

بررسی اندرکنش ترک‌ها تحت اثر امواج طولی

بابک امیدوار (استادیار)
دانشکده‌ی محیط زیست، دانشگاه تهران
ندا داریوندی (کارشناس ارشد)
محمد رحیمیان (دانشیار)
اسدا... نورزاد (استادیار)
دانشکده‌ی فنی، دانشگاه تهران

در این نوشتار به بررسی اندرکنش ترک‌ها در محیط بی‌نهایت دوبعدی در حالت الاستودینامیک و شرایط کرنش مسطح تحت اثر امواج طولی می‌پردازد. نتایج به‌صورت ضرایب شدت تنش و در فرم‌های مختلف قرارگیری ترک‌ها نسبت به یکدیگر، بیان شده‌اند. نتایج حاصل حاکی از تأثیرگذاری تفرق و انعکاس امواج، هر دو، در اندرکنش ترک‌ها است. همچنین شکل قرارگیری ترک‌ها نسبت به یکدیگر مشخص می‌سازد که کدام یک از این ترک‌ها دارای اهمیت بیشتری هستند.

۱. مقدمه

بسیاری از مواد شکننده از ابتدا، و پیش از بارگذاری، ناپیوستگی‌هایی به شکل ترک و حفره دارند. حضور این ناپیوستگی‌ها به دلیل تمرکز تنش بالایی که ایجاد می‌کنند، تأثیر قابل توجهی بر خصوصیات مکانیکی ماده دارند. پتانسیل این مسئله برای تبدیل شدن به یک عامل فاجعه‌آمیز باعث شده که آنالیز دقیق اندرکنش ترک‌ها و میدان‌های تنش و تغییر مکان در اطراف آنها، از اهمیت بسیار بالایی برخوردار باشد. برای تخمین رفتار سازه حین شکست، دانستن اندازه‌ی ترک، تنش بهره‌برداری، خصوصیات ماده و ضرایب شدت تنش ضروری است.

ضریب شدت تنش^۱ که عموماً با K نشان داده می‌شود و به‌عنوان یک پارامتر پایه در مکانیک شکست خطی کشسان مطرح است، ابتدا توسط آبروین معرفی شد.^[۱] وی ابراز کرد که ترک در یک محیط ترک‌خورده با تغییر شکل خمیری محدود، زمانی شروع به پیشروی می‌کند که K با مقداری بنام ضریب شدت تنش بحرانی برابر شود.

از آن پس بررسی‌های بسیار زیادی در زمینه‌ی مکانیک شکست و محاسبه‌ی ضرایب شدت تنش انجام شده است. مسئله‌ی دینامیکی یک ترک با طول محدود، ابتدا توسط Loeber و Sih^[۲] مطرح شد. آنها ضرایب شدت تنش دو سر ترک را تحت اثر موج SH بررسی کردند. در پژوهش‌های بعدی ضرایب شدت تنش ترک با طول محدود تحت امواج P و SV بررسی شد.^[۳] ژانگ نیز با استفاده از روابط انتگرال مرزی تنش برای هر دو وجه ترک، کارهای انجام شده‌ی محققان پیشین را برای یک ترک با طول محدود تکمیل کرد.^[۴] پس از آن ضرایب شدت تنش در دو ترک موازی برای امواج قائم بر سطوح ترک مورد بررسی قرار

گرفت.^[۵] بررسی ترک در محیط نیمه بی‌نهایت نیز در حالی صورت گرفت که ترک به موازات مرز محیط نیمه بی‌نهایت قرار داشت.^[۶] در این میان بررسی‌های پارامتریک زیادی نیز در حالت استاتیکی در این زمینه به انجام رسیده است. روش‌های زیادی نیز برای این بررسی‌ها ارائه شد که از آن جمله می‌توان به کارهای انجام شده توسط Isida اشاره کرد.^[۷،۸] بررسی پارامتریک اندرکنش ترک‌ها و حفره‌ها نیز انجام شده است.^[۹]

در این نوشتار، نحوه‌ی اندرکنش ترک‌ها براساس تفرق و انعکاس امواج طولی در شرایط کرنش مسطح مورد بررسی قرار گرفته است. روش مورد استفاده در این بررسی‌ها روش المان مرزی دوگانه در فضای زمانی است؛ به این معنی که معادلات انتگرال مرزی تنش در یک وجه ترک و معادلات انتگرال مرزی تغییر مکان در وجه دیگر آن استفاده شده است.^[۱۰،۱۱]

برای جسمی بدون سرعت و تغییر مکان اولیه و فاقد نیروهای حجمی، معادله‌ی انتگرال مرزی تغییر مکان در نقطه x' به صورت معادله‌ی ۱ است.^[۱۲]

$$c_{ij}(x')u_i(x', t) = \int_{\Gamma} \int_0^t [U_{ij}(x, t; x', \tau)t_i(x, \tau)] d\tau d\Gamma$$
$$(x) - \int_{\Gamma} \int_0^t [T_{ij}(x, t; x', \tau)u_i(x, \tau)] d\tau d\Gamma(x)$$
$$i, j = 1, 2 \quad (1)$$

