‌ها، لوله‌ها و ساير تأسيسات می‌شود، بوده است. فولاد مصروفی پروژه حاضر از جنس ST52-3، مقاومت بتن مصروفی ۴۰ کیلوگرم بر سانتی‌مترمربع، مقاومت تسليم کابل‌ها ۱۶۷۴ مگاپاسکال و مدول کشسانی کابل‌ها ۱۹۵ گیگاپاسکال بوده است.

### ۱.۳. مدل اول

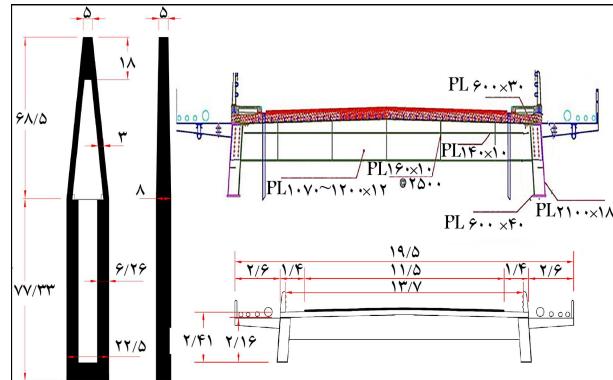
در مدل اول، کل سازه به صورت کامل و به صورت اجراء محدود در نرم‌افزار متلب<sup>۲۵</sup> مدل‌سازی شده و همچنین راستی آزمایی آن در نرم افزار SAP<sup>۲۰۰۰</sup> صورت گرفته است. سه عامل مؤثر در رفتار غیرخطی پل‌های کابلی ایست، عبارت‌اند از: اثر لنگر ثانویه<sup>۲۶</sup>، تغییرشکل‌های بزرگ در سازه و افتادگی کابل‌ها در اثر وزن‌شان.<sup>[۲۱]</sup> اثر افتادگی کابل‌ها را می‌توان با رابطه‌ی سختی معادل مطابق رابطه‌ی ۱۰ لاحظ کرد:<sup>[۲۲]</sup>

$$E_{Eq} = \frac{E}{1 + \frac{(\gamma \cdot L \cdot \cos(\alpha))^2 E}{12\sigma^3}} \quad (10)$$

که در آن،  $\gamma$  چگالی کابل،  $E$  مدول کشسانی کابل،  $\alpha$  زاویه‌ی بین کابل و عرضه و  $\sigma$  تنش کابل هستند. دو اثر دیگر را نیز می‌توان با استفاده از تحلیل مرتبه‌ی دوم لاحظ کرد. مارتبیز<sup>۲۷</sup> و همکاران<sup>[۲۰][۱۵]</sup> اثبات کردند که اثر افتادگی کابل‌ها در غیرخطی شدن رفتار سازه بیشتر از دو عامل دیگر است و می‌توان از دو عامل دیگر در مقابل آن چشم‌پوشی کرد. لذا برای اعمال آثار غیرخطی در مدل ساخته شده با متلب، فقط اثر افتادگی کابل‌ها و با کمک مدول کشسانی معادل لاحظ شده است. برای راستی آزمایی مدل ساخته شده، تغییرشکل افقی سر برج‌ها و تغییرشکل قائم میانه‌ی عرضه در حالتی که هیچ‌گونه نیروی پیش‌کشیدگی به کابل‌ها وارد نمی‌شود و پل فقط تحت اثر بارهای مرده قرار دارد، در دو مدل ساخته شده در نرم‌افزارهای SAP<sup>۲۰۰۰</sup> و متلب در کنار هم مقایسه شده‌اند. نتایج راستی آزمایی در جدول ۱ ارائه شده است. همچنین در شکل ۳، شماتیک مدل‌سازی در دو نرم‌افزار مذکور مشاهده می‌شود.



شکل ۱. تبدیل نصف پل کابلی به دو سازه‌ی مجزا (مدل دوم پل کابلی ایستای لالی).

