

# شبیه‌سازی رفتار مکانیکی مخلوط ماسه و خرده‌لاستیک به روش اجزاء مجزا (DEM)

دانیال رضازاده عیدگاهی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی عمران، دانشگاه سمنان

سید احسان سیدی حسینی‌نیا\* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

مهندسی عمران شهریه (تابستان ۱۳۹۶)  
دوری ۲-۳۳، شماره ۲/۲، ص. ۵۱-۵۹

در پژوهش حاضر، از روش عددی اجزاء مجزا جهت شبیه‌سازی مخلوط ماسه و خرده لاستیک استفاده شده است. بدین منظور، چندین نمونه شامل ماسه‌ی تمیز و مخلوط با درصد خرده‌لاستیک‌های ۱۰٪، ۲۰٪، ۳۰٪ و ۵۰٪ در نظر گرفته شده و رفتار آن‌ها تحت بارگذاری تنش‌های هم‌جانبه‌ی ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰ و ۴۰۰ کیلوپاسکال و بارگذاری فشاری انحرافی مطالعه شده است. شبیه‌سازی‌ها در فضای دوبعدی با کد DISC انجام و دانه‌ها به صورت دایره در نظر گرفته شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که با افزایش درصد خرده‌لاستیک، سختی نمونه‌ها کاهش یافته است، در صورتی که با توجه به شکل دایروی ذرات، مقاومت برشی مخلوط تا اختلاف ۳۰٪، افزایش و سپس کمی کاهش یافته است. همچنین، با افزایش سطح تنش، مدول سختی اولیه‌ی نمونه‌ها کاهش داشته است. سپس نتایج شبیه‌سازی‌ها با نتایج کارهای آزمایشگاهی مقایسه شده است، که نشان از تطابق خوب میان روندهای مشاهده‌شده در رفتار مکانیکی نمونه‌های شبیه‌سازی‌شده و واقعی در آزمایشگاه است.

**واژگان کلیدی:** مخلوط ماسه و خرده‌لاستیک، رفتار مکانیکی، روش اجزاء مجزا (DEM)، شبیه‌سازی عددی.

## ۱. مقدمه

توجه به گسترش استفاده و استخراج هر چه بیشتر از منابع موجود در طبیعت، اهمیت به‌کارگیری مجدد مواد زائد باز یافتی بیش از پیش آشکار می‌شود. از این قبیل مواد، می‌توان به لاستیک‌های فرسوده‌ی وسائط نقلیه اشاره کرد، که هر سال حجم وسیعی از آن‌ها تولید می‌شود. استفاده از لاستیک‌های خرد شده به صورت مخلوط با خاک‌ها به ویژه خاک‌های ماسه‌یی، مخلوطی را پدید می‌آورد که از نظر رفتار مکانیکی با توده‌های شامل ماسه‌ی تمیز و خرده‌لاستیک تمیز متفاوت است. به علاوه رفتار مصالح مخلوط تحت تأثیر شرایط اختلاط، دست‌خوش تغییر می‌شود. [۱-۳] اختلاط خرده‌لاستیک‌های باز یافتی با خاک‌های دانه‌یی علاوه بر تسریع روند بازگشت مواد لاستیکی به چرخه‌ی طبیعت، باعث بهبود شرایط توده‌ی ماسه می‌شود. [۴-۶] مصالح مخلوط، وزن سبک‌تری نسبت به توده‌ی ماسه‌ی تمیز دارند. بنابراین می‌توان از آن‌ها به عنوان مصالح سبک و پرکننده در پشت دیوارهای نگهبان و همچنین مصالح مورد نیاز برای زهکش‌ها استفاده کرد. [۵] علاوه بر وزن سبک مصالح مذکور، مخلوط خاک‌های دانه‌یی و خرده‌های لاستیک در هنگام بارگذاری بر روی سطح آن‌ها، فشار جانبی کمتری در مقایسه با فقط خاک به سازه‌های مجاور خود وارد می‌کند. [۵] از این خرده‌لاستیک‌ها جهت اصلاح خاک در شیروانی‌های تسلیح شده

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۲/۱۴، اصلاحیه ۱۳۹۴/۸/۱۱، پذیرش: ۱۳۹۴/۱۰/۵.

d.rezazade@gmail.com  
eseyedi@um.ac.ir

با لایه‌های ژئوسینتتیک نیز استفاده شده است. [۷] در این کاربرد، به دلیل سبک‌تر شدن، مخلوط خاک با خرده‌لاستیک نشست کمتری خواهد داشت. [۸] در صورت وجود خرده‌لاستیک‌هایی با شکل‌های نامنظم و با نسبت طول به عرض بیشتر از دو، این احتمال وجود دارد که خرده‌لاستیک‌ها به صورت قائم نسبت به صفحه برش در نمونه قرار گرفته باشند. لذا، این چیدمان باعث افزایش مقاومت برشی نمونه در صفحه برشی خواهد شد. [۱]

استفاده از مخلوط خاک با دانه‌های نرم خرده‌لاستیک نیازمند شناخت رفتار و به‌دست آوردن پارامترهای مهندسی مخلوط است، که از طریق انجام آزمون‌های متداول آزمایشگاهی مکانیک خاک انجام می‌شود. مطالعات تجربی فراوانی توسط پژوهشگران مختلف به منظور به‌دست آوردن رفتار مکانیکی و همچنین تأثیر نسبت اختلاط در رفتار مکانیکی مخلوط‌های خاک ماسه‌یی و خرده‌لاستیک صورت پذیرفته است. در اغلب مطالعات آزمایشگاهی انجام شده با کمک آزمون سه‌محوری، [۸-۱۰] و آزمون برش مستقیم، [۱۱-۱۴] نشان داده شده است که افزایش درصد حجمی یا درصد وزنی خرده‌لاستیک، موجب کاهش سختی و افزایش تراکم‌پذیری مخلوط حین بارگذاری برشی می‌شود. درخصوص تأثیر خرده‌لاستیک در مقاومت برشی مخلوط، نتایج متفاوتی حاصل شده است، بدین صورت که برخی از پژوهشگران افزایش خرده‌لاستیک را موجب افزایش مقاومت برشی، [۱۱، ۱۵] و برخی دیگر موجب

کاهش مقاومت برشی<sup>[۱۶، ۱۷]</sup> می‌دانند. دلیل تفاوت این مشاهدات، اختلاف در اندازه و شکل هندسی خرده‌لاستیک‌ها و همچنین شکل هندسی ذرات ماسه (خاک میزبان)<sup>[۱۲]</sup> به نظر می‌رسد.

در عصر حاضر و با توجه به رشد روزافزون سرعت محاسباتی رایانه‌ها، روش‌های عددی به کمک مهندسان آمده و نقش مؤثر و مفیدی در شبیه‌سازی پدیده‌های مختلف ایفا کرده‌اند. یکی از روش‌های عددی مذکور که به منظور شبیه‌سازی محیط دانه‌یی استفاده می‌شود، روش اجزاء مجزاست، که با کمک آن می‌توان محیط ذره‌یی را به صورت ریزمقیاس مدل و نیروها و جابه‌جایی دانه‌ها را براساس شرایط محیطی و اعمالی مطالعه کرد. هم‌اکنون، از روش اجزاء مجزا برای مطالعه رفتار ماکرومکانیکی (دید درشت مقیاس)<sup>[۱۷-۱۹]</sup> و میکرومکانیکی (ریزمقیاس) محیط دانه‌یی<sup>[۲۰-۲۴]</sup> استفاده می‌شود و در نتیجه، برای شناخت بهتر رفتار این‌گونه‌ی محیط می‌توان از آن استفاده کرد. شبیه‌سازی مخلوط ماسه و خرده‌لاستیک به کمک روش اجزاء مجزا از موضوعات تازه محسوب می‌شود و مطالعات محدودی در این زمینه انجام شده است. از میان کارهای انجام‌شده در ادبیات فنی می‌توان به شبیه‌سازی عددی در پژوهشی در سال ۲۰۰۸<sup>[۲۵]</sup> اشاره کرد، که به شبیه‌سازی رفتار نمونه‌یی از مخلوط خاک ماسه با خرده‌لاستیک در آزمون تحکیم یک‌بعدی پرداخته و در آن، دانه‌ها به صورت دیسک‌های دایروی در نظر گرفته شده و تراکم‌پذیری مخلوط مطالعه شده است. به تازگی، در پژوهش دیگری، آزمون برش مستقیم به صورت دوبعدی شبیه‌سازی شده و در آن نمونه فقط تحت یک سربار قائم تحت بارگذاری برشی قرار داشته است.<sup>[۱۶]</sup> در پژوهش حاضر، به چگونگی استفاده از روش عددی اجزاء مجزا جهت شبیه‌سازی مخلوط خاک ماسه‌یی و خرده‌لاستیک پرداخته شده است. شبیه‌سازی‌ها به صورت دوبعدی انجام و شکل هندسی دانه‌ها دایروی فرض شده است. همچنین در پژوهش حاضر سعی شده است تا اثر درصد اختلاط خرده‌لاستیک و نیز فشار همه‌جانبه در رفتار مکانیکی مخلوط شبیه‌سازی شود، لذا از ۴٪ اختلاط خرده‌لاستیک صفر (ماسه‌ی تمیز)، ۱۰٪، ۲۰٪، ۳۰٪ و ۵۰٪ استفاده شده است. در ضمن نمونه‌ها تحت تنش محصورکننده‌ی ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰، ۴۰۰ کیلوپاسکال تحت برش قرار گرفته‌اند. سپس به ارائه‌ی نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها و مقایسه‌ی آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی پرداخته شده است.