که در آن $U_{ij}(x, t; x', \tau)$ و $T_{ij}(x, t; x', \tau)$ پاسخ‌های اساسی الاستودینامیک برای معادله‌ی تغییر مکان، $u_i(x, \tau)$ و $t_i(x, \tau)$ تغییر مکان

است. نقطه‌ی $r = 0$ نوک ترک، و $\theta = 0$ مماس بر سطح ترک است. تابع بدون بعد $\sum_{ij}(\theta)$ معرف تغییرات زاویه‌ی هر جزء تنش در نوک ترک است. $\sum_{ij}(\theta)$ ، یک تابع کلی و مستقل از شکل جسم، جزئیات بارهای وارده و ثابت‌های کشسانی است. بنابراین در حالت استاتیکی نیز این تابع به همین صورت باقی خواهد ماند. این تابع چنان بدون بعد شده است که شرط $\sum_{ij}(0) = 1$ را تأمین کند، و در حالت استاتیکی به زمان بستگی نخواهد داشت. تنها فاکتور $K(t)$ است که تأثیر شکل هندسی جسم و جزئیات بارگذاری در یک مسئله خاص را نشان می‌دهد. تعیین این فاکتور از مسائل مهم مکانیک شکست است.

ضرایب شدت تنش براساس رابطه‌ی ۵ بدون بعد شده‌اند.

$$\bar{K}_i(t) = \frac{K_i(t)}{K^{st}}, (i = I, II) \quad (5)$$

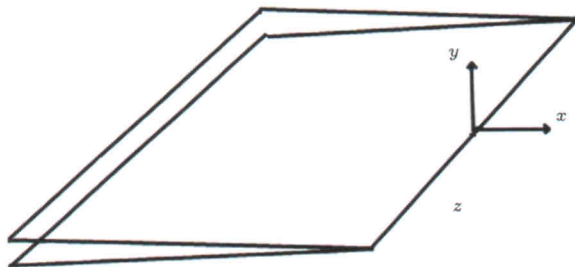
و در آن $K^{st} = \sigma_{\perp\perp} \sqrt{\pi a}$ ، ضرایب شدت تنش استاتیکی برای ترک با طول $2a$ در محیط بی‌نهایت و تحت تأثیر تنش‌های $\sigma_{\perp\perp}$ در محیط بی‌نهایت است. ضرایب شدت تنش در شکل‌ها به اختصار با SIF نشان داده شده‌اند. در تمام موارد عنوان شده، محیط کشسان نامحدود و طول ترک‌ها برابر $2a$ در نظر گرفته شده است.

۲. پوش جبهه‌ی امواج در اطراف ترک نیمه‌بی‌نهایت

محیط مورد نظر را شامل یک ترک نیمه بی‌نهایت در نظر می‌گیریم (شکل ۱). ماده در همه جا برای $t < 0$ خالی از تنش و در حال سکون است.

در شکل ۲ پوش جبهه‌ی امواج انعکاس یافته پس از برخورد موج به ترک نشان داده شده است. برای نقاط روی وجوه ترک و دور از نوک ترک این میدان گذرا فقط شامل امواج مسطح به موازات وجوه ترک است که از ترک دور می‌شوند.

از طرف دیگر در نزدیکی نوک ترک میدان تغییر مکان پیچیده‌تر است. میدان تفرق یافته با جبهه‌ی استوانه‌یی به شعاع $C_1 t$ از نوک ترک به خارج تابانده می‌شود. با توجه به این که بر اثر انعکاس امواج p



شکل ۱. ترک نیمه‌بی‌نهایت.

و تنش در مرز، $c_{ij}(x')$ ثابت وابسته به هندسه در نقطه‌ی روی هم‌گذاری x' ، نقطه‌ی مرزی و t زمان مشاهده هستند.

معادله‌ی انتگرال مرزی تنش نیز با مشتق‌گیری از معادله‌ی انتگرال مرزی تغییر مکان در نقطه‌ی روی هم‌گذاری به دست می‌آید. برای نقطه‌ی در یک مرز هموار معادله‌ی انتگرال مرزی تنش عبارت است از: [۱۲]

$$\frac{1}{\nu} t_{j}(x', t) = -n_i(x') \int_{\Gamma} \int_0^t [T_{kij}(x, t; x', \tau) u_k(x, \tau) d\Gamma + n_i(x') \int_{\Gamma} \int_0^t [U_{kij}(x, t; x', \tau) t_k(x, \tau)] d\Gamma(x) \quad (2)$$

$i, j, k = 1, 2$

که در آن مؤلفه‌های بردار نرمال خارجی در نقطه‌ی روی هم‌گذاری و $T_{kij}(x', t; x, \tau)$ و $U_{kij}(x', t; x, \tau)$ پاسخ‌های اساسی الاستودینامیک برای معادله‌ی تنش هستند. [۱۲]