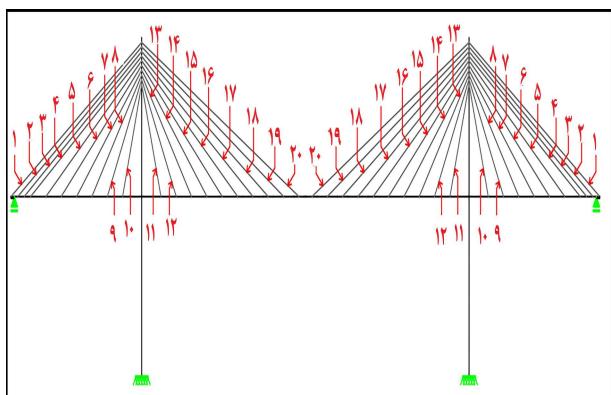


شکل ۲. جزئیات عرضه و برج پل لالی.

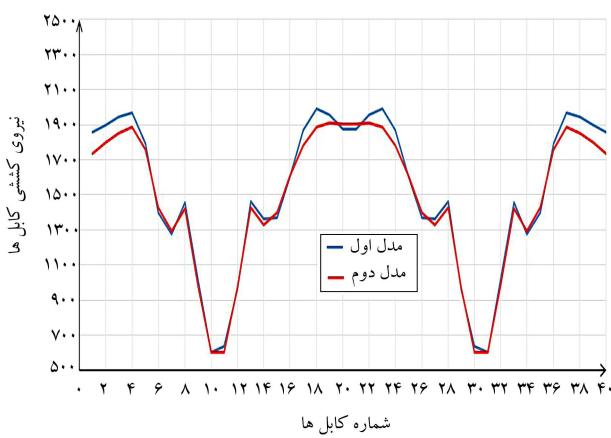
برای بررسی کارایی عملکرد این نوع مدل‌سازی، پل کابلی ایستای لالی به دو صورت کامل و به روش توسعه‌یافته، مدل‌سازی و تحلیل شده است.

### ۳. پل کابلی ایستای لالی

پل کابلی لالی، راه ارتباطی بین شهرستان مسجد سلیمان و شهرستان لالی است که خطوط انتقالی نفت، آب و گاز منطقه نیز روی آن است. پل لالی در ۱۵ کیلومتری بالادست محور سد گوند و در حدود ۳ کیلومتری بالادست پل قدیم لالی - مسجد سلیمان قرار دارد. فاصله‌ی بین کوله‌های دو طرف پل ۴۵۵/۲۵ متر است که از دو دهانه‌ی ۹۹/۶۲۵ متری و یک دهانه‌ی ۲۵۶ متری میانی تشکیل شده است. پل لالی در مجموع ۴۶۰/۵ متر طول دارد و عرض آن ۱۹/۵ متر است که ۱۱/۵ متر آن، محل عبور خودرو و مابقی آن مخصوص عبور پیاده‌رو و خطوط انتقالی است. آرایش کابل‌ها به صورت پنکه‌بی بوده و در هر طرف عرضه از دو کابل به فاصله‌ی ۱۲ متر استفاده شده است. عرضه‌ی پل به صورت کامپوزیت و ترکیبی از دو شاهتیر فولادی (U) شکل به ارتفاع ۲/۱۷ متر و یک دال بتني ۲۵ سانتی‌متری روی آن است. همچنین تیروق‌های عرضی (I) شکل در هر ۴ متر از طول عرضه کشیده شده‌اند. همچنین پل لالی از دو برج به ارتفاع ۱۴۴/۶ متر تشکیل شده است که ۷۷/۳۳ متر آن پایین‌تر از تراز عرضه قرار دارد. برج‌ها، بتني و با مقطع باکس به ۶۰ سانتی‌متر هستند که به صورت مشوری ساخته شده‌اند. در شکل ۲، جزئیات عرضه و برج‌ها مشاهده می‌شود. بارهای وارد بر سازه براساس آینه‌های ایران فرض شده‌اند. بار مرده‌ی عرضه، شامل: تیرهای اصلی، تیرهای فرعی، طره‌ها و ۱۴۰ کیلونیوتون دیگر (که شامل:



شکل ۴. شماره‌گذاری کابل‌ها.