## ۲. اصول روش اجزاء مجزا (DEM)

روش اجزاء مجزا روشی است که برای مطالعه‌ی محیط‌های دانه‌یی و گسسته مورد استفاده قرار می‌گیرد. برخلاف روش‌های مورد استفاده برای محیط‌های پیوسته از قبیل اجزاء محدود (FEM)<sup>۲</sup> و اختلاف محدود (FDM)<sup>۳</sup>، هر دانه مستقلاً در نظر گرفته شده و می‌تواند به تنهایی و بدون محدودیت به حرکت خود ادامه دهد. این روش، در ابتدا به صورت یک برنامه‌ی رایانه‌یی معرفی شده است<sup>[۲۶]</sup> که برای شبیه‌سازی حرکت توده‌های سنگی به کار برده می‌شد. سپس، برنامه‌ی مذکور به منظور شبیه‌سازی رفتار مکانیکی مصالح دانه‌یی، در قالب برنامه‌ی BALL توسعه یافته است.<sup>[۲۷]</sup> توسعه‌ی بعدی آن و روش اجزاء مجزا با دید میکرومکانیکی انجام شده<sup>[۲۸]</sup> که ماحصل آن کد رایانه‌یی به نام DISC بوده است، که در آن، ذرات به شکل دیسک (دایره) هستند و شبیه‌سازی مصالح به صورت دوبعدی انجام می‌شود. نمونه حاوی دانه‌ها به شکل دایره است، که به صورت دومحوری تحت بارگذاری انحرافی (برشی) قرار می‌گیرد. این کد بعدها جهت شبیه‌سازی دانه‌های تیرگوشه و شکست ذرات توسعه یافته است.<sup>[۲۹-۳۱]</sup> در پژوهش حاضر، از نسخه‌ی به روزشده‌ی برنامه‌ی DISC استفاده شده است.

در روش اجزاء مجزا، دانه‌ها به صورت اجسام صلب فرض می‌شوند، که امکان برخورد آن‌ها با ذرات مجاورشان در مجموعه وجود دارد. به عبارت دیگر، دانه‌ها می‌توانند تحت اثر نیروها و لنگرهای اعمالی، انتقال یا چرخش داشته باشند. مقدار شتاب‌های زاویه‌یی و انتقالی به روش انتگرال‌گیری از قانون دوم نیوتن مطابق روابط ۱ و ۲ محاسبه می‌شوند.

$$(I\ddot{\theta})_N = (\sum M)_N \quad (1)$$

$$(m\ddot{X}_i)_N = (\sum F_i)_N \quad i = 1, 2 \quad (2)$$

که در آن‌ها،  $m$  و  $I$  به ترتیب جرم و ممان اینرسی جرمی ذره‌ی شماره‌ی  $N$  ام هستند.  $F_i$  و  $M$  به ترتیب مؤلفه‌های نیرو و مقدار لنگر اعمال‌شده به مرکز جرم دانه‌ی  $N$  ام و زیرنویس  $i$ ، نشان‌دهنده‌ی مؤلفه‌ی مربوط به جهت‌های مختصات ۱ (محور افقی) و ۲ (محور قائم) در دستگاه مختصات دکارتی دوبعدی است. با توجه به کوچک بودن اندازه‌ی نمونه‌ی شبیه‌سازی و عدم تأثیر نیروی گرانش، در کلیه‌ی مراحل شبیه‌سازی از اثر نیروی وزن صرف‌نظر شده است. از آنجا که نیروهای اعمال‌شده به دانه‌ها بر روی محیط ذرات هستند، یک لنگر به منظور انتقال این نیروها به محل مرکز جرم در نظر گرفته می‌شود.  $\ddot{\theta}$  و  $\ddot{X}_i$  به ترتیب شتاب زاویه‌یی و مؤلفه‌های شتاب ناشی از انتقال ذره‌ی  $N$  ام در راستاهای افق و قائم (که به ترتیب با محورهای ۱ و ۲ نشان داده می‌شوند) هستند. از روابط ۱ و ۲، در ابتدا به منظور به دست آوردن سرعت و پس از آن برای یافتن مقادیر شتاب و جابه‌جایی زاویه‌یی و انتقالی ذرات استفاده می‌شود. در هر مجموعه‌ی دانه‌یی، به منظور هم‌گرایی سیستم و دست‌یابی به نقطه‌یی که کلیه‌ی دانه‌ها پس از گسترش آشفتگی در محیط مجدداً به حال سکون برسند، میراگرهایی برای هر دانه فرض می‌شوند که به صورت انتقالی و چرخشی عمل می‌کنند. برای در نظر گرفتن میرایی‌های مذکور در هر دانه، ۲ عامل ثابت با نمادهای  $C_m$  و  $C_I$  تعریف می‌شوند، تا مؤلفه‌های نیرو ( $F_i^D$ ) و لنگر ( $M^D$ ) ناشی از میرایی (نمایش با بالانویس  $D$ ) به صورت خطی به سرعت‌های زاویه‌یی ( $\dot{\theta}$ ) و انتقالی  $\dot{X}_i$  مربوط سازند. روابط ۳ و ۴، بیان‌گر چگونگی ارتباط عوامل نام‌برده هستند:

$$F_i^D = -C_m \dot{X}_i \quad i = 1, 2 \quad (3)$$

$$M^D = -C_I \dot{\theta} \quad (4)$$

که در آن‌ها مقادیر  $C_m$  و  $C_I$  از روابط ۵ و ۶ به دست می‌آیند:

$$C_m = \alpha_m m \quad (5)$$

$$C_I = \alpha_I I \quad (6)$$

دو پارامتر  $\alpha_m$  و  $\alpha_I$  ثابت‌های میرایی هستند، که به عنوان ورودی به برنامه داده می‌شوند. مقادیر این دو پارامتر به اندازه‌ی جرم و شکل هندسی دانه‌ها بستگی دارد و برای یک توده با دانه‌های مشخص، با کمک روش آزمون و خطا به دست می‌آیند.

## ۱.۲. قانون تماس دانه‌ها

در روش اجزاء مجزا، قانون تماس میان دانه‌ها به عنوان یک عامل ریزمقیاس (میکرو) نقش اساسی در شبیه‌سازی رفتار ماکرومکانیکی (در دید درشت مقیاس) دارد. چگونگی شبیه‌سازی تماس دو دانه بدین صورت است که در محل تماس هر دو دانه‌ی مجاور، دو فنر به صورت‌های قائم و برشی در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب در هر گام محاسباتی می‌توان با توجه به شعاع اختصاص یافته به هر دانه و موقعیت آن در مجموعه‌ی دانه‌ها، احتمال برخورد با دانه‌های مجاور را ارزیابی کرد. مقدار نیروی

مشخصات فیزیکی ماده‌ی تشکیل دهنده‌ی آن‌ها وابسته است. در صورت تماس دو جنس مختلف با هم (مشابه با آنچه در مخلوط ماسه و خرده‌لاستیک وجود دارد)، مقدار  $\mu^*$  برابر با کمینه‌ی ضریب اصطکاک دو سطح ( $\mu_s$  برای ماسه و  $\mu_r$  برای خرده‌لاستیک) تعریف می‌شود.