در این نوشتار ابتدا جبهه‌ی موج در اطراف یک ترک نیمه بی‌نهایت، زمانی که وجوه آن تحت تنش یکنواخت قرار می‌گیرند بررسی می‌شود، و سپس تحت بارگذاری یکسان، یک ترک با طول محدود $2a$ و دو ترک با طول محدود و شرایط مختلف قرارگیری مورد بررسی قرار می‌گیرند. در مدل‌های بررسی شده در این نوشتار ضریب پواسن برابر $\nu = 0.25$ است و شرایط کرنش مسطح نیز حاکم است. امواج مسطح طولی به صورت زیر و با زاویه‌ی $\alpha = 0$ ، به مدل‌ها تابانده شده است.

$$u_1^{in} = U_P (C_1 t - x_2) \times H [C_1 t - x_2] \quad (3)$$

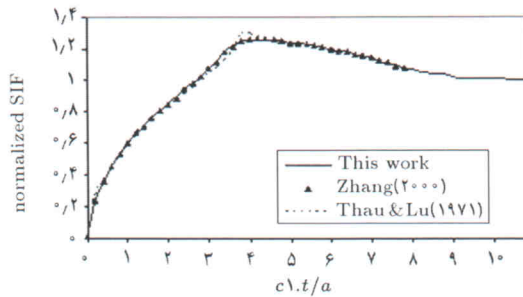
$$u_1^{in} = 0$$

در معادله‌ی ۳، عبارت U_P نشان‌گر دامنه‌ی امواج برخوردی، C_1 سرعت امواج برخوردی و α زاویه‌ی است که راستای انتشار موج برخوردی با امتداد قائم می‌سازد. همچنین H نیز تابع پله‌یی واحد، u_1 تغییر مکان در امتداد محور x_1 و u_2 تغییر مکان در امتداد محور x_2 است و t نماینده‌ی زمان است.

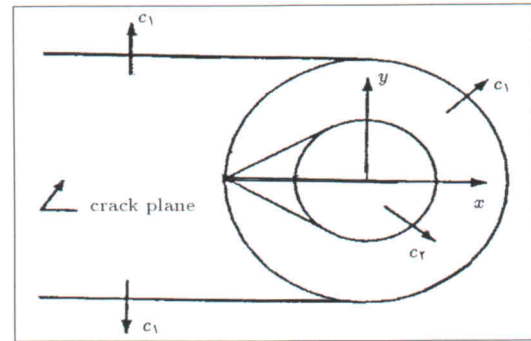
برای حل مسئله بعد از جزءبندی مرز ترک و نیز جزءبندی زمان، معادلات انتگرال مرزی به صورت گام به گام حل می‌شود. انتگرال‌های منفرد با استفاده از روش جداسازی قسمت منفرد برآورد شده است. [۱۰] اجزاء تنش در نزدیکی نوک ترک و با در نظر گرفتن سیستم مختصات دکارتی برای هر مود عبارت است از: [۱۳]

$$\sigma_{ij} = \frac{K(t)}{\sqrt{2\pi r}} \sum_{ij}(\theta) + \sigma_{ij}^{(1)} + o(1) \quad (4)$$

که در آن r و θ مختصات قطبی با مرکز نوک ترک در صفحه‌ی xy هستند. ضریب $K(t)$ ، ضریب شدت تنش کشسانی وابسته به زمان



شکل ۴. نمودار تغییرات ضرایب شدت تنش دینامیکی در ترک برای موج فشاری با زاویه‌ی تابش صفر درجه.



شکل ۲. پوش جبهه‌ی موج اولیه در حالت امواج فشاری.

در اثر این بارگذاری ناگهانی، امواج تنش در اطراف هر نوک ترک دقیقاً مانند ترک نیمه بی‌نهایت انتشار می‌یابند. به‌ویژه ضریب شدت تنش تا زمانی که امواج استوانه‌یی P از یک سر ترک، به سر دیگر آن نرسیده است، برابر با ضریب شدت تنش در ترک نیمه‌بی‌نهایت است. یعنی تا زمان رسیدن امواج p ایجاد شده در سر مخالف ترک است. [۱۴] با توجه به تقارن موجود در مدل، تغییر مکان دوسر ترک در امتداد محور x_2 ، برابر صفر است. زمانی که موج فشاری استوانه‌یی که در زمان $t = 0$ در سر سمت چپ ترک ایجاد شده به سر سمت راست آن در $x = a$ می‌رسد. این جبهه با خود تغییر مکان سطحی می‌آورد که شرایط مذکور را بر هم می‌زند. در نتیجه برای ارضای این شرط مرزی، امواج رایله از لبه‌ی ترک در $x = 0$ انتشار خواهد یافت تا این تغییر مکان سطحی خنثی شود.