شکل ۵. نیروی کشنشی محاسبه شده پس از پایان فرایند بهینه‌سازی از دو مدل ساخته شده.

عنوان متغیر طراحی استفاده شده است. متغیرهای طراحی به شرح روایت ۱۴ و ۱۵ هستند.

$$Variables : \{PT_1, PT_2, PT_3, \dots, PT_{20}\} \quad (14)$$

$$\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_{10}\} = \frac{\{PT_1, PT_2, PT_3, \dots, PT_{20}\}}{0.4 \times \sigma_a} \quad (15)$$

که در آن‌ها،  $PT$  نیروی پیش‌کشیدگی،  $A$  سطح مقطع و  $\sigma_a$  تنش مجاز کابل‌ها هستند و ترتیب شماره‌ی کابل‌ها نیز در شکل ۴ مشاهده می‌شود.

## ۶. بررسی نتایج

نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها در هر دو مدل ساخته شده از پل کابلی ایستای لالی، بهینه‌سازی و محاسبه شده‌اند. پس از بهینه‌سازی، مقدار تابع هدف (مجذور مجموع مربعات کرنش کابل‌ها) در مدل اول به مقدار  $17/0 \times 10^6$  و در مدل دوم به  $4/0 \times 10^6$  رسیده است که هر دو ناچیز هستند. این موضوع نشان می‌دهد که در حالت بهینه، کرنش کابل‌ها به سمت صفر میل می‌کنند و فرض برابر بودن نیروی موجود در کابل با نیروی پیش‌کشیدگی آن کابل درست است.

نتایج بهینه‌سازی در شکل ۵ مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، نیروی پیش‌کشیدگی محاسبه شده از بهینه‌سازی دو مدل تا حد قابل قبولی منطبق بر یکدیگر هستند. نیروهای محاسبه شده از بهینه‌سازی مدل دوم به صورت میانگین،  $2\%$  و نهایتاً  $6\%$

## ۴. مدل دوم

در مدل دوم، مطابق توضیحات ارائه شده در بخش سوم، فقط یک برج و نصف عرضه به صورت جداگانه و دویعدی مدل سازی شده‌اند. محل اتصال عرضه و برج از تکیگاه مفصلی و در انتهای نصف شده‌ی عرضه از تکیگاه غلطکی گیردار استفاده و به جای کابل‌ها، نیروی آن‌ها به عرضه و برج وارد شده است. همچنین با توجه به کم بودن تغییرشکل‌ها در حالت بهینه و ناچیز شدن کرنش کابل‌ها می‌توان از آثار غیرخطی سازه صرف نظر کرد.

## ۵. بهینه‌سازی

### ۵.۱. الگوریتم بهینه‌سازی

برای بهینه‌سازی مسئله‌ی کنونی و محاسبه‌ی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات  $2^8$  استفاده شده است. الگوریتم بهینه‌سازی، یک الگوریتم فراابتکاری است که از حرکت پرنگان الگوگرفته است.<sup>[۲۲]</sup> در الگوریتم مذکور، ابتدا جمعیت اولیه به صورت تصادفی انتخاب می‌شود، سپس طبق معادلات ۱۱ و ۱۲، هر یک از ذرات جابه‌جا می‌شوند:

$$v_i^{k+1} = w v_i^k + c_1 r_1 (x_{ib}^k - x_i^k) + c_2 r_2 (x_{gb}^k - x_i^k) \quad (11)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (12)$$

