

# برآورد فشار موج تنهای در حال شکست بر موج شکن صندوقی شناور مهارشده، با استفاده از روش کسر حجمی سیال

حمید رضایی (دانشجوی دکتری)

محمدجواد کتابداری (دانشیار)

دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

جریان‌های تراکم‌ناپذیر لزج با سطح آزاد متحرک از پدیده‌های مهم در طبیعت‌اند که در مسائل مهندسی نیز کاربرد فراوان دارند. در بررسی این جریان‌ها، یکی از پیچیده‌ترین کارها تعیین موقعیت سطح آزاد متحرک در هر لحظه از زمان و در هر نقطه از مکان است. در این تحقیق مدلی دوبعدی براساس روش VOF برای تعیین مشخصه‌ی سطح آب تهیه شده است. ابتدا، از مقایسه‌ی نتایج این مدل با نتایج آزمایشگاهی درخصوص یک مثال کلاسیک صحت مدل اثبات شده است. سپس میدان سرعت و فشار ناشی از برخورد یک موج تنها<sup>۱</sup> به یک موج‌شکن شناور مهارشده با استفاده از این مدل به دست آمده است. نتایج حاصله نشان می‌دهد که امواج در حال شکست قادرند نیروهای بسیار بیشتری در مقایسه با امواج نشکسته به موج‌شکن شناور وارد کنند.

واژگان کلیدی: موج‌شکن صندوقی شناور، موج تنها، نیروی موج، امواج درحال شکست، روش حجم سیال.

## ۱. مقدمه

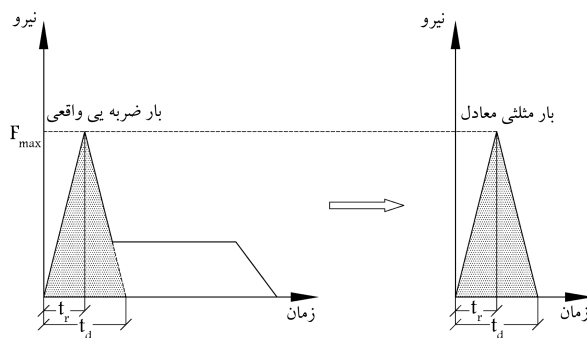
در آزمایشگاه، در چند سال اخیر با پیشرفت رایانه‌ها به موازات کارهای آزمایشگاهی روش‌ها و الگوریتم‌های عددی به سرعت بسط و توسعه یافته و روز به روز در حال تصحیح و تکمیل‌اند.

تاکنون تحقیقات نظری و آزمایشگاهی محدودی روی موج‌شکن‌های شناور انجام شده است. محققین در مطالعه‌ی ثابت کردند که برای موج‌شکن شناور با شرایط معادل، مقطع مربع نسبت به مقاطع دایره‌ی و مثلثی و دوزنقه‌ی در کاهش ارتفاع موج بهتر عمل می‌کند.<sup>[۱]</sup> آنان همچنین مواد مختلفی برای بدنه‌ی سازه آزمایش کردند و نشان دادند که سازه‌ی پانتونی از جنس بتن مسلح با هسته‌ی از جنس فوم برای شناوری مناسب‌ترین گزینه برای اکثر شرایط اقلیمی است.<sup>[۲]</sup>

در تحقیقی دیگر، پاسخ دینامیکی موج‌شکن شناور با تحلیل دامنه‌ی فرکانسی به دست آمد و با یک نمونه‌ی واقعی مقایسه شد.<sup>[۳]</sup> کاربرد توابع گرین در آنالیز دینامیکی موج‌شکن شناور نشان داد که اگر سیستم مهار به شکل ویژه‌ی مستقر شود با یک عمق آب‌خور کم می‌توان چندین برابر تضعیف موج را بهبود بخشید.<sup>[۴]</sup> از سوی دیگر، با استفاده از یک روش اجزاء محدود برای آنالیز پارامترهای هیدرودینامیکی موج‌شکن شناور بیضوی در حرکات اسوی<sup>۲</sup> و هیو<sup>۳</sup>، وابستگی میرایی و جرم افزوده و فشار دینامیکی و دامنه‌ی موج به فرکانس نوسانات بررسی شد.<sup>[۵]</sup> محققین با بررسی اثر ضربه‌ی موج بر سازه‌های ساحلی -- از جمله موج‌شکن ثابت -- نشان دادند که برخلاف انتظار، ضربه‌ی موج فقط اثرات موضعی ندارد بلکه ممکن است به گسیختگی و واژگونی کلی سازه منجر شود.<sup>[۶]</sup> تا آن زمان تصور می‌شد که باری

یکی از روش‌های متداول در حفاظت ساحل و شناورهای پهلوگرفته در بنادر، استفاده از موج‌شکن است که موجب کاهش اثرات نامطلوب موج می‌شود. موج‌شکن‌های ثابت بسیار وابسته به شرایط ژئوتکنیکی منطقه‌اند و در آن‌ها زمان ساخت طولانی، حجم مصالح مصرفی زیاد، و اثرات نامطلوب زیست‌محیطی پس از احداث سازه چشم‌گیر است. لذا در چند دهه‌ی اخیر کاربرد نوع دیگری از موج‌شکن‌ها به نام موج‌شکن‌های شناور گسترش یافته و مطالعات متعددی بر روی آن‌ها آغاز شده است. این موج‌شکن‌ها به صورت اجزای شناور مهارشده به بستر دریا بوده و با استفاده از عملکرد انعکاس و استهلاك، ارتفاع موج عبوری را کاهش می‌دهند. موج‌شکن‌های شناور در شرایط هیدرودینامیکی موج با دوره‌ی تناوب کم‌تر از ۴ ثانیه عملکرد بسیار خوبی داشته و با کارایی بالایی ارتفاع موج را کاهش می‌دهد.<sup>[۱]</sup> عموماً براساس سازوکار استهلاك، موج‌شکن‌ها به سه دسته‌ی کلی: انعکاسی، انعکاسی و شکست، و اصطکاکی تقسیم می‌شوند.<sup>[۱]</sup> در مورد موج‌شکن‌های شناور به‌علاوه امواج تشعشعی ناشی از حرکت شناور، سازوکار استهلاك انرژی عمدتاً ناشی از شکست موج به‌علاوه اندرکنش موج رفت و موج تشعشعی، و انعکاس موج به دلیل برخورد موج به دیواره‌ی پانتون موج‌شکن است. میدان سرعت ناشی از امواج حول سازه‌های دریایی تا مدت‌ها با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی محاسبه می‌شد، اما به‌علاوه هزینه بالا و نیاز به تجهیزات پیشرفته از یک طرف و عدم توانایی در ایجاد محیطی واقعی

تاریخ: دریافت ۱۶/۱۲/۱۳۸۹، اصلاحیه ۳/۱/۱۳۹۰، پذیرش ۱/۶/۱۳۹۰.