در نقاطی که هنوز تحت تأثیر امواج تفرقیافته‌ی ناشی از سر ترک قرار نگرفته‌اند، سطح فقط تحت اثر امواج یکنواخت فشاری حرکت می‌کند. با رسیدن امواج فشاری تفرقیافته به این نقاط وجوه ترک حتی با سرعت بیشتری از یکدیگر دور می‌شود. به نظر می‌رسد این پدیده ناشی از تنش هیدروستاتیک ایجاد شده در سر ترک باشد. با رسیدن امواج رایله به نقطه‌ی مورد نظر، حرکت وجوه ترک، تضعیف می‌شود. بنابراین زمانی که امواج فشاری تفرقیافته به سر مخالف ترک می‌رسند، باعث افزایش ضریب شدت تنش می‌شوند. این افزایش، تا زمان رسیدن موج رایله ادامه می‌یابد و از آن پس این امواج تمایل به کاهش ضریب شدت تنش دارند. میزان پرش دینامیکی در این مدل ۳۰٪ است. [۱۳]

۴. بررسی دو ترک هم محور

در این مدل دو ترک با طول مساوی $2a$ و با فاصله‌ی $0.2a$ به صورت هم‌محور قرار گرفته‌اند (شکل ۵) چنان که در بخش قبل عنوان شد، زمانی که موج در زمان $t = 0$ به ترک می‌رسد ابتدا پوش جبهه‌ی موج ایجاد شده در اثر امواج تفرقیافته در هر سر هر ترک مشابه شکل ۳ است. با توجه به زاویه‌ی موج برخوردی، زمان رسیدن اثر موج به تمامی

s نیز ایجاد می‌شوند، این میدان تفرقیافته همچنین شامل امواج برشی استوانه‌یی به شعاع $C_2 t$ و همراه با آن امواجی مسطح با سرعت C_2 است C_1 و C_2 براساس رابطه‌های ۶ و ۷ به ترتیب سرعت موج‌های s و p هستند. [۱۳]

$$C_1 = \sqrt{\frac{E(\lambda - \nu)}{\rho(\lambda + \nu)(\lambda - 2\nu)}} \quad (6)$$

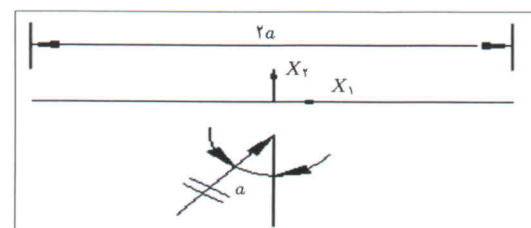
$$C_2 = \sqrt{\frac{E}{2\rho(\lambda + \nu)}} \quad (7)$$

که در آن‌ها ν ضریب پواسن؛ E مدول کشسانی؛ و ρ جرم حجمی ماده است.

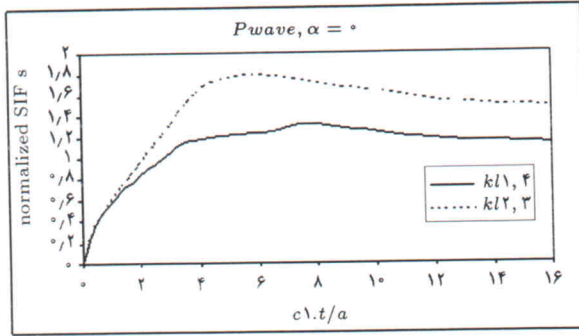
۳. ترک با طول محدود در محیط بی‌نهایت

در شکل ۳ ترکی با طول محدود $2a$ در یک محیط نامحدود کشسان نشان داده شده است.

این مدل را Thau & Lu نیز بررسی کرده‌اند ولی بررسی‌های آنها محدود به زمانی است که موج تفرقی یافته‌ی p برای بار دوم طول ترک را می‌پیماید. [۳] از آن پس به دلیل پیچیدگی حل ریاضی مسئله، از بررسی آن خودداری کرده‌اند. همچنین با استفاده از روش‌های عددی برای زمان‌های طولانی‌تری این مسئله بررسی شده است. [۳] مطابق شکل ۴ نتایج محاسبه شده به‌خوبی با نتایج به دست آمده از طریق روش‌های عددی مطابقت دارد.



شکل ۳. یک ترک در محیط بی‌نهایت تحت تأثیر امواج برخوردی.



شکل ۶. تغییرات ضرایب شدت تنش در مقابل C_1t/a با زاویه‌ی برخورد $\alpha = 0^\circ$.

به نمودار مدل بخش ۳ نزدیک است. مقدار استاتیکی ضریب شدت تنش بدون بعد در نقاط ۲ و ۳ برابر با $1/47$ است.