که در آن‌ها،  $c$  ضریبی ثابت،  $x_{ib}^k$  بهترین تجربه‌ی ذره‌ی  $i$ ،  $x_{gb}^k$  بهترین تجربه‌ی کل جمعیت،  $v_i^k$  و  $r_i^k$  مکان و سرعت ذره‌ی  $i$  در تکرار  $k$ ،  $w$  ضریب اینرسی هستند. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در طی سالی‌های متوالی بهبود یافته است. به عنوان مثال، با راز  $2^9$  و همکاران  $2^5$ <sup>[۲۵]</sup> راجع به محدود کردن سرعت ذرات بحث کرددند و نشان دادند که محدود کردن سرعت باعث بهبود عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی می‌شود. برای بهینه‌سازی مسئله‌ی ذکر شده از  $200$  ذره و  $200$  تکرار استفاده شده است، که در مجموع به  $40000$  بار تحلیل برای بهینه‌سازی هر مدل نیاز بوده است.

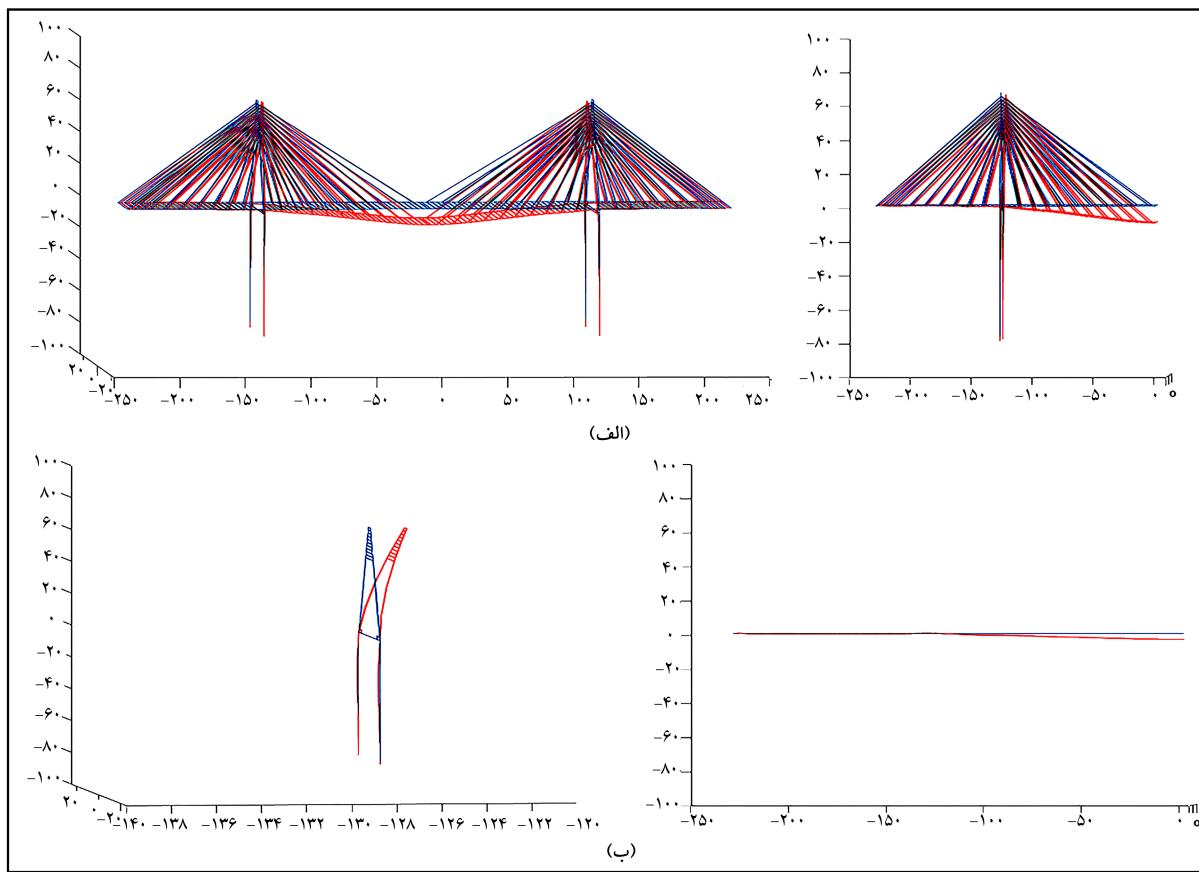
### ۶. تابع هدف

هدف کمینه‌سازی تغییرشکل عرضه و برج است که می‌توان آن را به صورت مجذور مجموع مربعات کرنش کابل‌ها مطابق رابطه‌ی  $13$  نوشته، تا فرض مدل دوم نیز به واقعیت نزدیک تر باشد. برای محاسبه‌ی