در شبیه‌سازی با روش اجزاء مجزا، گام‌های اعمال بارگذاری بر مجموعه‌ی دانه‌ها باید به آرامی صورت گیرد، که مجموعه از تعادل خارج نشود. بدین منظور، توجه به گام زمانی در روند شبیه‌سازی ضروری است. گام زمانی باید طوری انتخاب شود که از گام زمانی بحرانی ( $\Delta t_{cr}$ ) کوچک‌تر انتخاب شود. گام زمانی بحرانی با رابطه‌ی ۹ تعریف می‌شود:

$$\Delta t_{cr} = 2\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (9)$$

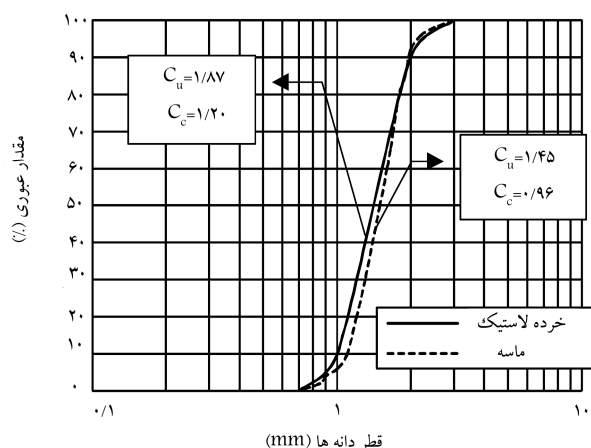
منظور از  $m$  و  $k$  جرم و سختی فنرهای هر یک از دانه‌ها در یک محیط دانه‌یی است.

### ۳. گام‌های شبیه‌سازی

گام‌های مختلف شبیه‌سازی به ترتیب شامل: ساخت، آماده‌سازی توده‌ی دانه‌ها، اعمال شرایط تنش همه‌جانبه، و سپس اعمال تنش انحرافی دوماحوری به آن‌هاست. در گام اول، نمونه‌های موردنظر تولید می‌شوند. دانه‌بندی هر دوی ماسه و خرده‌لاستیک، به صورت یکنواخت در نظر گرفته شده و منحنی دانه‌بندی در شکل ۳ نمایش داده شده است. فرض شبیه‌بودن دانه‌بندی‌های ماسه و خرده‌لاستیک به منظور چشم‌پوشی از اثر دانه‌بندی در نتایج صورت گرفته است. براساس منحنی دانه‌بندی معرفی شده، ضرایب خمیدگی ( $C_c$ ) و یکنواختی ( $C_u$ ) این دو مصالح در شکل ۳ نمایش داده شده‌اند. نسبت اختلاط ( $F_R$ ) در مخلوط‌های ماسه و خرده‌لاستیک به صورت وزنی تعریف می‌شود (رابطه‌ی ۱۰):

$$F_R = \frac{W_R}{W_R + W_S} \times 100 \quad (10)$$

که در آن،  $W_R$  و  $W_S$  به ترتیب وزن دانه‌های ماسه و لاستیک است. پارامترهای لازم برای مراحل مختلف شبیه‌سازی در جدول ۱ ارائه شده است. مقدار سختی‌های قائم و افقی ماسه و خرده‌لاستیک براساس آزمون و خطا، و تحلیل برگشتی از نتایج آزمون‌های سه‌محوری بر روی ماسه‌ی تمیز و خرده‌لاستیک تمیز انجام شده



شکل ۳. منحنی دانه‌بندی ماسه و خرده‌لاستیک در شبیه‌سازی‌ها.

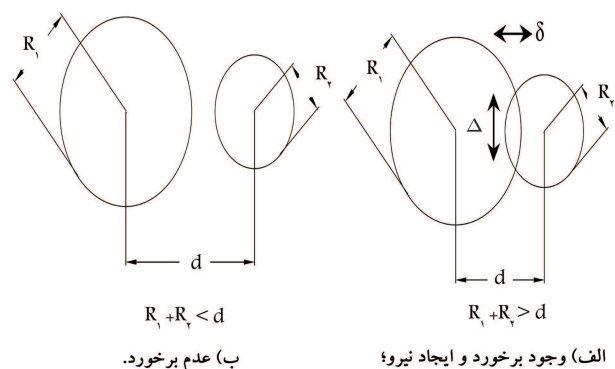
به وجود آمده بین هر دو دانه با توجه به سختی فنرها و همچنین مقدار هم‌پوشانی آن‌ها قابل محاسبه است. در شکل ۱، چگونگی شناسایی دو دانه‌ی مجاور یکدیگر در دو حالت برخورد و عدم برخورد با یکدیگر نشان داده شده است. در صورت وجود برخورد میان دو دانه، یک مقدار هم‌پوشانی در محل برخورد دانه‌ها به وجود می‌آید. در شکل ۲، ارتباط میان دو دانه در حال تماس نشان داده شده است. تغییرمکان نسبی قائم بین هر دو دانه با یکدیگر ( $\delta$ ) در راستای خط واصل بین مرکز هر دانه با دانه‌ی مجاور آن ( $C_1C_2$ ) فرض می‌شود. با فرض وجود فنرهای قائم و برشی در محل تماس دانه‌ها، می‌توان نیروهای قائم و برشی ایجادشده و همچنین، لنگرهای پدید آمده در هر گام محاسباتی را به دست آورد. در شکل ۲،  $F_n$  و  $k_n$  به ترتیب سختی فنر قائم و نیروی قائم ایجادشده بین دو دانه است، که رابطه‌ی میان آن دو از طریق رابطه‌ی ۷ تعریف می‌شود:

$$F_n = k_n \delta \quad (7)$$

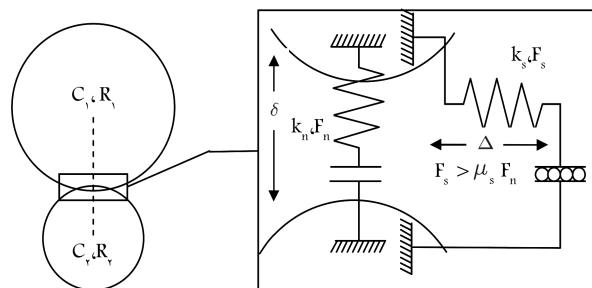
جهت نیروی  $F_n$  در راستای خط واصل بین دو مرکز دانه‌هاست، ( $C_1C_2$ ) به طریق مشابه و در جهت عمود بر راستای  $C_1C_2$ ، مقدار  $\Delta$  به عنوان تغییرمکان نسبی برشی بین دو دانه‌ی مجاور تعریف می‌شود. نیروی برشی پدیدآمده از رابطه‌ی ۸ محاسبه می‌شود:

$$F_s = k_s \Delta \quad (8)$$

که در آن،  $F_s$  و  $k_s$  به ترتیب سختی فنر برشی و نیروی برشی هستند. پارامترهای سختی  $k_s$  و  $k_n$  مربوط به دانه‌ها، به ویژگی‌های کشسان مصالح وابسته هستند، که روش‌های مختلفی برای محاسبه‌ی آن‌ها ارائه شده است.<sup>[۲۹]</sup> باید در نظر داشت که آستانه‌ی حرکت لغزش دو دانه در مجموعه‌ی دانه‌ها هنگامی است که رابطه‌ی  $|F_s| > |\mu^* F_n|$  برقرار شود. پارامتر  $\mu^*$ ، ضریب اصطکاک بین دانه‌هاست، که به



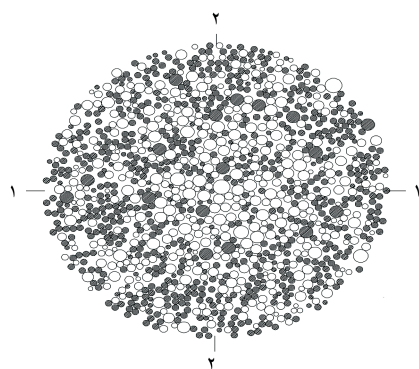
الف) وجود برخورد و ایجاد نیرو؛ ب) عدم برخورد. شکل ۱. نمایش دو ذره‌ی مجاور در مجموعه‌ی ذرات در دو حالت.



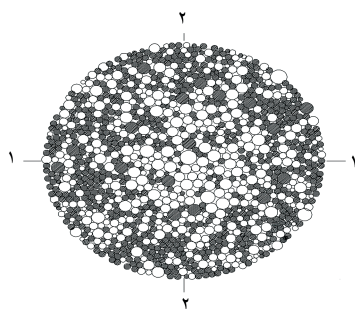
شکل ۲. نمایش قرارگیری فنرها در محل تماس دو دانه‌ی مجاور.

جدول ۱. ویژگی‌های مصالح در شبیه‌سازی اجزاء مجزا.