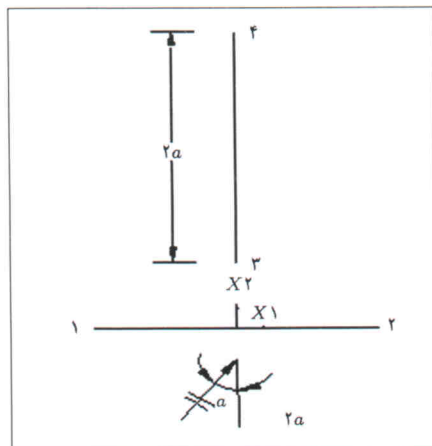
۵. بررسی دو ترک عمود بر هم

در این مدل دو ترک عمود برهم با فاصله‌ی مساوی $2a$ را در نظر می‌گیریم (شکل ۷). فاصله‌ی انتهای ترک قائم از ترک افقی برابر $0/2a$ در نظر گرفته شده است.

در این مدل موج برخوردی به‌طور همزمان به نقاط ۱ و ۲ می‌رسد و با کمی تأخیر نقطه‌ی ۳ نیز حضور آن را احساس می‌کند. با توجه به مقاومت اینرسی ماده در حالت دینامیک [۱۳] نقاط ۳ و ۴ نیز از حضور این موج تأثیر می‌پذیرند.

در این مدل در $C_1t/a = 0/2$ ، موج به نقطه‌ی ۳ می‌رسد (شکل ۸)، ولی تا حدود $C_1t/a = 1$ مقدار ضریب شدت تنش در این نقطه بسیار کم و به عبارتی نزدیک به صفر می‌ماند و پس از این زمان به آرامی (با سرعت کم) شروع به افزایش می‌کند. دلیل این امر میدان تنشی است که در فضای میان دو ترک ایجاد می‌شود.

مسائل مذکور را می‌توان چنین عنوان کرد که ترک افقی برای ترک



شکل ۷. دو ترک عمود برهم.

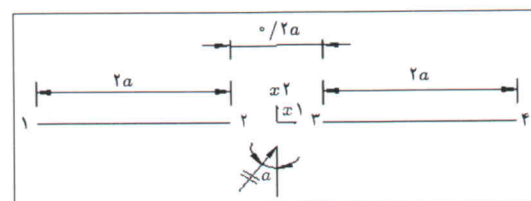
نقاط هریک از دو ترک یکسان است.

در شکل ۶ نمودار ضرایب شدت تنش بدون بعد، تحت اثر این بارگذاری نسبت به زمان بدون بعد C_1t/a نشان داده شده است. با توجه به تقارن مسئله، ضرایب شدت تنش در نقاط ۱ و ۴ و نیز در نقاط ۲ و ۳ با هم برابر است.

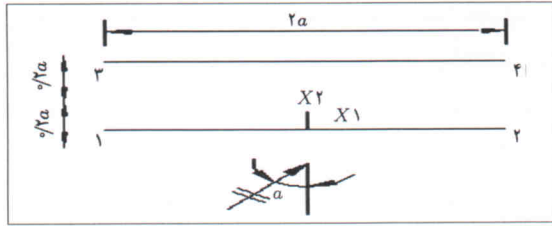
از زمان رسیدن موج به ترک تا زمانی که نقاط ۲ و ۳ هنوز تحت تأثیر امواج ساطع شده از یکدیگر قرار نگرفته‌اند، یعنی تا زمان بدون بعد $C_1t/a = 0/2$ ، ضرایب شدت تنش در دو سر هریک از ترک‌ها با یکدیگر و نیز با ضریب شدت تنش در ترک تنها تحت همین بارگذاری در مدل بخش ۳ برابرند. از این زمان به بعد ضرایب شدت تنش در نقاط ۲ و ۳ نسبت به نقاط ۱ و ۴ شروع به افزایش می‌کنند.

در بررسی ضرایب شدت تنش در نقطه‌ی ۱ مشاهده می‌شود در زمان $c_1t/a = 2$ جبهه‌ی موج تفرق‌یافته P از نقطه ۲ به نقطه ۱ می‌رسد. در نتیجه افزایش ضریب شدت تنش در این نقطه ادامه می‌یابد تا زمانی که موج رایله نیز از نقطه‌ی ۲ به این نقطه برسد. با رسیدن موج رایله از سرعت افزایش ضریب شدت تنش کاسته می‌شود ولی برخلاف مدل بخش ۳ حالت کاهشی پیدا نمی‌کند. و دلیل آن رسیدن امواج P استوانه‌یی از نقاط ۳ و ۴ در زمان‌های بدون بعد $2/2$ و $4/2$ است. در زمان بدون بعد $7/54$ ماکزیمم در نمودار ضریب شدت تنش این نقطه مشاهده می‌شود. در این زمان موج رایله مجدداً از نقطه‌ی ۲ به این نقطه می‌رسد. در واقع به نظر می‌رسد تا قبل از رسیدن موج رایله‌ی اول به نقطه‌ی ۱، حضور ترک مجاور در این نقطه کم‌تر احساس شده است. مقدار ضریب شدت تنش تا این زمان هنوز بسیار نزدیک با مقدار ضریب شدت تنش در مدل بخش ۳ است [۱۴]. مقدار استاتیکی ضریب شدت تنش بدون بعد در نقاط ۱ و ۴ برابر با $1/12$ است. چنان‌که مشاهده می‌شود از حدود $C_1t/a = 14$ ، ضریب شدت تنش در این نقاط به مقدار استاتیکی خود بسیار نزدیک می‌شود. پرش دینامیکی در این نقاط در حدود 20% است که نسبت به مدل بخش ۳، 10% کاهش دارد.