کرنش هر یک از کابل‌ها فرضی، از نسبت تغییر فاصله‌ی دو گره متناظر هر یک از کابل‌ها فرضی پس از تغییرشکل سازه به طول اولیه‌ی آن کابل استفاده می‌شود.

$$ObjFunc = \sqrt{\varepsilon_{C1}^2 + \varepsilon_{C2}^2 + \dots + \varepsilon_{C20}^2} \quad (13)$$

### ۷. متغیرهای طراحی

با توجه به فرضیات سان  $3^0$  و همکاران  $2009$ <sup>[۱۸]</sup>، مقدار نیروهای پیش‌تینیدگی کمتر و یا در حدود  $4/0$  تنش مجاز کابل‌هاست. با توجه به رابطه‌ی تقریبی ذکر شده، فقط نیروهای پیش‌تینیدگی یا فقط سطح مقطع مقطع کابل‌ها به عنوان متغیرهای طراحی در مسائل تعریف می‌شوند. در پژوهش حاضر نیز از نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها به



شکل ۶. (الف) تغییرشکل کل و نصف سازه در مدل اول، (ب) تغییرشکل سازه‌های دوبعدی ساخته شده برای مدل دوم.

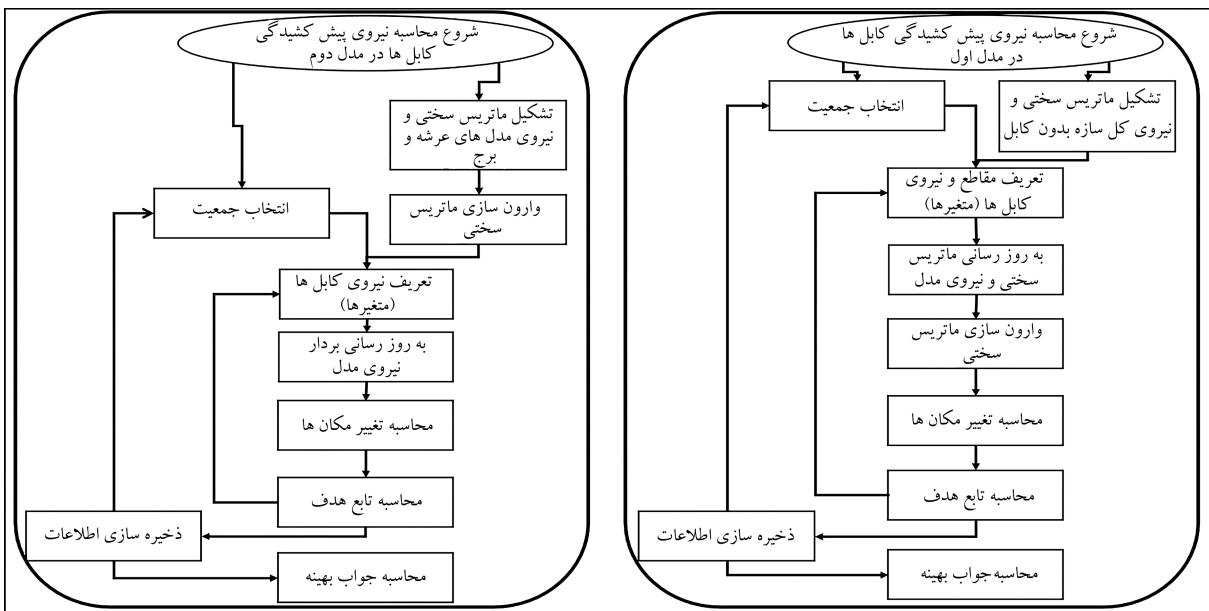
جدول ۲. جزئیات زمان لازم برای فرایند بهینه‌سازی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها در دو مدل.