شکل ۱. جایگزینی بار ضربه‌یی واقعی با بار ضربه‌یی مثلثی واحد.

ناحیه‌ی اشغال شده توسط سیال غیرضروری است. در روش «کسر حجمی سیال»، تابع  $F$  به گونه‌ی تعریف می‌شود که می‌تواند مقادیر صفر تا ۱ را اختیار کند. در واقع مقدار متوسط  $F$  در یک سلول، کسر حجمی از سلول را که توسط سیال اشغال شده بیان می‌کند. بدین ترتیب در سلولی که پر از سیال است مقدار  $F$  برابر واحد یا همان ۱ است، در حالی که وقتی سلول کاملاً از سیال خالی است مقدار آن برابر صفر خواهد بود. سلول‌هایی که تابع  $F$  آن‌ها مقداری بین صفر و ۱ دارد، شامل سطح آزاد هستند. بنابراین سطح آزادی که در روش «حجم کسری سیال» ارائه می‌شود، مشابه چیزی است که در روش ذرات نشانه مدل می‌شود. اما روش حجم سیال برای هر سلول تنها به یک فضای ذخیره‌سازی نیاز دارد، که معادل فضای مورد نیاز برای متغیرهای وابسته‌ی دیگر است. وابستگی  $F$  به زمان و مکان توسط رابطه‌ی ۱ بیان می‌شود:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

که در آن  $u$  و  $v$  نشان‌دهنده‌ی مؤلفه‌های سرعت در جهت  $x$  و  $y$  هستند. این معادله بیان می‌کند که  $F$  با سیال حرکت می‌کند. تخمین سطح آزاد در روش اویلری موجب گسترش تابع  $F$  می‌شود و سطح تماس دو سیال تعریف واقعی خود را از دست می‌دهد. در نهایت این حقیقت که  $F$  یک تابع پله‌یی با مقداری بین صفر و ۱ است، استفاده از تخمین شار را که حافظ طبیعت ناپوستگی در سطح آزاد است امکان‌پذیر می‌سازد. یکی از این تخمین‌ها روش دهنده - گیرنده<sup>[۸]</sup> نام دارد.

### ۳. معادلات حاکم و الگوریتم حل

چنان‌که پیش‌تر بیان شد روش لاگرانژی قادر به شبیه‌سازی سطوح آزاد پیچیده نیست. قبل از بیان معادلات در فرم اویلری ارائه‌ی توضیحاتی با توجه به الگوریتم مورد استفاده برای حل لازم به نظر می‌رسد. روش عددی مورد استفاده در این نوشتار برای گسسته‌سازی معادلات بر پایه‌ی روش حجم محدود است. در روش‌هایی مانند VOF حتی در یک سیال تراکم‌ناپذیر در محل سطح آزاد باید برای تعیین خواص سیال و فشار در سطح آزاد و نحوه‌ی حل معادلات در سلول‌هایی که شامل سطح آزادند، الگویی ارائه شود.

#### ۳.۱. نحوه‌ی تعیین خواص در سطح آزاد

در روش VOF فرض می‌شود که خواص در سطح آزاد، میانگین وزنی خواص دو سیال‌اند، یعنی:<sup>[۱۱]</sup>

$$\rho_{in} = \rho_1 (1 - F) + \rho_2 F \quad (2)$$

که در آن  $F$  کسر حجمی سیال در سلول است و  $\rho_1$  و  $\rho_2$  به ترتیب چگالی سیال فاز اول و دوم‌اند. مقدار چگالی در سلولی است که شامل سطح آزاد است. سایر خواص نیز به همین روش محاسبه می‌شوند.

#### ۳.۲. نحوه‌ی حل معادلات و تعیین فشار در سطح آزاد

در روش VOF علاوه بر معادلات حاکم بر جریان، معادله‌ی حاکم بر کسر حجمی سیال نیز حل می‌شود. در سطح آزاد خواص سطح آزاد، در فاز اول خواص سیال فاز اول، و در فاز دوم نیز خواص سیال فاز دوم در معادلات قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر

که در زمان کوتاه وارد می‌شود نمی‌تواند اثر مخرب قابل توجهی بر سازه‌های سنگین داشته باشد؛ اما طی این تحقیق، یک مدل عددی ساده برای شبیه‌سازی حرکات نوسانی دامنه کوتاه افقی و دورانی سازه ارائه شد و با کمک آن جابه‌جایی‌های گذرا و دائم در موج شکن ثابت بررسی شد.

به منظور مدل‌سازی واقعی تر جریان سیال و سطح آزاد مدل‌هایی بر پایه‌ی الگوهای سه‌بعدی نیز ارائه شده است.<sup>[۹]</sup> با ترکیب روش کسر حجمی سیال و روش اجزاء مرزی، رفتار موج در زمان شکست و بعد از شکست مورد بررسی قرار گرفت.<sup>[۱۰]</sup> با توجه به موارد فوق، در تحقیقات گذشته به ندرت اثر ضربه موج در حال شکست روی موج شکن شناور مورد بررسی قرار گرفته است. در دینامیک سازه‌ها برای شبیه‌سازی بارهای ضربه‌یی به منظور ساده‌سازی به جای بار ضربه‌یی واقعی از بار ضربه‌یی مثلثی استفاده می‌شود (شکل ۱).