مشخصاً همان‌گونه که در تحلیل پارامتریک در شکل ۶ نیز مشاهده شد، حضور ترک مجاور در نقاط ۲ و ۳ به مراتب بیشتر از نقاط ۱ و ۴ احساس می‌شود. در نقاط ۱ و ۴ نمودار ضریب شدت تنش حدوداً



شکل ۸. دو ترک هم محور.



شکل ۹. دو ترک موازی.

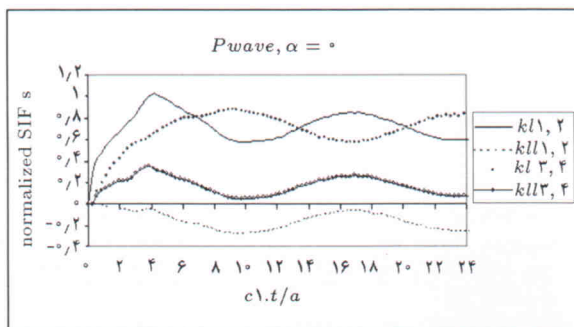
در این مدل موج ابتدا به ترک پایین می‌رسد. نتایج در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

همان‌طور که در پیش‌ترین عنوان شد، در اثر این بارگذاری از وجوه بالا و پایین ترک امواج فشاری و از دو سر ترک امواج استوانه‌یی P و SV و نیز امواج رایله ساطع می‌شود.

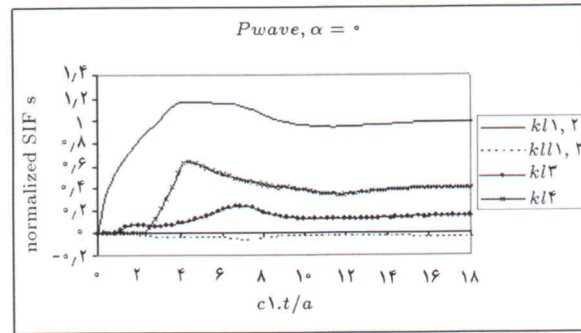
پس از زمان $C_1 t/a = 0/4$ ، موج به ترک بالا نیز می‌رسد. همچنین در همین زمان امواج فشاری از ترک پایین به این ترک می‌رسند. حضور این امواج باعث می‌شود منحنی ضریب شدت تنش مود اول در دو سر این ترک حالت هموارتری داشته باشد. امواج فشاری P که از ترک پایین به وجوه ترک بالا برخورد می‌کنند، به صورت امواج کششی از وجه پایین ترک بالایی به سمت پایین منعکس می‌شوند. این مسئله به همین صورت در فضای میان ترک‌ها ادامه می‌یابد. در عین حال در زمان $C_1 t/a = 0/4$ نیز امواج از ترک بالا به همان صورت که در مورد ترک پایین عنوان شد، ساطع می‌شود.

علاوه بر مسائل فوق، امواج رایله‌یی که در طول وجوه ترک‌ها انتشار می‌یابند، تا عمق مشخصی بر محیط اطراف خود تأثیر می‌گذارند. سرعت این امواج معمولاً در سطح حرکت قائم بیشتر از حرکت افقی است و دامنه‌ی حرکت به صورت نمایی با افزایش فاصله از سطح کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان انتظار داشت در فضای میان دو ترک شکل پیچیده‌یی از اندرکنش امواج ساطع شده از ترک‌ها موجود باشد.

با توجه به محدود بودن فضای بین ترک‌ها و انعکاس‌های متوالی امواج که در این ناحیه رخ می‌دهد، منطقی به نظر می‌رسد که در این



شکل ۱۰. تغییرات ضرایب شدت تنش در مقابل $C_1 t/a$ با زاویه‌ی برخورد $\alpha = 0^\circ$.



شکل ۸. تغییرات ضرایب شدت تنش در مقابل $C_1 t/a$ با زاویه‌ی برخورد $\alpha = 0^\circ$.