عملیات	زمان عملیات (ثانیه)			عملیات
	مدل اول	مدل دوم	مدل اول	
زمان کل (ثانیه)	تعداد تکرار	زمان کل (ثانیه)	تعداد تکرار	زمان کل (ثانیه)
۰/۰۶۴۲	۱	۲۵۶۸	۴۰۰۰۰	۰/۰۶۴۲
۰/۰۶۲۱	۱	۲۴۸۴	۴۰۰۰۰	۰/۰۶۲۱
۸	۴۰۰۰۰	۸	۴۰۰۰۰	۰/۰۰۰۲
۸	۴۰۰۰۰	۸	۴۰۰۰۰	۰/۰۰۰۲
۲۳۷۶	۴۰۰۰۰	۲۳۷۶	۴۰۰۰۰	۰/۰۵۹۴
۱۷۲۸/۲۶	۲۰۰	۱۷۲۸/۲۶	۲۰۰	۸/۶۴۱۳
۴۱۲۰/۳۹		۹۱۷۲/۲۶		مجموع زمان لازم برای فرایند بهینه‌سازی (ثانیه)

## ۷. نتیجه‌گیری

پل‌های کابلی ایستا، جزء بزرگ‌ترین سازه‌های ساخته شده توسط بشر هستند و تحلیل و طراحی آن‌ها پیچیده، زمان بروزه زینه برآست. از طرفی همان‌گونه که گفته شد، روش مرسوم برای طراحی سطح مقطع کابل‌ها، استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی است و در فرایند استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی نیاز است که سازه به صورت متواالی و به تعداد دفعات زیاد مدل‌سازی و تحلیل شود. در پژوهش حاضر، با تغییر نحوه‌ی

خطا دارد که برای مسئله‌ی کنونی قابل قبول است. زمان فرایند بهینه‌سازی در مدل او، حدود ۹۱۷۲ ثانیه و در مدل دوم حدود ۴۱۲۰ ثانیه بوده است که حدود ۵۵٪ کاهش زمان بهینه‌سازی را نشان می‌دهد. جزئیات زمان لازم برای فرایند بهینه‌سازی در دو مدل مذکور، در جدول ۲ ارائه شده است. در شکل ۶، در قسمت (الف)، تغییرشکل مدل اول و نصف آن پس از بهینه‌سازی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها و در قسمت (ب)، تغییرشکل مدل‌های دوبعدی ساخته شده برای مدل دوم مشاهده می‌شوند.



شکل ۷. روند نمای فرایند بهینه‌سازی در دو مدل اول و دوم.

اما در مدل دوم، ماتریس سختی سازه فقط یکبار ساخته و معکوس آن محاسبه شده است. مدل اول، کامل بوده و سه‌بعدی سازی پیچیده با درجات آزادی بالای داشته است؛ اما مدل دوم، برخلاف مدل اول که یک مدل سه‌بعدی بوده است، به صورت عدم نشدن کابل‌ها در آن، تعداد المان‌ها نیز کاهش یافته است.