به طور کلی دو روش لاگرانژی و اویلری در مدل‌سازی سطح آزاد مورد استفاده قرار می‌گیرد. در روش لاگرانژی ذرات سیال در المان‌های هر بخش از شبکه در تمام زمان‌ها بدون تغییر و ثابت باقی می‌مانند. به عبارتی هر ذره‌ی دلخواه از المان سیال که در یک المان شبکه است هرگز به المان دیگری وارد نمی‌شود. تعریف نیروهای حجمی و سطحی در این روش بسیار ساده است. در روش اویلری شبکه ثابت می‌ماند، اما هویت ذرات سیال در درون المان‌ها محفوظ نمی‌ماند. در روش لاگرانژی شبکه به سهولت توسط سرعت محاسبه شده برای سیال حرکت داده می‌شود، در حالی که در روش اویلری یا اویلری-لاگرانژی (ALE) محاسبه‌ی جریان سیال از میان شبکه ضروری است. این محاسبه‌ی جریان بین المان‌های درون شبکه، نیاز به متوسط‌گیری‌هایی از خواص جریان در تمام المان‌ها دارد. فرایند متوسط‌گیری در تخمین این شارها بزرگ‌ترین نقطه‌ی ضعف برای روش اویلری محسوب می‌شود. این متوسط‌گیری‌ها سبب یک‌نواخت شدن تمامی تغییرات در کمیت‌های جریان، به ویژه در گسترش سطوح ناپوستگی از جمله سطح آزاد می‌شود. تنها راه برای غلبه بر این دست دادن وضوح در مرزهای آزاد به کارگیری روش‌های خاص برای تشخیص ناپوستگی و اجتناب از متوسط‌گیری در آن است. فرضیات مد نظر در این تحقیق عبارت‌اند از: الف) سیال لزج و نیوتنی است؛ ب) جریان دوبعدی با خواص ثابت است؛ ج) موج شکن شناور کاملاً مهار شده است؛ د) قبل از پیشروی موج، سطح آب ساکن است.

### ۲. روش کسر حجمی سیال

در این روش برای هر سلول شبکه، به منظور بیان حالت سیال فقط یک مقدار برای متغیر وابسته لازم است. بدین ترتیب استفاده از چندین نقطه در یک سلول برای تعریف

### ۵.۳. تعیین جمله‌ی چشمه در معادله‌ی گشتاور ناشی از کشش

#### سطحی

سطح بین دو سیال با خواص یا رنگ‌های متفاوت، ناحیه‌ی با ضخامت محدود است که در آن متغیرهای رنگ به صورت پیوسته تغییر می‌کنند. منظور از تابع رنگ، کسر حجمی سیال است که سیال اول و دوم را مشخص می‌کند. در هر نقطه از ناحیه‌ی گذار، چگالی نیرویی متناسب با انحناى سطح یک رنگ ثابت از طیف بین دو ناحیه‌ی رنگ تعریف می‌شود. این نیروی زمانی که نسبت ضخامت ناحیه‌ی گذار به شعاع انحنا به سمت صفر میل می‌کند، با تعریف معمول تنش سطحی معادل خواهد بود. روش پیوسته نیازی به بازسازی سطح بین دو تابع رنگ ندارد؛ این روش محاسبه‌ی تنش سطحی را ساده‌تر می‌کند، و با ارائه‌ی مدل دقیقی از جریان‌های دو و سه‌بعدی که تحت نیروهای سطحی حرکت می‌کنند، هیچ محدودیت مدل‌سازی در ارتباط با تعداد، پیچیدگی یا نحوه‌ی حرکت سطح آزادی که تنش سطحی دارد، ایجاد نمی‌کند.<sup>[۱۲]</sup> شرط مرزی تنش برای سطح بین دو سیال عبارت است از:

$$(P_1 - P_2 + \sigma k) \hat{n}_i = (\tau_{1ik} - \tau_{2ik}) \hat{n}_k + \frac{\partial \sigma}{\partial x_i} \quad (8)$$

که در آن  $\sigma$  ضریب تنش سطحی به صورت نیرو بر واحد طول،  $P_\alpha$  فشار در سیال  $\alpha$  ( $\alpha = 1, 2$ )،  $\tau_{\alpha ik}$  تانسور تنش‌های گران‌رو (ویسکوزا)، و  $\hat{n}_i$  بردار واحد عمود بر سطح آزاد به سوی سیال دوم است. همچنین  $k$  انحناى محلی سطح است که معادل  $R_1^{-1} + R_2^{-1}$  است و  $R_1$ ،  $R_2$  شعاع‌های اصلی انحناى سطح هستند.<sup>[۱۲]</sup> در نظر گرفتن تصاویر قائم و مماس بر سطح معادله‌ی فوق، موجب می‌شود شرط مرزی فشار از حالت برداری به حالت عددی تبدیل شود. برای جهت عمود بر سطح آزاد داریم:

$$P_1 - P_2 + \sigma k = 2\mu_1 \hat{n}_k \left( \frac{\partial u_k}{\partial n} \right)_1 - 2\mu_2 \hat{n}_k \left( \frac{\partial u_k}{\partial n} \right)_2 \quad (9)$$

و برای جهت مماس بر سطح آزاد داریم:

$$\mu_2 \left( \hat{t}_i \frac{\partial u_i}{\partial n} + \hat{n}_k \frac{\partial u_k}{\partial s} \right)_2 - \mu_1 \left( \hat{t}_i \frac{\partial u_i}{\partial n} + \hat{n}_k \frac{\partial u_k}{\partial s} \right)_1 = \frac{\partial \sigma}{\partial s} \quad (10)$$

شرط مرزی تنش در راستای قائم بر سطح تماس دو سیال قابل ارضاء است اما، برای تحقق شرط مرزی مماسی لازم است که سیال در حال حرکت باشد.