قائم حالت سایه ایجاد می‌کند. این مسئله را در مقایسه‌ی منحنی‌های ضرایب شدت تنش در نقاط ۳ و ۴ در شکل ۸ می‌توان مشاهده کرد. منحنی ضریب شدت تنش در نقطه‌ی ۳ به طور قابل ملاحظه هموارتر از این منحنی در نقطه‌ی ۴ است. در عین حال در مقایسه با ترک قائم، در این مدل مقادیر این ضرایب در این دو نقطه به طور قابل ملاحظه‌یی کم‌تر است. [۱۴]

در $C_1 t/a = 2/2$ موج به نقطه‌ی ۴ می‌رسد و بلافاصله ضریب شدت تنش در این نقطه شروع به افزایش می‌کند. برخلاف نقطه‌ی ۳، منحنی در این نقطه شیب قابل ملاحظه‌یی دارد و در $C_1 t/a \approx 3/59$ به بیشینه‌ی مقدار خود می‌رسد.

با توجه به بیشتر بودن تنش وارد به وجوه ترک افقی منحنی، ضریب شدت تنش در دو سر این ترک به طور قابل ملاحظه‌یی بیشتر از دو منحنی دیگر است. در مقایسه با شکل ۴، این منحنی نسبت به منحنی ضریب شدت تنش برای ترک افقی، تغییرات کمی دارد. مقدار بیشینه در این منحنی نسبت به شکل ۴ کاهش کمی دارد که می‌توان دلیل آن را حضور ترک قائم دانست. تا $C_1 t/a \approx 1$ منحنی‌های شکل‌های ۴ و ۸ بسیار به هم نزدیک‌اند.

در نقاط ۱ و ۲، به دلیل اختلاف میدان تنش در بالا و پایین ترک ضریب شدت تنش مود دوم صفر نخواهد بود. (البته مقدار آن کوچک است).

ضریب شدت تنش بدون بعد مود اول در نقاط ۱ و ۲، در حالت استاتیکی برابر $0/99$ ، در نقطه‌ی ۳ برابر $0/153$ و در نقطه‌ی ۴ برابر $0/4$ است.

۶. بررسی دو ترک موازی

در این مدل دو ترک با طول مساوی $2a$ به طور موازی قرار گرفته‌اند (شکل ۹). فاصله‌ی این دو ترک از هم برابر $0/4a$ در نظر گرفته شده است.

تأثیر امواج تفرقیافته از هر سر ترک و نیز اثر کاهشی امواج رابله ساطع شده از یک سر ترک به سر دیگر آن قابل لمس است.

۲. حالتی که دو ترک در یک امتداد قرار گرفته‌اند، به منظور بررسی اندرکنش سر ترک‌ها.

در این حالت تفرق امواج از سر ترک‌ها در اندرکنش ترک‌ها تأثیرگذار است. میزان پرش دینامیکی در این مدل‌ها حدود 20% است که نسبت به ترک تنها 10% کاهش دارد. ضرایب شدت تنش دینامیکی در این مدل‌ها نسبت به حالت قبل افزایش داشته است و این امر نیز به دلیل اثر افزایشی امواج تفرقیافته است.

۳. حالتی که دو ترک عمود بر یکدیگر قرار دارند، به گونه‌ای که سر ترک قائم در مقابل وجه ترک افقی است (به منظور بررسی اثر یک ترک بر وجه ترک دیگر).

در این حالت امواج تفرقیافته از سر ترک قائم و امواج انعکاس یافته از وجه ترک افقی همزمان با هم در اندرکنش ترک‌ها تأثیر می‌گذارند. در این مورد نمودار ضرایب شدت تنش تغییرات بسیار کمی نسبت به ترک تنها دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که امواج تفرقیافته از سر ترک قائم تأثیر ناچیزی بر ترک افقی دارد. همچنین ترک افقی روی ترک قائم حالت سایه ایجاد می‌کند.

۴. حالتی که دو ترک به موازات یکدیگر قرار دارند، برای بررسی اثر وجوه ترک‌ها بر یکدیگر. در این حالت، امواج انعکاس یافته از وجوه ترک‌ها در اندرکنش ترک‌ها عمل می‌کنند.

در این مدل منحنی ضرایب شدت تنش نوسان‌های متوالی خواهد داشت. به نظر می‌رسد محیط میان دو ترک به دلیل محدود بودن، حالتی مشابه نوسان آزاد پیدا می‌کند.

با وجود افزایش پرش دینامیکی نسبت به دو مدل قبل، میزان ضرایب شدت تنش در این مدل مقادیر کمتری به خود می‌گیرند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که وجوه هر ترک بر ترک دیگر دارای آثار کاهشی است.

مدل منحنی‌ها حول مقدار استاتیکی خود نوسان کنند.^[۱۴] در این مدل نیز، صفر نبودن ضرایب شدت تنش مود دوم به دلیل اختلاف میدان تنش و تغییر مکان در بالا و پایین ترک است. مقدار ضریب شدت تنش استاتیک بدون بعد مود اول در سر ترک‌ها برابر 711° و مقدار ضریب شدت تنش استاتیک بدون بعد مود دوم 162° است. مشاهده می‌شود که منحنی‌ها حول این مقدار در حال نوسان‌اند. بیشینه‌ی پرش دینامیکی در نقاط ۱ و ۲، حدود 50% در مود اول و دوم و در نقاط ۳ و ۴ حدود 25% در مود اول و حدود 50% در مود دوم است.