اما در مدل دوم، ماتریس سختی سازه فقط یکبار ساخته و معکوس آن محاسبه شده است. مدل اول، کامل بوده و سه‌بعدی سازی پیچیده با درجات آزادی بالای داشته است؛ اما مدل دوم، برخلاف مدل اول که یک مدل سه‌بعدی بوده است، به صورت عدم نشدن کابل‌ها در آن، تعداد المان‌ها نیز کاهش یافته است.

مدل سازی، سازه نیاز به مدل سازی مجدد در هر تکرار را ندارد. همچنین مدل جدید ارائه شده نسبت به مدل اصلی سازه ساده‌تر است، زیرا به صورت دو-بعدی بوده و با مدل نشدن کابل‌ها در آن، تعداد المان‌ها نیز کاهش یافته است.

عدم نیاز به مدل سازی در هر تکرار فرایند بهینه‌سازی و ساده‌تر شدن مدل سبب می‌شود که زمان فرایند بهینه‌سازی و هزینه‌ی طراحی آن کاهش یابد. به عنوان نمونه در پژوهش حاضر، دو مدل از پل کابلی ایستای لالی ساخته شد، که مدل اول آن یک مدل کامل و سه‌بعدی از پل و مدل دوم آن ترکیبی از دو مدل دو-بعدی از عرضه و برج بوده است که کابلی در آن وجود نداشت. برای بهینه‌سازی سازه‌ی مذکور و محاسبه‌ی نیروی پیش‌کشیدگی کابل‌ها، هر یک از مدل‌ها ۴۰۰۰ بار تحلیل شدند. در مدل اول، برای هر تحلیل، ماتریس سختی ایجاد و وارون آن محاسبه شده است؛

## پانوشت‌ها

1. Martins
2. Wang
3. Zhang & Au
4. Chen
5. Fabbrocino
6. Janjic
7. Lee
8. Negrao
9. Simoes
10. Convex Scalar Function
11. Entropy-based
12.  $P - \Delta$
13. Martins
14. Cantilever Balanced
15. Hassan
16. Genetic Algorithm
17. Guo
18. Simulated Annealing
19. Sun
20. Trust Region Algorithm
21. Feng
22. Song
23. Counterweight
24. Wang
25. MATLAB
26. Martins
27. PSO
28. Barrera
29. H. Sun