### ۶.۳. معادله‌ی انتقال $F$

چنان که بحث شد در روش VOF سیال با تابع پله‌ی  $f(x, y, t)$  مدل می‌شود. این تابع در هر نقطه‌ی که با مایع اشغال شده باشد برابر ۱ (واحد) و در سایر نقاط صفر است. به این ترتیب این تابع باید ضمن حرکت سیال پایدار باقی بماند. این پایداری تابع  $f$  در سیستم لاگرانژی چنین بیان می‌شود:

$$\frac{Df}{Dt} = 0 \quad (11)$$

براساس معادله‌ی ۱۱، اگر از سیستم لاگرانژی استفاده شود تابع  $f$  نسبت به شبکه -- حجم کنترل‌ها در روش حجم کنترل -- تغییر نمی‌کند. بیان رابطه‌ی فوق در سیستم اولبری چنین است:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\underline{v} \cdot \nabla) f = 0 \quad (12)$$

یک معادله برای گشتاور، پیوستگی و در صورت نیاز برای سایر کمیت‌های اسکالر حل خواهد شد.<sup>[۱۱]</sup> در روش VOF تغییر فشار از سیال فاز دوم به سیال فاز اول که محصول کشش سطحی است، با استفاده از روش «نیروی سطحی پیوسته» (CSF) تعیین می‌شود.<sup>[۱۲]</sup> در این روش اثر کشش سطحی به صورت یک نیروی حجمی در سلول‌های سطح آزاد مدل می‌شود. این نیرو که آن را با  $F_{VOF}$  نشان می‌دهیم به سمت راست معادلات گشتاور، به صورت یک جمله‌ی چشمه اضافه می‌شود.

### ۳.۳. معادله‌ی پیوستگی

معادله‌ی پیوستگی در واقع بیان‌گر بقاء جرم درون میدان است. در سیال تراکم‌پذیر معادله‌ی پیوستگی مطابق رابطه‌ی ۳ است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{v}) = 0 \quad (3)$$

که در آن، عبارت  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  بیان‌گر تغییرات چگالی در هر نقطه با زمان، و عبارت  $\nabla \cdot (\rho \underline{v})$  بیان‌گر تغییرات مکانی برای حاصل ضرب  $(\rho \underline{v})$  است. معادله‌ی پیوستگی چنین بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \cdot \underline{v} + \rho \nabla \cdot \underline{v} = 0 \quad (4)$$

لذا داریم:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (5)$$

و نهایتاً، معادله‌ی پیوستگی برای سیال تراکم‌ناپذیر عبارت خواهد بود از:

$$\nabla \cdot \underline{v} = 0 \quad (6)$$

هنگام مدل‌سازی سطح آزاد، خواص سیال برای سطح آزاد به صورت میانگین وزنی براساس تابع  $F$  از خواص سیال فاز دوم و اول تعیین می‌شود. از آنجا که سطح آزاد با گذشت زمان تغییر مکان می‌دهد، سلول‌هایی که در یک بازه زمانی شامل سطح آزاد نبوده‌اند در زمان دیگری ممکن است شامل سطح آزاد باشند یا اصولاً سیالی با فاز دیگر وارد آن‌ها شود. در نتیجه برای سلول‌ها، چگالی می‌تواند با زمان تغییر کند اگرچه سیال تراکم‌ناپذیر باشد. تجزیه‌ی معادله‌ی پیوستگی پس از تبدیل آن به معادله‌ی پواسون برای فشار مطابق با روش حجم محدود در شبکه‌ی جابه‌جاشده انجام می‌شود.<sup>[۱۳]</sup>

### ۴.۳. معادله‌ی گشتاور

معادله‌ی حاکم بر جریان سیال عبارت است از:

$$\rho \left( \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + (\underline{v} \cdot \nabla) \underline{v} \right) = -\nabla P + \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{S}_M \quad (7)$$

که در آن  $S_M$  بیان‌گر جمله‌ی چشمه در معادله‌ی گشتاور است. برای مسائلی که در آن‌ها باید اثر کشش سطحی در سطح آزاد را در نظر داشت، نیروی حجمی ناشی از کشش سطحی باید به این جمله‌ی چشمه اضافه شود. معادلات گشتاور نیز مطابق روش‌های ارائه‌شده توسط محققین<sup>[۱۳]</sup> تجزیه می‌شوند.

این رابطه بیانگر آن است که در سیستم اولبری  $f$  با زمان و مکان تغییر می‌کند. مشتقات این تابع و نیز طیف پیوسته‌ی آن ( $F$ ) برای تعیین جهت و انحنای سطح آزاد مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این جهت، موقعیت و انحنای سطح آزاد، اعمال اثرات تنش سطحی امکان‌پذیر است. طیف پیوسته برای  $f$  مطابق رابطه‌ی ۱۳ خواهد بود:

$$F_i(t) = \frac{1}{A_i} \int f(\underline{x}, t) d\underline{x} \quad (13)$$

که در آن  $A_i$  سطح هر وجه از سلول محاسباتی است، و لذا داریم:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\underline{v} \cdot \nabla) F = 0 \quad (14)$$

$F$  مقداری است که به سلول‌های اسکالر تخصیص داده می‌شود.

### ۷.۳. جابه‌جایی سیال (فاز دوم)

چنانکه بیان شد VOF روشی مناسب برای مدل‌سازی سطح آزاد است. به‌ویژه در زمینه‌های دریایی که هدف از مدل‌سازی سطح آزاد تنها بررسی حرکات کلی سطح آزاد سیال و نیروها و ممان‌های وارده بر سازه‌هاست. اکنون می‌بایست روشی برای حرکت سیال درون شبکه به کار گرفته شود. یک روش ساده استفاده از تخمین حجم کنترل است. در این تخمین از معادله حاصل در بخش قبل حول سلول انتگرال گرفته می‌شود. بدین ترتیب تغییر حجم سیال در سلول بر مبنای مجموعه‌ی شارهای  $F$  از سطوح این سلول قابل محاسبه است: [۱۴]

$$\int (\underline{v} \cdot \nabla) F dV = \int \nabla \cdot (\underline{v} F) dV = \oint (n \cdot \underline{v} F) ds \quad (15)$$

به‌منظور تعیین  $F$ ، معادله‌ی ۱۵ تبدیل خواهد شد به:

$$F^{n+1} = \left[ F^n - \frac{\delta t}{\delta x \delta y} \left\{ (F u)_i^n \delta y + (F u)_{i-1}^n \delta y + (F v)_j^n \delta x + (F v)_{j-1}^n \delta x \right\} \right] \quad (16)$$

بدین ترتیب،  $F$  جدید با معلوم‌بودن مشخصات شبکه‌ی  $(\delta x, \delta y)$  و  $F$  قبلی تنها به شارها وابسته بوده و قابل محاسبه است.