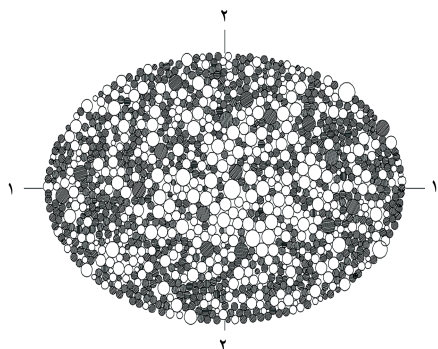
$6 \times 10^5 \text{ N/mm}$	$k_{sn} = k_{ss}$	سختی قائم و برشی ماسه
$3 \times 10^4 \text{ N/mm}$	$k_{rn} = k_{rs}$	سختی برشی و قائم لاستیک
۵۰۰۰	$\alpha_I = \alpha_m$	ثابت میرایی انتقالی و دورانی
$2500 (kg/m^3)$	$\rho_s$	چگالی دیسک‌های ماسه‌یی
$1170 (kg/m^3)$	$\rho_r$	چگالی دیسک‌های لاستیکی
$8 \times 10^{-6} sec$	$\Delta t_{cr}$	گام‌های زمانی محاسبات
۰/۵	$\mu_s$	ضریب اصطکاک دانه‌های ماسه
۱/۵	$\mu_r$	ضریب اصطکاک دانه‌های لاستیک



الف) نمونه ساخته شده؛



ب) نمونه پس از تراکم همه جانبه ۲۰۰ kPa؛



ج) نمونه ی برش یافته در برش دو محوری.

شکل ۴. توده‌ی دانه‌های مخلوط با ۳۰٪ وزنی خرده لاستیک (دیسک‌های توپر و توخالی به ترتیب نشان‌دهنده‌ی دانه‌های لاستیک و ماسه هستند).

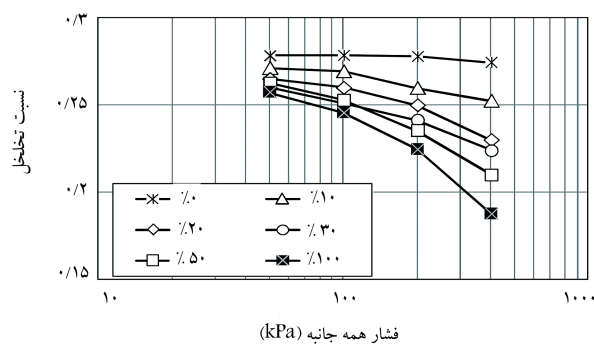
با ثابت نگاه‌داشتن فشار در راستای افقی (۱-۱)، نمونه تحت اعمال کرنش محوری در راستای ۲-۲ (یا قائم) با سرعت ثابت ۰/۰۵ میلی‌متر در هر گام محاسباتی قرار گرفته است. در شکل ۴، تصویر نمونه‌یی شامل ۳۰٪ وزنی دانه‌های لاستیک نشان داده شده است. بخش (الف)، نمونه‌ی ساخته‌شده را نشان می‌دهد که در آن ذرات از هم فاصله دارند و نیاز است تا قبل از اعمال بارگذاری انحرافی متراکم شود. بخش (ب)، نمونه‌ی متراکم‌شده تحت فشار همه‌جانبه‌ی ۲۰۰ کیلوپاسکال را نشان می‌دهد و سرانجام، در بخش (ج)، شکل تغییرشکل یافته‌ی همان نمونه را در پایان مرحله‌ی اعمال برش دو محوری نشان می‌دهد، که در آن نمونه تحت تنش جانبی ثابت به فرم کشیده درآمده است. شایان ذکر است که بارگذاری نمونه‌ها در هر دو گام تراکم همه‌جانبه و بارگذاری انحرافی توسط اعمال نیرو و یا جابه‌جایی بر دانه‌های مرزی انجام شده است. منظور از دانه‌های مرزی، دانه‌هایی هستند که در پیرامون نمونه واقع

است، [۲۵، ۱۵، ۱۰] بدین صورت که سعی شده است با انتخاب این مقادیر، نمونه‌های ماسه و خرده‌لاستیک تمیز سختی‌های مشابهی را نتیجه دهند. در آزمون یک‌بعدی تراکم، [۱۵] سختی نمونه‌ی خرده‌لاستیک تمیز نزدیک به ۲۰ برابر سختی نمونه‌ی ماسه‌ی تمیز به‌دست آمده است، که در این شبیه‌سازی‌ها، این نسبت برابر با ۲۰ در نظر گرفته شده است. با استفاده از گام زمانی محاسبات براساس رابطه‌ی ۹، کوچک‌ترین مقدار از میان تمام دانه‌های موجود در نمونه تعیین شده است. چگالی دانه‌های ماسه و خرده‌لاستیک براساس برخی نتایج آزمایشگاهی [۱۳، ۲، ۱۲] فرض شده‌اند. ضرایب اصطکاک دانه‌های ماسه و خرده‌لاستیک براساس برخی دیگر از نتایج آزمایشگاهی و شبیه‌سازی‌های انجام‌شده‌ی پیشین، [۳۲، ۲۵، ۱۶] تعریف شده‌اند. همان‌طور که قبلاً هم اشاره شده است، ثابت‌های میرایی مفهوم فیزیکی ندارند و فقط برای پایدار ماندن سیستم مجموعه‌ی دینامیکی حرکت دانه‌ها تعریف شده‌اند. این مقادیر با چندین بار آزمون و خطا به گونه‌ی انتخاب شده‌اند که پاسخ‌های مکانیکی به‌دست آمده در آزمون بارگذاری دو محوری منطقی و مطلوب باشد، [۳۳] بدین صورت که اولاً در اثر بارگذاری، تنش جانبی (در راستای محور ۱-۱) ثابت بماند؛ دوم اینکه شکل هندسی نمونه در اثر اعمال بارگذاری (مطابق شکل ۴ ج)، به‌صورت بیضی در راستای محور ۱-۱ کشیده شده باشد و دانه‌های داخل نمونه بتوانند همراه با تغییرشکل مرز نمونه، در داخل نمونه تغییرمکان داشته باشند و از هم فاصله نگیرند.

با داشتن نمودار دانه‌بندی، تعداد هر یک از دانه‌ها در ساخت دانه‌بندی موردنظر مشخص می‌شود. پس از مشخص کردن تعداد دانه‌ها به تفکیک ماسه و خرده‌لاستیک، دانه‌ها در داخل محیط دایروی (مطابق شکل ۴) با شعاعی برابر ۲۵ میلی‌متر به‌عنوان قطر نمونه قرار داده می‌شوند. مکان هندسی دانه‌ها توسط یک الگوریتم به‌صورت تصادفی در داخل فضای نمونه انتخاب می‌شود. چیدمان دانه‌ها به‌طور جداگانه برای ماسه و خرده‌لاستیک انجام می‌شود، تا اختلاط این دو دسته‌ی مصالح انجام گیرد. در ساخت نمونه‌ها، ابتدا دانه‌های بزرگ‌تر و سپس کوچک‌تر چیده می‌شوند. در یک نمونه‌ی ساخته‌شده، تعداد کل دانه‌های موجود در هر مجموعه با دانه‌بندی‌های موردنظر در حدود ۱۰۰۰ عدد است. در مرحله‌ی آماده‌سازی نمونه‌ها، مشخصات دانه‌ها شامل: شعاع هر دانه، چگالی، سختی قائم، سختی برشی، و ضریب اصطکاک، به هر دانه‌ی موجود در محیط اختصاص می‌یابد. در این مرحله، نمونه‌های تولید شده تحت فشار همه‌جانبه در راستای قائم و افقی قرار می‌گیرند تا به متراکم‌ترین حالت برسند و برای اعمال بارگذاری دو محوری آماده شوند. بارگذاری همه‌جانبه بر روی هر نمونه تا جایی ادامه می‌یابد که تحت آن فشار ثابت، تغییرات نسبت تخلخل نمونه و به‌عبارت دیگر، حجم توده ناچیز شود. در پژوهش حاضر، نمونه‌ها تحت فشارهای همه‌جانبه‌ی ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰، و ۴۰۰ کیلوپاسکال قرار گرفته‌اند.