## منابع (References)

1. Martins, A.M.B., Simoes, L.M.C. and Negrao, J.H.J.O. "Optimization of cable-stayed bridges: A literature survey", *Adv. Eng. Softw.*, **149**, p. 102829 (Nov. 2020). DOI:10.1016/J.advengsoft.2020.102829.
2. Hassan, M.M. "Optimum design of cable-stayed bridges", Ph.D. Thesis, Western Ontario University (2010).
3. Wang, P.H., Tseng, T.C. and Yang, C.G. "Initial shape of cable-stayed bridges", *Comput. Struct.*, **47**(1), pp. 111-123 (Apr. 1993).
4. Kim, K.-S. and Lee, H.-S. "Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridge", *Comput. Struct.*, **79**(29-30), pp. 2681-2692 (Nov. 2001).
5. Zhang, J. and Au, F.T.K. "Calibration of initial cable forces in cable-stayed bridge based on kriging approach", *Finite Elem. Anal. Des.*, **92**, pp. 80-92 (Dec. 2014).
6. Chen, D.W., Au, F.T.K., Tham, L.G. and et al. "Determination of initial cable forces in prestressed concrete cable-stayed bridges for given design deck profiles using the force equilibrium method", *Comput. Struct.*, **74**(1), pp. 1-9 (Jan. 2000).
7. Fabbrocino, F., Modano, M., Farina, I. and et al. "Optimal prestress design of composite cable-stayed bridges", *Compos. Struct.*, **169**, pp. 167-172 (Jun. 2017).
8. Janjic, D., Pircher, M. and Pircher, H. "Optimization of cable tensioning in cable-stayed bridges", *J. Bridg. Eng.*, **8**(3), pp. 131-137 (May 2003).
9. Lee, T.Y., Kim, Y.H. and Kang, S.W. "Optimization of tensioning strategy for asymmetric cable-stayed bridge and its effect on construction process", *Struct. Multidiscip. Optim.*, **35**(6), pp. 623-629 (2008).
10. Negrao, J.H.O. and Simoes, L.M.C. "Optimization of cable-stayed bridges with three-dimensional modelling", *Comput. Struct.*, **64**(1.4), pp. 741-758 (Jul. 1997).
11. Simoes, L.M.C. and Negrao, J.H.J.O. "Optimization of cable-stayed bridges with box-girder decks", *Adv. Eng. Softw.*, **31**(6), pp. 417-423 (Jun. 2000).
12. Martins, A.M.B., Simoes, L.M.C. and Negrao, J.H.J.O. "Cable stretching force optimization of concrete cable-stayed bridges including construction stages and time-dependent effects", *Struct. Multidiscip. Optim.*, **51**(3), pp. 757-772 (Mar. 2015).
13. Martins, A.M.B., Simoes, L.M.C. and Negrao, J.H.J.O. "Optimum design of concrete cable-stayed bridges", *Eng. Optim.*, **48**(5), pp. 772-791 (May 2016).
14. Martins, A.M.B., Simoes, L.M.C. and Negrao, J.H.J.O. "Optimization of cable forces on concrete cable-stayed bridges including geometrical nonlinearities", *Comput. Struct.*, **155**, pp. 18-27 (Jul. 2015).
15. Hassan, M.M., Nassef, A.O. and El Damatty, A.A. "Determination of optimum post-tensioning cable forces of cable-stayed bridges", *Eng. Struct.*, **44**, pp. 248-259 (Nov. 2012).
16. Hassan, M.M. "Optimization of stay cables in cable-stayed bridges using finite element, genetic algorithm, and B-spline combined technique", *Eng. Struct.*, **49**, pp. 643-654 (Apr. 2013).
17. Guo, J., Yuan, W., Dang, X. and et al. "Cable force optimization of a curved cable-stayed bridge with combined simulated annealing method and cubic B-Spline interpolation curves", *Eng. Struct.*, **201**, p. 109813 (Dec. 2019).
18. Sun, H., Dou, Y.-Z. and Qian, Y.-J. "Optimal cable tension design for cable-stayed bridges on trust region algorithm", *International Conference on Transportation Engineering*, pp. 1826-1831 (2009).
19. Feng, Y., Lan, C., Briseghella, B. and et al. "Cable optimization of a cable-stayed bridge based on genetic algorithms and the influence matrix method", *Eng. Optim.*, **54**(1), pp. 20-39 (Jan. 2022).
20. Song, C., Xiao, R. and Sun, B. "Optimization of cable pre-tension forces in long-span cable-stayed bridges considering the counterweight", *Eng. Struct.*, **172**, pp. 919-928 (Oct. 2018).
21. Wang, Z., Zhang, N., Du, X. and et al. "Multiobjective optimization of cable forces and counterweights for universal cable-stayed bridges", *J. Adv. Transp.*, **2021**, pp. 1-13 (Jan. 2021).
22. Ju Y.-Zh., Liu, W.-Ch., Bai, J.-F. and et al. "Nonlinear static analysis of cable-stayed bridge", *2010 International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering*, pp. 2883-2886 (2010).
23. Xia, G.Y. and Cai, C.S. "Equivalent stiffness method for nonlinear analysis of stay cables", *Struct. Eng. Mech.*, **39**(5), pp. 661-667 (Sep. 2011).
24. Kennedy, J. and Eberhart, R. "Particle swarm optimisation", *Studies in Computational Intelligence*, IEEE (1995).
25. Barrera, J., Alvarez Bajo, O., Flores, J.J. and et al. "Limiting the velocity in the particle swarm optimization Algorithm", *Comput. y Sist.*, **20**(4), pp. 635-645 (Dec. 2016).