### ۸.۳. روش‌های تقریب جابه‌جایی $F$

تعیین شار براساس معادله‌ی ۱۶، اگرچه چندان مشکل نیست سبب گسترش سطح آزاد خواهد شد. به عبارت دیگر حل مستقیم معادله سبب می‌شود ضخامت طیف تابع کسر حجمی سیال  $F$ ، که بین دو سیال قرار گرفته، گسترش یابد. برای مقابله با این مسئله از تخمین شار استفاده می‌شود. در گذشته از روش‌های مختلفی برای تخمین شار استفاده می‌شد: روش تابع تحلیلی، دهندگی براساس تابع وزنی، تابع EVOF، و روش دهنده - گیرنده. [۱۴] در این تحقیق از روش دهنده - گیرنده استفاده شده است.

### ۹.۳. الگوریتم دهنده - گیرنده

در معادله‌ی حاکم بر تابع  $F$  در روش VOF، برای تعیین شار  $F$  به‌منظور حفظ ماهیت سطح آزاد که به شکل یک ناپوستگی است، باید تا حد ممکن ناحیه‌ی سطح آزاد نازک باشد. [۸] روش مورد استفاده در الگوریتم VOF، از نوعی تخمین شار به روش دهنده - گیرنده استفاده می‌کند. این روش مبتنی است بر استفاده از اطلاعاتی در مورد  $F$  از سیال بالادست و پایین‌دست مرز شار به‌منظور تعیین شکل

سطح بین دو سیال، سپس این شکل برای تعیین فلاکس مورد استفاده واقع می‌شود. روش VOF از دو جهت بر روش‌های قدیمی‌تر برتری دارد: نخست این که در این روش برای بهبود و توسعه‌ی الگوریتم شار از اطلاعاتی در مورد شیب سطح آزاد استفاده می‌شود. دوم این که از تابع  $F$  به‌منظور تعیین موقعیت و جهت سطح آزاد برای استفاده در شرایط مرزی مختلف -- نظیر نیروهای تنش سطحی -- استفاده می‌شود. [۱۵] مبنای روش مورد استفاده در VOF را با در نظر گرفتن مقدار  $F$ ، که از سطح سمت راست سلول در بازه زمانی شار می‌کند، می‌توان درک کرد. شار از سایر سطوح نیز به‌همین ترتیب خواهد بود. شار کل سیال‌ها از سطح سمت راست سلول بر واحد سطح آن برابر خواهد بود با  $V = u \delta t$ ، که در آن «سرعت» عمود بر سطح است. علامت  $u$  تعیین می‌کند که این سلول دهنده است یا گیرنده؛ به عبارت دیگر سلولی است که سیال از دست می‌دهد و یا سیال می‌گیرد. [۱۶] برای مثال اگر  $u$  مثبت باشد سلول بالادست یا سمت چپ سلول دهنده بوده و سلول سمت راست یا پایین‌دست سلول گیرنده است. مقدار  $F$  که از سطح سلول در بازه زمانی عبور می‌کند برابر است با حاصل ضرب  $\delta F$  در مساحت این سطح:

$$\delta F = \text{MIN} \{F_{AD}(V + CF, F_D \delta x_D)\} \quad (17)$$

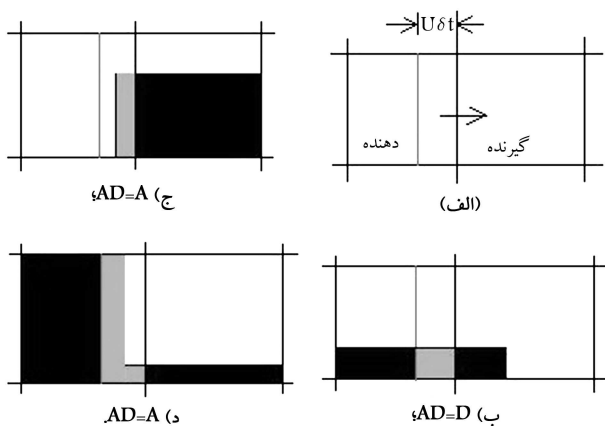
$$CF = \text{MAX} \{(V_{\gamma^0} - F_{AD})(V - (V^0 - F_D) \delta x, 0, \gamma^0)\} \quad (18)$$

در این روابط زیرنویس  $A$  به مفهوم سلول گیرنده، زیرنویس  $D$  به مفهوم سلول دهنده و زیرنویس  $AD$  اشاره به  $A$  و یا  $D$  دارد، که وابسته به جهت سطح آزاد و ارتباط آن با جهت حرکت سیال است.

در معادله‌ی ۱۷ عبارت  $\text{MIN}$  مانع از آن می‌شود که سلول دهنده بیش از ظرفیت‌اش شار سیال داشته باشد. در معادله‌ی ۱۸ عبارت  $\text{MAX}$  هنگامی به کار می‌رود که مقدار سیال شاریده‌ی فاز اول بیش از مقدار موجود باشد و تعیین شار اضافی سیال فاز دوم ( $CF$ ) مد نظر باشد (شکل ۲). در شکل ۲ الف سلول‌های دهنده و گیرنده برای شار از سطح قائم سلول تعیین شده‌اند. در صورتی که  $AD = D$  باشد، شار براساس سلول دهنده تعیین می‌شود.