در این مدل تا $C_1 t/a = 0/8$ ، ضرایب شدت تنش در نقاط ۱ و ۲ برابر با مقادیر آنها در مدل ترک تنها در شکل ۴ است. چون تا این زمان هنوز حضور ترک بالای خود را احساس نکرده است. به علاوه می‌توان مشاهده کرد که در این نقاط ضرایب شدت تنش مقادیر کمتری نسبت به شکل ۴ دارند. دلیل این امر همان امواجی است که بین وجوه ترک‌ها مبادله می‌شود. با افزایش ترک‌ها ضرایب شدت تنش بزرگتری نیز انتظار می‌رود. در نتیجه پرش دینامیکی بزرگتری نیز ایجاد می‌شود. در منابع موجود، این مدل برای فاصله‌ی a بین ترک‌ها بررسی شده است و مقادیر بزرگتری برای ضرایب شدت تنش به دست آمده است.^[۶]

۷. نتیجه‌گیری

در این نوشتار، بررسی‌هایی در مورد اندرکنش ترک‌ها در محیط‌های بی‌نهایت در حالت کرنش مسطح صورت گرفته است. برای انجام این بررسی‌ها از روش المان مرزی دوگانه استفاده شده است و نتایج به صورت ضرایب شدت تنش بیان شده‌اند. ضرایب شدت تنش به عنوان پارامتر مشخص کننده‌ی مود بازشدگی ترک و شرایط نسبی میدان تنش در اطراف سر ترک شناخته می‌شوند. در این بررسی‌ها، امواج طولی به وجوه ترک تابانده شده‌اند، به گونه‌ای که باعث ایجاد تنش نرمال یکنواخت بر وجوه ترک شوند. در مجموع چهار مدل در نظر گرفته شد:

۱. یک ترک تنها به منظور تأیید نتایج و همچنین به عنوان پایه‌ی برای مقایسه با دیگر مدل‌های بررسی شده است. در این مدل به خوبی

پانویس

1. stress intensity factor

منابع

1. Irwin, G.R. "Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate", *Journal of Applied Mechanics*, **24**, pp. 361-4 (1957).

2. Loeber, J. F. and Sih, G. C. "Diffraction of antiplane shear waves by a finite crack", *Journal of the Acoustic Society of America*, **44**, pp. 90-98 (1968).
3. Stephen A. Thau. & Tsin-Hwei Lu "Transient stress intensity factors for a finite crack in an

- elastic solid caused by a dilatational wave”, *International Journal of Solids & Structures*, **7**, pp. 731-750 (1971).
4. Ch. Zhang, “A 2D hyper singular time-domain traction BEM for transient elastodynamic crack analysis”, *wave motion*, **35**, pp. 17-40 (2002).
 5. Takakuda K. “Scattering of plane harmonic waves by cracks”, Transactions of the Japan society of mechanical engineers series A48, 1014-1020 (1982).
 6. Keer, L.M., Lin, W. and Achenbach J.D “Response effects for a crack near a free surface”, *ASME Journal of Applied Mechanics*, **51**, pp. 65-70 (1948).
 7. Isida M., D.H. Chen, H. Nisitani, “Plane problems of an elliptical hole”, *Eng. Fract. Mech.* **20**, pp. 591-597 (1983).
 8. Isida M., “Analysis of stress intensity factors for plates containing random array of cracks”, *Jpn. Soc. Mech. Eng.* **13**, pp. 635-648 (1970).
 9. K. X. Hung, A. Chandra and Y. Hung, “Multiple void-crack interaction”, *Int. J. Solids and Structures*, **30**(11), pp. 1473-1489 (1992).
۱۰. امیدوار، ب. «بررسی پایداری دینامیکی سدهای بتنی ترک خورده با استفاده از روش المان مرزی دوگانه در فضای زمانی»، رساله برای اخذ دکتری مهندسی سازه، دانشکده فنی، دانشگاه تهران (۱۳۸۰).
11. Banerjee PK & Butterfield R, “Boundary element method in engineering”, McGraw-Hill, London (1981).
 12. P. Fedelinski, M. H. Aliabadi and D. P. Rooke, “A single region time domain BEM for dynamic crack problems”, *Int. J. Solids Structures*, **32**, pp. 3555-3571 (1995).
 13. Freund L.B. “Dynamic Fracture Mechanics”, Cambridge University Press, Cambridge (1990).
۱۴. داریوندی، ن. «بررسی اندرکنش لرزه‌یی ترک‌ها با یکدیگر با استفاده از روش المان مرزی»، پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در مهندسی عمران - گرایش سازه، دانشکده فنی، دانشگاه تهران (۱۳۸۳).