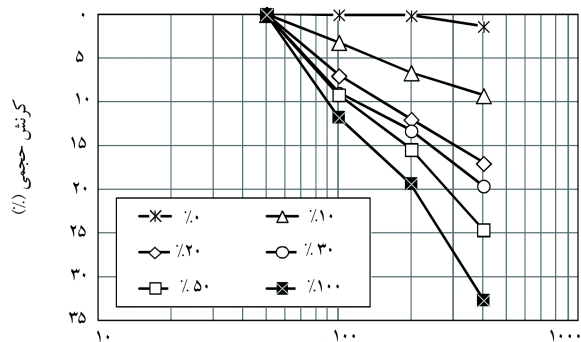
پس از متراکم‌شدن نمونه تحت تنش همه‌جانبه‌ی موردنظر، نمونه آماده‌ی انجام بارگذاری انحرافی و یا آزمون دو محوری فشاری<sup>۴</sup> است. در این مرحله از بارگذاری،





فشار همه جانبه (kPa)

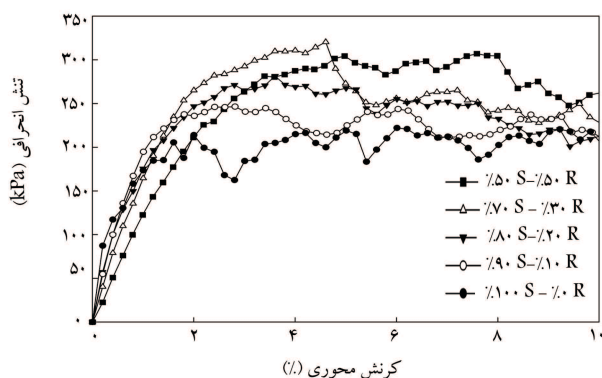
الف) نسبت تخلخل؛



فشار همه جانبه (kPa)

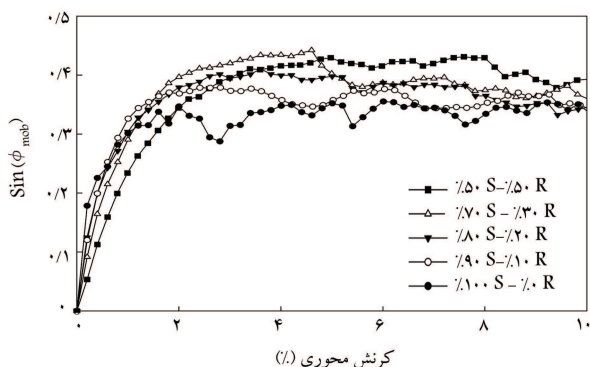
ب) کرنش حجمی.

شکل ۵. نمودارهای تغییرات در برابر تنش همه‌جانبه.



کرنش محوری (%)

الف) تنش انحرافی؛



کرنش محوری (%)

ب) زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده.

شکل ۶. تغییرات مقاومت برشی نمونه‌ها با کرنش محوری.

شده‌اند. توضیحات بیشتر درخصوص چگونگی اعمال بار و محاسبه‌ی تنش‌ها و کرنش‌ها در یک محیط دانه‌بی، در برخی مراجع<sup>[۲۸،۲۳]</sup> ارائه شده است.

#### ۴. یافته‌های به‌دست آمده از شبیه‌سازی‌ها

در این بخش، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها برای هر دو مرحله از شبیه‌سازی‌ها شامل تحکیم همه‌جانبه و برش دو محوری ارائه شده است.

##### ۱.۴. تراکم‌پذیری نمونه‌ها

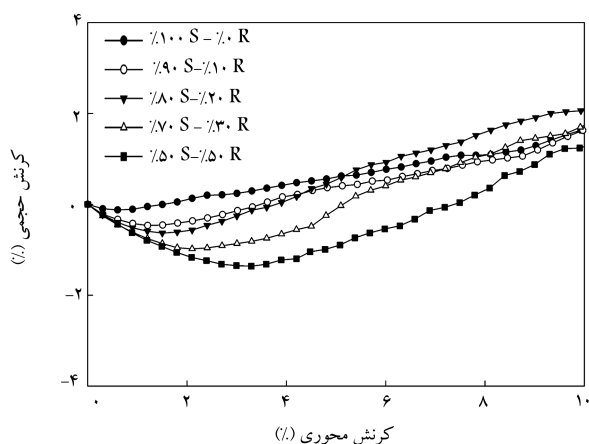
همان‌طور که قبلاً بیان شده است، هر نمونه تحت تنش‌های همه‌جانبه‌ی ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰ و ۴۰۰ کیلوپاسکال متراکم شده‌اند. در شکل ۵، روند تراکم‌پذیری نمونه‌ها نشان داده شده است. در بخش ۵الف، تغییرات نسبت تخلخل در مقابل تنش همه‌جانبه نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش درصد خرده‌لاستیک، شیب نمودارها که شاخص تراکم‌پذیری را نشان می‌دهد، افزایش داشته است. شیب نمودارها برای ماسه‌ی تمیز خیلی کم و در عوض، نمونه حاوی خرده‌لاستیک تمیز، بیشترین شیب را دارد. برای مقایسه در فضای تنش - کرنش، در شکل ۵ب تغییرات کرنش حجمی با تنش همه‌جانبه نمایش داده شده است. با مرور بر ادبیات فنی موجود<sup>[۱۶]</sup> تراکم‌پذیری نمونه‌های مختلف حاوی خرده‌لاستیک با کمک آزمون فشاری تک‌محوری (با کمک دستگاه برش مستقیم و یا تحکیم) بررسی شده و همگی به این نتیجه رسیده‌اند که تراکم‌پذیری (و یا شیب نمودارهای ذکرشده در شکل ۵) با افزایش درصد خرده‌لاستیک افزایش می‌یابد. به عنوان مثال، نمودارهای شکل ۵ب مشابه نمودارهایی است که با دستگاه برش مستقیم قبل از اعمال بار برشی و در مرحله‌ی اعمال سربار قائم به‌دست آمده است.<sup>[۱۶]</sup>

##### ۲.۴. مقاومت برشی نمونه‌ها

پس از تراکم همه‌جانبه‌ی نمونه‌ها، آزمون دو محوری فشاری انجام شده است، که در آن بارگذاری به صورت انحرافی (اضافه تنش) بر نمونه انجام شده است. جهت اختصار، در این بخش فقط نتایج مربوط به تنش همه‌جانبه‌ی ۲۰۰ کیلوپاسکال ارائه شده است. در شکل ۶الف، تغییرات تنش انحرافی در مقابل کرنش محوری (راستای ۲-۲) ارائه شده است، که در آن درصد خرده‌لاستیک با نماد  $R$  در راهنما مشخص شده است. با توجه به ماهیت دانه‌بی بودن مصالح در نظر گرفته شده، مقاومت برشی نمونه‌ها در قالب زاویه اصطکاک داخلی بسیج‌شده<sup>۵</sup> مصالح  $\phi_{mob}$  مطالعه شده است، که براساس معیار کولمب برای مصالح دانه‌بی، از رابطه‌ی ۱۱ به‌دست می‌آید:

$$\sin(\phi_{mob}) = \frac{\sigma_{22} - \sigma_{11}}{\sigma_{22} + \sigma_{11}} \quad (11)$$

که در آن،  $\sigma_{11}$  و  $\sigma_{22}$  به ترتیب تنش‌های اصلی در راستای ۱-۱ (محور افقی) و راستای ۲-۲ (محور عمودی) است. گفتن این نکته ضروری است که با توجه به عدم اعمال تنش برشی بر نمونه و همچنین کرنش برشی، مؤلفه‌های تنش و کرنش در راستاهای ۱-۱ و ۲-۲ همان مقادیر اصلی هستند. تغییرات  $\sin(\phi_{mob})$  با کرنش محوری در شکل ۶ب نمایش داده شده است، که مطابق آن مشاهده می‌شود که به‌طور کلی، با افزایش سطح کرنش، مقاومت برشی به سرعت بسیج شده و در کرنش‌های ۲ تا ۶ درصد (بسته به درصد خرده‌لاستیک)، مقاومت برشی به میزان بیشینه‌ی خود رسیده است. همچنین، با افزایش درصد خرده‌لاستیک، مقاومت



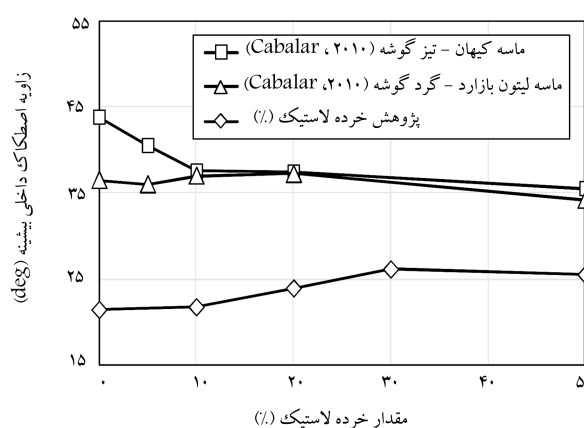
شکل ۸. منحنی تغییرات کرنش حجمی بر حسب کرنش محوری.