### ۱۰.۳. حل معادلات حاکم

پس از معرفی روش دهنده - گیرنده به‌منظور ردیابی سطح آزاد و جابه‌جایی سیال، تعیین روشی برای حل معادلات حاکم ضروری به نظر می‌رسد. در این روش دو معادله‌ی پیوستگی و گشتاور باید حل شود. از آنجا که ماتریس ضرایب حاصل هنگام حل این معادله‌ها دارای نقاط صفر بسیاری است که از نظم خاصی پیروی می‌کنند



شکل ۲. چگونگی تعیین حجم سیال در روش دهنده - گیرنده.

پیرو و با دامنه‌ی پایدار در طول انتشار تولید شود. این مسئله دارای اهمیت علمی و عملی زیادی است. مثلاً در مطالعه‌ی انعکاس موج تنها<sup>[۲۱]</sup> یا اندرکنش امواج تنها با امواج تنه‌های دیگر<sup>[۲۲]</sup> لازم است امواج به صورت خالص باشند. امواج بلند معمولاً دارای سرعت افقی قابل توجهی هستند که در راستای عمودی تغییرات محسوسی ندارد.<sup>[۲۰]</sup> لذا موج ساز پیستونی وسیله‌ی مناسبی برای تولید این امواج به نظر می‌رسد. اما این نوع موج ساز به لحاظ فنی مشکلات بیشتری نسبت به دیگر روش‌های یاد شده دارد. بدون توجه به روشی که موج ساز عمل می‌کند (افتادن یک جرم آب یا بالا آمدن ته تانک)، باید دو نکته را مد نظر قرار داد. از یک طرف موج تنه‌های بزرگ باعث ایجاد پس‌موج‌های گذرا می‌شود، و از طرف دیگر امواج تنها با دامنه‌ی کوتاه‌تر برای انتشار مناسب نیستند. اگر دامنه‌ی بی‌بعد یک موج تنها  $\varepsilon = A/h_0$  باشد،  $A$  دامنه‌ی موج تنهاست و  $h_0$  عمق متوسط آب است (بیشتر از  $0.796\varepsilon$  شود، سرعت فاز افزایش می‌یابد و در غیر این صورت سرعت فاز کاهش می‌یابد.<sup>[۲۳]</sup> با توجه به روش تولید موج و به دنبال افزایش سرعت فاز، کل جرم جابه‌جا شده در محدوده‌ی وسیعی از دامنه‌ی موج کوتاه کاهش می‌یابد. بنابراین در واقع دو موج با دامنه‌ی متفاوت و با مقدار جرم جابه‌جا شده‌ی یکسان تولید می‌شود که ممکن است با هم ترکیب شوند. اما در بیشتر کاربردها تولید موج تنه‌های بزرگ‌تر مهم نیست. روش معمول برای تولید موج بلند یا موج تنها، تنظیم سرعت پیستون همزمان با سرعت افقی موج بیشینه است. بیان ریاضی این عبارت چنین است:

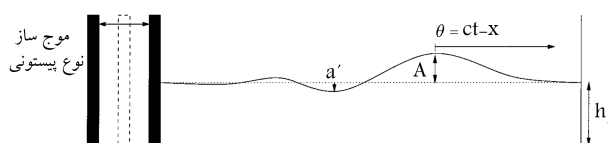
$$\frac{dX}{dt} = \bar{u}(X, t) \quad (19)$$

که در آن  $x = X$  موقعیت پیستون در امتداد محور  $x$  و  $\bar{u}(x, t)$  سرعت افقی متوسط موج است. محور  $x$  خط مرکزی سطح آب آرام است که مرجع  $x = 0$  در موقعیت اولیه پیستون است. در این پروژه روش گورینگ<sup>[۲۵]</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرد.<sup>[۲۰]</sup> لذا دو قانون تولید موج با حل موج تنه‌های رایلی به دست می‌آید.<sup>[۲۶]</sup> در حقیقت با فرض یک جابه‌جایی کوچک، قانون حرکت را می‌توان با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی ۱۹ به دست آورد که براساس حل موج تنه‌های رایلی است. این قانون تحلیلی حرکت قابل مقایسه با قانون حرکت به دست آمده بعد از انتگرال‌گیری عددی معادله‌ی ۱۹ است. دو قانون دیگر حرکت که در این مطالعه مورد آزمایش قرار گرفته، از فرمول‌بندی شکل خطی دیدگاه لاگرانژی در مرتبه‌ی اول و نظریه‌های آب کم عمق مرتبه‌ی دوم استخراج می‌شوند. در بخش‌های بعدی روش مورد استفاده برای تولید موج تشریح شده است.

#### ۱.۴. معادله‌ی حرکت موج ساز

در این بخش نحوه‌ی تولید موج تنها با اعمال قوانین متفاوت حرکت بر روی پیستون تشریح می‌شود. شکل ۳ نمونه‌ی از موج ساز پیستونی را به صورت شماتیک نشان می‌دهد.

در واقع موج تنها حل پایدار معادله‌ی موج است که با سرعت  $c$  در حال حرکت است. بنابراین معادله‌ی ۱۹ که موقعیت  $X$  را نشان می‌دهد بعد از تغییر متغیر از



شکل ۳. نما و ابعاد مورد نیاز برای تولید موج تنها به کمک موج ساز پیستونی.

(سه قطری یا پنج قطری)، روش‌های تکراری برای حل این معادله‌ها مناسب به نظر می‌رسند. روش‌های تکراری مبتنی بر این اصل اند که میدان فشار برای حل معادله‌ی گشتاور شناخته شده باشد. از آنجا که میدان فشار حدس زده می‌شود، میدان سرعتی که از معادله‌ی گشتاور حاصل می‌شود معادله‌ی پیوستگی را ارضا نخواهد کرد. چنانچه این حدس از میدان فشار اصلاح شود، میدان سرعت نیز اصلاح خواهد شد. در نهایت زمانی فرا می‌رسد که میدان فشار تخمینی باید به عنوان میدان فشار واقعی پذیرفته شود. در این حالت میدان سرعت با تقریب مناسبی معادله‌ی پیوستگی را ارضا می‌کند. در بین روش‌های تکراری متفاوت -- نظیر روش‌های SIMPLE، SMAC -- و روش PISO، در این تحقیق از روش PISO استفاده شده که در آن فشار به صورت ضمنی محاسبه می‌شود.<sup>[۱۳]</sup> در این الگوریتم یک مرحله‌ی پیش‌بینی و دو مرحله‌ی تصحیح وجود دارد که منجر به افزایش دقت زمانی می‌شود. این الگوریتم اساساً برای حل معادله‌ی فشار-سرعت در جریان‌های ناپایدار و تراکم‌پذیر به شکل غیرتناوبی ابداع شده است.<sup>[۱۳]</sup> اگرچه این الگوریتم در هر بازه زمانی به شکل تناوبی نیز قابل استفاده است. مراحل این الگوریتم به شکل زیر است:

۱. حدس میدان فشار؛
۲. حل معادله‌ی گشتاور برای سرعت؛
۳. حل معادله‌ی تصحیح فشار؛
۴. تصحیح فشار و سرعت؛
۵. حل معادله‌ی تصحیح فشار دوم؛
۶. تصحیح مجدد فشار و سرعت؛
۷. تکرار مراحل ۳ تا ۶ با فشار و سرعت جدید؛
۸. بازگشت به مرحله‌ی ۲ و در غیر این صورت همگرایی.

شرایط مرزی در نظر گرفته شده در سمت راست میدان شرط موج ساز است. در این شرط در هر گام زمانی مقدار جابه‌جایی دیواره‌ی موج ساز محاسبه شده و میدان محاسباتی مجدداً شبکه‌بندی می‌شود. در دیواره‌های موج شکن شرط دیواره اعمال شده است.

#### ۴. تولید موج در مدل

هدف از این بخش دست‌یابی به روشی برای تولید موج در مرز جانبی مدل است. در آغاز، روش‌های تولید موج تنها را مورد بررسی قرار می‌دهیم. محققین در مطالعات تجربی و نظری خود نشان دادند که از هر حجم مثبت خالص آب بالای سطح آب آرام، دست‌کم یک موج تنها تولید می‌شود که تعدادی امواج دیگر آن را دنبال خواهند کرد.<sup>[۱۷]</sup>

در پژوهشی دیگر، امواج تنها با انداختن یک وزنه‌ی صلب از نزدیک سطح آب به ته تانک تولید شد.<sup>[۱۸]</sup> به‌طور مشابه، محققین یک جرم مشخص آب را با حرکت قائم پیستونی که از ته تانک بالا می‌آید جابه‌جا کردند.<sup>[۱۹]</sup> آن‌ها همچنین با آزاد کردن جرم خاصی از آب در پشت یک مانع جابه‌جایی‌پذیر در یک انتهای کانال آب روش دیگری را امتحان کردند. تولید امواج تنها با استفاده از یک موج ساز نوع پیستونی نیز با جزئیات مورد مطالعه قرار گرفت.<sup>[۲۰]</sup> توجه ما در اینجا بر تولید موج تنها حتی‌الامکان به صورت خالص و بدون پارازیت، و امواج پیرو متمرکز است. یعنی تلاش می‌شود امواجی با کم‌ترین امواج

$(x, t)$  به  $(\theta = ct - X, t)$ ، به رابطه‌ی ۲۰ تبدیل می‌شود:

که در آن:

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\bar{u}(\theta(X))}{c - \bar{u}(\theta(X))} \quad (20)$$

که در آن  $c$  سرعت فاز،  $\theta = ct - x$  و  $\bar{u}(\theta)$  سرعت افقی متوسط است. در معادله‌ی ۲۰ سرعت افقی متوسط را می‌توان با نظریه‌های مختلف به دست آورد. در بین آن‌ها تابع امواج تنه‌ای بوزینسک و رایلی شکل یکسانی دارند: [۲۷، ۲۶]

$$\eta(\theta) = A \sec^2(\beta\theta/2) \quad (21)$$

$$\bar{u}(\theta) = \frac{c\eta(\theta)}{h_0 + \eta(\theta)} \quad (22)$$

در این روابط  $A$  دامنه‌ی موج تنها،  $h_0$  عمق متوسط آب،  $c$  سرعت فاز،  $\beta$  ضریب واپاشی پیرامونی،  $\eta(\theta)$  ارتفاع سطح آزاد از حالت سکون و  $\bar{u}(\theta)$  سرعت افقی است. عبارات موج تنها برحسب  $\beta$  و  $c$  تفاوت می‌کند. با تلفیق روابط پیشین داریم:

$$X(t) = \frac{2A}{h_0\beta} \tanh[\beta(ct - X(t))/2] \quad (23)$$

از رابطه‌ی ۲۳ کل مقدار مسافت طی شده توسط پیستون ( $S$ ) و زمان حرکت پیستون ( $\tau$ ) را می‌توان محاسبه کرد:

$$S = \frac{4A}{h_0\beta} \quad (24)$$

$$\tau = \frac{4}{\beta c} \left( \tanh^{-1}(0.999) + \frac{A}{h_0} \right) \quad (25)$$

### ۲.۴. مدل آب کم عمق مرتبه‌ی اول (KdV)

محققین قانون حرکت  $X_{KdV}(t)$  حاصل از حل  $KdV$  (یا آب کم عمق مرتبه‌ی اول) را چنین به کار بردند: [۲۸]

$$X_{KdV}(t) = 2\sqrt{\frac{Ah_0}{3}} \tanh(\beta_{KdV} c_{KdV} t/2) \quad (26)$$

که در آن:

$$\beta_{KdV} = \sqrt{\frac{3A}{h_0^3}} \quad \text{و} \quad c_{KdV} = \sqrt{gh_0} \left( 1 + \frac{A}{2h_0} \right)$$

مسافت پیموده شده توسط پیستون  $S_{KdV} = 4\sqrt{\frac{Ah_0}{3}}$  همان مقدار حاصل از موج تنه‌ای بوزینسک در روش گورینگ است. این مورد از محاسبه‌ی شکل لاگرانژی بعد از خطی‌سازی حول  $x = 0$  به دست می‌آید. [۲۲]