در شکل ۸، تغییرات کرنش حجمی به ازاء کرنش محوری نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نمونه‌ها حین بارگذاری انحرافی، با افزایش درصد خرده‌لاستیک کاهش حجم داشته‌اند، به طوری که از میان نمونه‌ها، نمونه‌ی ماسه‌ی تمیز، کمترین کرنش حجمی کمینه و نمونه‌ی حاوی ۵۰٪ بیشترین کرنش حجمی کمینه را نتیجه داده است. نکته‌ی دیگر این است که با افزایش درصد خرده‌لاستیک، تغییر رفتار نمونه‌ها از حالت تراکمی (انقباضی) به اتساعی در کرنش‌های محوری بزرگ‌تری رخ می‌دهد. به عنوان مثال، در نمونه‌ی ماسه‌ی تمیز، رفتار اتساعی از کرنش ۵٪ شروع شده است، در صورتی که در نمونه‌ی حاوی ۵۰٪ خرده‌لاستیک، رفتار اتساعی نمونه از کرنش بیش از ۳٪ شروع شده است. این گونه رفتار در برخی مطالعات آزمایشگاهی<sup>[۱۶-۱۳،۴۱]</sup> مشاهده شده است، که نشان از تأیید شبیه‌سازی‌هاست. دلیل این رفتار، به نرم‌تر بودن دانه‌های خرده‌لاستیک نسبت به دانه‌های ماسه مربوط است، که این پدیده در شبیه‌سازی‌ها با روش اجزاء مجزا با کمک انتخاب سختی کمتر برای فنرهای تماسی و هم‌پوشانی بیشتر سطح دانه‌ها با هم در نظر گرفته می‌شوند. در نمونه‌ی حاوی ماسه‌ی تمیز، دانه‌ها در سطوح تغییرشکل کمتر می‌توانند بر روی هم بلغزند و در نتیجه، رفتار اتساعی آن زودتر رخ می‌دهد.

#### ۴.۴. تأثیر سطح تنش در رفتار نمونه‌ها

همان‌طور که گفته شد، شبیه‌سازی‌ها برای تنش‌های همه‌جانبه‌ی ۵۰، ۱۰۰، ۲۰۰ کیلوپاسکال انجام و در این بخش، به مطالعه‌ی رفتار نمونه‌ها تحت بارگذاری دومحوری فشاری پرداخته شده است.

در شکل ۹، رفتار مکانیکی نمونه با درصد اختلاط  $F_R = ۳۰\%$  بر حسب تغییرات مقاومت برشی و تغییر حجم نمایش داده شده است. در شکل ۹ الف، روند تغییرات تنش انحرافی با کرنش محوری نشان داده شده است. بدیهی است که با افزایش سطح تنش همه‌جانبه، نمونه می‌تواند تنش انحرافی بیشتری را تحمل کند. جهت مطالعه‌ی روند رشد مقاومت برشی، از مفهوم مقاومت بسیج شده بر حسب زاویه‌ی اصطکاک داخلی استفاده شده و تغییرات آن در شکل ۹ ب نمایش داده شده است. تغییرات کرنش حجمی با کرنش محوری در شکل ۹ ج نمایش داده شده است. مشابه رفتار مصالح دانه‌ی دیگر مثل ماسه‌ی تمیز مشاهده می‌شود که با افزایش سطح تنش، رفتار مخلوط به صورت انقباضی‌تر عمل می‌کند، بدین معنی که با افزایش سطح تنش، تغییر رفتار از حالت انقباضی به اتساعی در کرنش‌های بزرگ‌تری رخ می‌دهد. این رفتار در برخی مطالعات آزمایشگاهی<sup>[۱۶،۱۳،۴۱]</sup> نیز مشاهده می‌شود. جهت



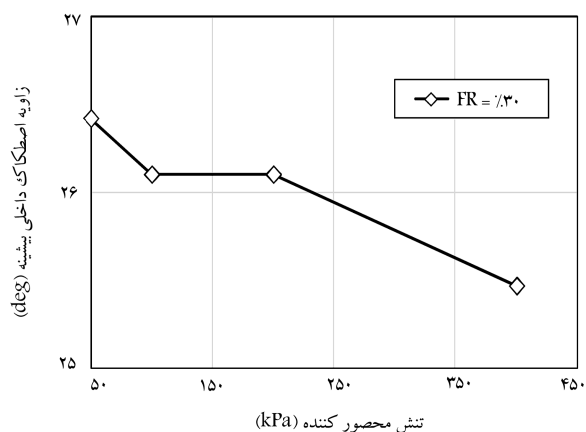
شکل ۹. روند تغییرات زاویه‌ی اصطکاک داخلی بیشینه‌ی حاصل از نتایج پژوهش حاضر و کارهای آزمایشگاهی Cabalar<sup>[۱۲]</sup>.

بیشینه‌ی نمونه‌ها نیز افزایش یافته است. جهت بررسی و مطالعه‌ی تأثیر درصد وزنی خرده‌لاستیک در تغییرات مقاومت برشی بیشینه، تغییرات زاویه‌ی اصطکاک داخلی بیشینه‌ی مخلوط  $(\phi_{peak})$  با درصد اختلاط  $(F_R)$  در شکل ۷ نشان داده شده است. براساس نمودار مذکور مشاهده می‌شود که بیشینه‌ی زاویه‌ی اصطکاک داخلی مخلوط تا  $F_R = ۳۰\%$  افزایش و سپس کاهش داشته است. همان‌طور که در مقدمه بیان شده است، با مرور بر ادبیات فنی گذشته<sup>[۱۵،۱۱]</sup> برخی از افراد تأثیر مثبت و برخی دیگر<sup>[۱۶،۱۰]</sup> تأثیر منفی وجود خرده‌لاستیک در افزایش مقاومت برشی را اعلام کرده‌اند. به عنوان مهم‌ترین عامل، دلیل این دو دستگی را می‌توان در اندازه‌ی قطعات خرده‌لاستیک نسبت به اندازه‌ی ذرات ماسه بر شمرد، به طوری که با افزایش اندازه‌ی خرده‌لاستیک، مقدار زاویه‌ی اصطکاک نیز افزایش می‌یابد. این درحالی است که در پژوهش حاضر، اندازه‌ی خرده‌لاستیک و ماسه یکسان در نظر گرفته شده است، تا اثر اندازه از بین برود. درخصوص روند مشاهده‌شده در تغییرات زاویه‌ی اصطکاک داخلی در پژوهش حاضر، به نتایج آزمایشگاهی Cabalar<sup>[۱۲]</sup> اشاره می‌شود که در ساخت مخلوط ماسه و خرده‌لاستیک، از دو گونه ماسه با دانه‌بندی یکسان ولی با شکل ذرات مختلف استفاده شده است. دانه‌های ماسه‌ی Ceyhan تیز گوشه، ولی دانه‌های ماسه Leighton Buzzard گرد گوشه بوده است. با بررسی نتایج حاصل از این دو گونه ماسه، مطابق شکل ۷ مشاهده می‌شود که زاویه‌ی اصطکاک داخلی مخلوط با ماسه‌ی تیز گوشه Ceyhan با افزایش درصد خرده‌لاستیک، کاهش داشته است؛ در صورتی که مقاومت برشی نمونه‌ها با ماسه‌ی گرد گوشه‌ی Leighton Buzzard، با افزایش سهم خرده‌لاستیک تا ۲۰٪ افزایش و سپس کاهش داشته است. یادآوری می‌شود که در شبیه‌سازی‌های انجام‌گرفته در پژوهش حاضر، شکل دانه‌های ماسه به صورت دایره در نظر گرفته شده است. با این مقایسه می‌توان توجیه کرد که شکل دانه‌های به کار گرفته‌شده در مطالعه‌ی حاضر، بر روند تغییرات مقاومت برشی نقش داشته و همچنین روند آن شبیه به نتایج آزمایشگاهی بوده است.

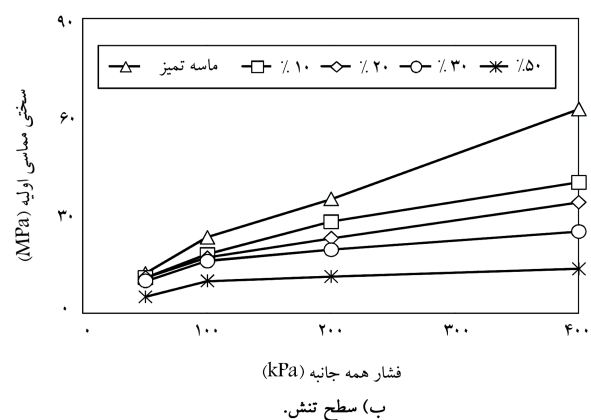
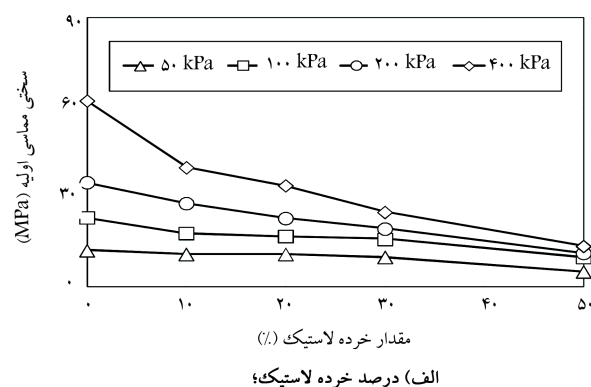
#### ۳.۴. رفتار تغییر حجمی نمونه‌ها

در حین بارگذاری دومحوری، کرنش‌های محوری نمونه در راستاهای افقی و قائم اندازه‌گیری شده‌اند. کرنش حجمی مجموعه  $\varepsilon_v$  از حاصل جمع کرنش‌ها در راستای افقی  $(\varepsilon_{11})$  و قائم  $(\varepsilon_{22})$  مطابق رابطه‌ی ۱۲ به دست می‌آید.

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} \quad (12)$$



شکل ۱۰. تغییرات زاویه اصطکاک داخلی بیشینه با سطح تنش برای نمونه  $FR = 30\%$ .

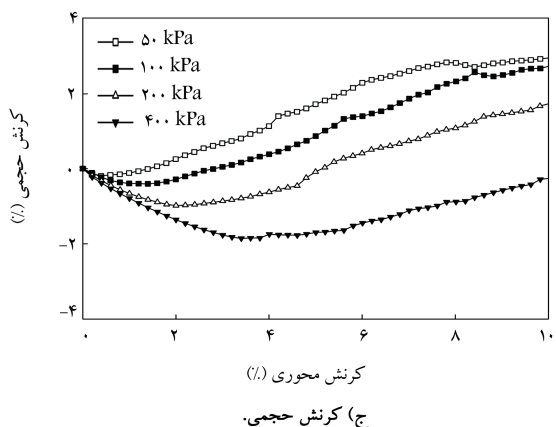
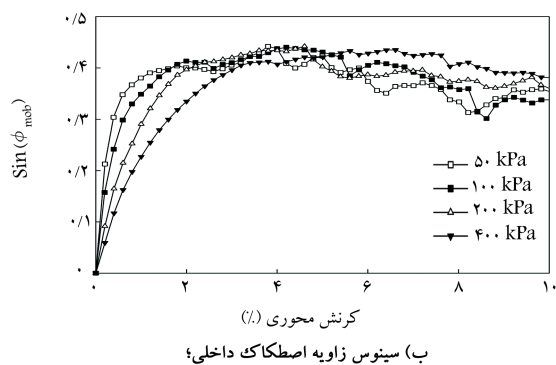
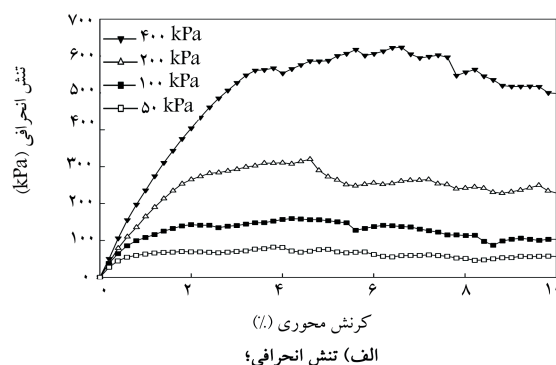


شکل ۱۱. نمایش تغییرات مدول کشسان اولیه نمونه‌ها.

در سال ۲۰۰۶ که بر روی تعداد زیادی نمونه‌ی ماسه و خرده‌لاستیک آزمایش برش مستقیم انجام شده است،<sup>[۱۵]</sup> تأثیر سطح تنش (در بازه‌ی ۳۵ تا ۲۷۶ کیلوپاسکال) در سختی اولیه‌ی نمونه‌ها مطالعه شده و رفتار مشابهی گزارش شده است و نتایج شبیه‌سازی‌های آن‌ها با نتایج مطالعاتی حاضر، تطابق خوبی داشته است.

## ۵. نتیجه‌گیری

کاربرد دوباره‌ی لاستیک‌های بازیافتی می‌تواند با کاهش صدمات زیست‌محیطی



شکل ۹. نمایش رفتار نمونه‌ی  $FR = 30\%$  برای تغییرات.

بررسی بهتر تأثیر سطح تنش در مقاومت برشی مخلوط، تغییرات زاویه‌ی اصطکاک داخلی بیشینه‌ی نمونه  $FR = 30\%$  در سطح‌های مختلف تنش در شکل ۱۰ رسم شده است. طبق شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که سطح تنش، اثر کاهشی در زاویه‌ی اصطکاک داخلی مخلوط گذاشته است. این‌گونه رفتار برای مصالح دانه‌بی نظیر ماسه‌ی تمیز در آزمایشگاه مشاهده شده است. جهت بررسی تأثیر سطح تنش در سختی اولیه‌ی نمونه‌ها، شیب اولیه‌ی نمودارهای تنش انحرافی در مقابل کرنش محوری که به عنوان مدول کشسان مماسی اولیه ( $E_t$ ) شناخته می‌شود، برای تمام نمونه‌ها به دست آمده است و تغییرات آن بر حسب درصد خرده‌لاستیک مخلوط ( $FR$ ) و همچنین، بر حسب سطح تنش به ترتیب در شکل‌های ۱۱ (الف و ب) نمایش داده شده‌اند. براساس نتایج شبیه‌سازی‌ها مشاهده می‌شود که اولاً با افزایش درصد خرده‌لاستیک، سختی اولیه‌ی نمونه‌ها کاهش یافته است. این کاهش سختی برای نسبت‌های تا  $FR = 30\%$  بیشتر بوده و به تدریج اثر آن کاهش یافته است. دوم اینکه سطح تنش در سختی اولیه‌ی تمام نمونه‌ها اثرافزایی داشته است. در پژوهشی

توانسته است که تراکم‌پذیری نمونه‌های حاوی خرده‌لاستیک را نشان دهد، به‌طوری که نمونه‌ی حاوی ماسه‌ی تمیز کمترین مقدار تراکم (کاهش حجم یا افزایش نسبت تخلخل) را نشان می‌دهد و با افزایش سهم خرده‌لاستیک، تراکم‌پذیری نمونه افزایش می‌یابد. در مرحله‌ی دوم بارگذاری، شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که در یک سطح تنش ثابت، با افزایش سهم خرده‌لاستیک، زاویه‌ی اصطکاک داخلی بیشینه‌ی خاک تا  $F_R = 30\%$  افزایش و سپس کاهش یافته است. این روند تغییرات با نتیجه‌ی کار آزمایشگاهی که در آن دانه‌های ماسه‌ی گردگوشه بوده‌اند، تطابق دارد. همچنین، طبق انتظار با افزایش سهم خرده‌لاستیک، تراکم‌پذیری نمونه در حین بارگذاری انحرافی افزایش می‌یابد. درخصوص تأثیر سطح تنش در رفتار مکانیکی مخلوط ماسه و خرده‌لاستیک، نتایج شبیه‌سازی‌ها با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند، که حاکی از وجود روند مشابه میان این دو گروه است. با افزایش سطح تنش همه‌جانبه، زاویه‌ی اصطکاک داخلی بیشینه‌ی مخلوط کاهش و سختی اولیه‌ی نمونه‌ها افزایش می‌یابد. در پژوهش حاضر، شکل هندسی دانه‌ها و مخصوصاً ماسه به‌صورت دایروی در نظر گرفته شده است. با توجه به فراوانی بیشتر ذرات ماسه‌یی با درجات مختلف تیزگوشگی توصیه می‌شود که برای توسعه‌ی این‌گونه شبیه‌سازی‌ها، اثر تیزگوشگی دانه‌ها هم در نظر گرفته شود.

ناشی از این نوع مواد، گامی مؤثر در رسیدن به توسعه‌ی پایدار باشد. استفاده از خرده‌لاستیک‌های بازیافتی به‌صورت مخلوط با خاک‌های دانه‌یی سبب شده است تا جهت شناخت بیشتر ماهیت رفتار مکانیکی آن‌ها، آزمون‌های متعدد آزمایشگاهی بر روی این مصالح صورت پذیرد. در حوزه‌ی شناخت رفتار این‌گونه مصالح، سعی می‌شود تا بتوان رفتار آن‌ها را با کمک روش‌های عددی شبیه‌سازی کرد. در پژوهش حاضر، از روش اجزاء مجزا با توجه به توانایی شبیه‌سازی رفتار محیط‌های دانه‌یی، جهت مدل‌کردن رفتار مصالح مذکور استفاده شده است. در روش اجزاء مجزا، هر دانه شامل دانه‌های ماسه و خرده‌لاستیک به‌صورت صلب در نظر گرفته می‌شود. در پژوهش حاضر، هندسه‌ی تمام دانه‌ها دایروی بوده است. نرمی دانه‌های خرده‌لاستیک با کمک تعریف سختی تماسی کم و اثر هم‌پوشانی دو دانه با هم در نظر گرفته شده است. در پژوهش حاضر، نمونه‌ی حاوی ماسه و خرده‌لاستیک، ابتدا تحت تنش همه‌جانبه تراکم یافته و سپس به‌صورت دومحوری فشاری تحت تنش جانبی ثابت بارگذاری شده است. چندین نمونه‌ی حاوی درصد‌های وزنی مختلف خرده‌لاستیک ( $F_R = 0\%, 10\%, 20\%, 30\%, 50\%$ ) و تحت تنش‌های همه‌جانبه‌ی  $50, 100, 200$  و  $400$  کیلوپاسکال در نظر گرفته شده‌اند. شبیه‌سازی‌های حاصل از مرحله‌ی اول (بارگذاری تحت تنش همه‌جانبه) به‌خوبی

## پانویس‌ها

1. discrete element method (DEM)
2. finite element method (FEM)
3. finite difference method (FDM)
4. biaxial compression test
5. mobilised internal friction angle

## منابع (References)

1. Edil, T.B. and Bosscher, P.J. "Engineering properties of tire chips and soil mixtures", *Geotechnical Testing Journal*, **17**(4), pp. 453-464 (1994).
2. Youwai, S. and Bergado, D.T. "Strength and deformation characteristics of shredded rubber tire-sand mixtures", *Canadian Geotechnical Journal*, **40**(2), pp. 254-265 (2003).
3. Zornberg, J.G. "Discrete framework for limit equilibrium analysis of fibre-reinforced soil", *Geotechnique*, **52**(8), pp. 593-604 (2002).
4. Foote, G.J., Benson, C.H. and Bosscher, P.J. "Sand reinforced With shredded waste tire", *Journal of Materials in Civil Engineering*, **122**(9), pp. 760-767 (1996).
5. Lee, B.J.H., Salgado, R., Bernal, A. and Lovell, C.W. "Shredded tires and rubber-sand as lightweight backfill", *Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*, **125**(2), pp. 132-141 (1999).
6. Tafreshi, S.N.M., Mehrjardi, G.T. and Dawson, A.R. "Buried pipes in rubber-soil backfilled trenches under cyclic loading", *Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*, **138**(11), pp. 1346-1356 (2012).
7. Tatilsoz, N., Edil, T. and Benson, C.H. "Interaction between reinforced geosynthetics and soil-tire chip mixture", *Geotech. Geoenviron. Eng., ASCE*, **124**(11), pp. 1109-1119 (1998).
8. Balachowski, L. and Gotteland, P. "Characteristics of tyre chips-sand mixtures from triaxial tests", *Hydro-Engineering and Environmental Mechanics*, **54**(1), pp. 25-36 (2007).
9. Gotteland, P.L.S. and Balachowski, L. "Strength characteristics of tyre chips-sand mixtures", *Studia Geotechnica et Mechanica*, **27**, pp. 55-66 (2005).
10. Zornberg, J.G., Costa, Y.D. and Vollenweider, B. "Mechanical performance of a prototype embankment backfill built with tire shreds and cohesive soil", *Proceedings of the 83<sup>rd</sup> Annual Meeting*, Washington D.C., Transportation Research Board (2004).
11. Attom, M.F. "The use of shredded waste tires to improve the geotechnical engineering properties of sands", *Environmental Geology*, **49**(4), pp. 497-503 (2005).
12. Cabalar, A.F. "Direct shear tests on waste tires-sand mixtures", *Geotechnical and Geological Engineering*, **29**(4), pp. 411-418 (2010).
13. Ghazavi, M. "Shear strength characteristics of sand-mixed with granular rubber", *Geotechnical and Geological Engineering*, **22**(3), pp. 401-416 (2004).
14. Yang, S., Lohnes, R.A. and Kjartanson, B.H. "Mechanical properties of shredded tires", *Geotechnical Testing Journal*, **25**(1), pp. 44-52 (2002).

15. Rao, G. and Dutta, R.K. "Compressibility and strength behaviour of sand-tyre chip mixtures", *Geotechnical and Geological Engineering*, **24**(3), pp. 711-724 (2006).
16. Lee, C., Shin, H. and Lee, J-S. "Behavior of sand-rubber particle mixtures: Experimental observations and numerical simulations", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **38**, pp. 1651-1663 (2014).
17. Mirghasemi, A.A., Rothenburg, L. and Matyas, E.L. "Numerical simulations of assemblies of two-dimensional polygon-shaped particles and effects of confining pressure on shear strength", *Soils and Foundations*, **37**(3), pp. 43-52 (1997).
18. Ting, M., Corkum, B.T., Kauffman, C.R. and Greco, C. "Discrete numerical model for soil mechanics", *Journal of Geotechnical Engineering*, **115**(3), pp. 379-398 (1989).
19. Yan, W.M. and Dong, J. "Effect of particle grading on the response of an idealized granular assemblage", *International Journal of Geomechanics*, **11**(4), pp. 276-285 (2011).
20. Bardenhagen, S.G., Brackbill, J.U. and Sulsky, D. "Numerical study of stress distribution in sheared granular material in two dimensions", *Physical Review E*, **62**(3), pp. 3882-3890 (2000).
21. Kuhn, M.R. "Micro-mechanics of fabric and failure in granular materials", *Mechanics of Materials*, **42**(9), pp. 827-840 (2010).
22. Seyedi Hosseininia, E. "Investigating the micromechanical evolutions within inherently anisotropic granular materials using discrete element method", *Granular Matter*, **14**(4), pp. 483-503 (2012).
23. Seyedi Hosseininia, E. "Discrete element modeling of inherently anisotropic granular assemblies with polygonal particles", *Particuology*, **10**(5), pp. 542-552 (2012).
24. Seyedi Hosseininia E. "Stress-force-fabric relationship for planar granular materials", *Geotechnique*, **63**(10), pp. 830-841 (2013).
25. Valdes, J.R. and Evans, T.M. "Sand-rubber mixtures: Experiments and numerical simulations", *Canadian Geotechnical Journal*, **45**(4), pp. 588-595 (2008).
26. Cundall, P.A. "A computer model for simulating progressive, large-scale movements in blocky rock systems", *International Symposium on Rock Mechanics*, Nancy, France (1971).
27. Cundall, P.A. and Strack, O.D.L. "Discrete numerical model for granular assemblies", *Geotechnique*, **29**(1), pp. 47-65 (1979).
28. Bathurst, R., *A Study of Stress and Anisotropy in Idealized Granular Assemblies*, Kingston, Canada, Queen's University (1985).
29. Mirghasemi, A.A., Rothenburg, L. and Matyas E.L. "Numerical simulations of assemblies of two-dimensional polygon-shaped particles and effects of confining pressure on shear strength", *Soils and Foundations*, **37**(3), pp. 43-52 (1997).
30. Seyedi Hosseininia, E. and Mirghasemi, A.A. "Numerical simulation of breakage of two-dimensional polygon-shaped particles using discrete element method", *powder technology*, **166**, pp. 100-112 (2006).
31. Seyedi Hosseininia, E. and Mirghasemi, A.A. "Effect of particle breakage on the behavior of simulated angular particle assemblies", *China Particuology*, **5**, pp. 328-336 (2007).
32. Schallamach, A. "Friction and abrasion of rubber", *Wear*, **1**(5), pp. 384-417 (1958).
33. Rezazadeh Eidgahee, D. "Mechanical behavior modeling of sand-rubber chips mixtures using discrete element method (DEM)", Msc, Thesis, Ferdowsi University of Mashhad (2013).