### ۳.۴. مدل آب کم عمق مرتبه‌ی دوم

مطابق روش فوق و نیز براساس محاسبات ارائه شده‌ی پیشین توسط محققین، [۲۹] روابط حرکت مرتبه‌ی دوم پیستون در آب کم عمق برای یک موج تنها با دامنه‌ی  $A$  عبارت است از:

$$X_{SW2}(t) = 2\sqrt{\frac{A'h_0}{3}} \left( 1 + \frac{A'}{h_0} \right) \tanh(\beta_{SW2} c_{SW2} t/2) + \frac{A'}{3} \sqrt{\frac{3A'}{4h_0}} \frac{\tanh(\beta_{SW2} c_{SW2} t/2)}{\cosh^2(\beta_{SW2} c_{SW2} t/2)} \quad (27)$$

$$\beta_{SW2} = \sqrt{\frac{3A'}{h_0^3}}$$

$$c_{SW2} = \sqrt{gh_0} \left( 1 + \frac{A'}{2h_0} + \frac{19}{30} \left( \frac{A'}{h_0} \right)^2 \right)$$

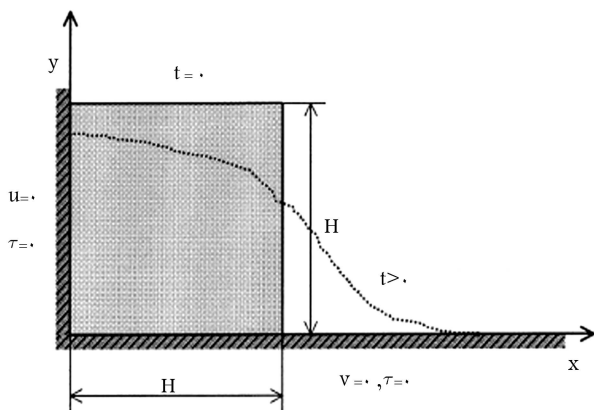
$$\frac{A}{h_0} = \frac{A'}{h_0} \left( 1 + \frac{A'}{h_0} \right)$$

بنابراین مسافت پیموده شده برابر  $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{A'h_0}{3}} \left( 1 + \frac{A'}{h_0} \right)$  است.

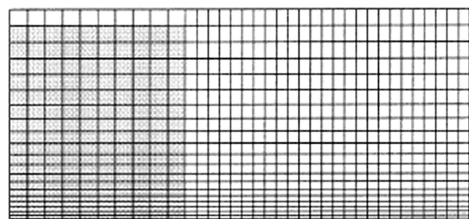
## ۵. بررسی صحت روش حل مسئله

به منظور تأیید کارکرد کد بسط داده شده، مسئله‌ی شکست سد که از مسائل کلاسیک برای بررسی صحت عملکرد کدهای VOF است، شبیه‌سازی شد و جواب‌های حاصل از آن با نتایج تجربی مقایسه شد. در مسئله‌ی سد شکسته شده یک ستون سیال تحت اثر شتاب ثقل فرو می‌ریزد (شکل ۴) و این زمانی رخ می‌دهد که سد نگه‌دارنده ناگهان حذف شود. در این مسئله شرط مرزی سمت راست، دیواره است و با رسیدن سیال به این مرز محاسبات متوقف می‌شود.

در سال ۱۹۵۲ آزمایشات تجربی زیادی روی این مسئله انجام شد [۳۰] و سپس این مسئله به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت. [۳۱] به منظور مقایسه با داده‌های تجربی انجام شده در سال ۱۹۵۲ سیال آب با خواص فیزیکی  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  و  $\mu = 10^{-3} \text{ pa.s}$ ، و شکل اولیه‌ی ستون سیال مربعی به اندازه‌ی  $H = 0.5715 \text{ m}$  در نظر گرفته شد. عدد رینولدز براساس سرعت مشخصه‌ی  $\sqrt{2gH}$  و طول مشخصه‌ی  $H$  برابر با  $6704 \times 10^4$  است. دقت



الف) شمای کلی؛



ب) شبکه‌ی محاسباتی شکست سد (شبکه‌ی ۳۵ x ۲۱ غیر یکنواخت).

شکل ۴. هندسه و ابعاد به کار رفته در مساله شکست سد.

مسئله با هم مقایسه شده است. چنان که در این شکل ملاحظه می‌شود نتایج محاسبه‌ی عددی مدل موجود به‌خوبی با داده‌های دیگران مطابقت دارد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که وقتی کل شبکه ریزتر شود یا شبکه‌ی به کار رفته در نزدیکی کف ریزتر شود، دقت نتایج افزایش می‌یابد.

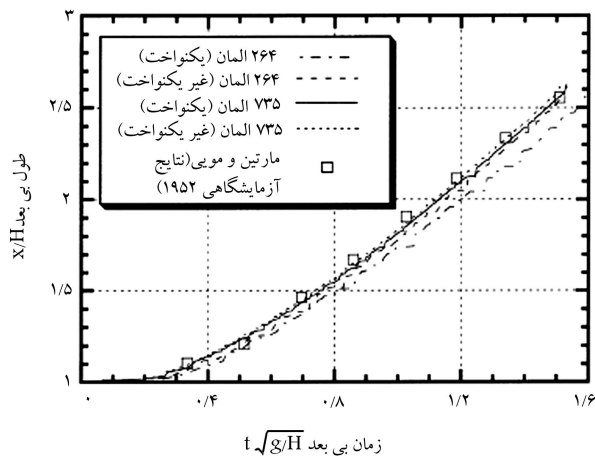
### ۶. نتایج اجرای مدل بر روی موج‌شکن شناور نمونه

پس از اطمینان از صحت کد تهیه‌شده در مدل‌سازی سطح آب شبیه‌سازی برخورد موج به موج‌شکن شناور توسط آن انجام شد. هندسه مدل در نظر گرفته شده در این پروژه مطابق شکل ۷ متشکل از سطح مقطع دوبعدی یک صندوقه بوده که در آبی با عمق متوسط  $h_0$  در معرض موجی به ارتفاع  $H_i$  قرار گرفته است. برای تولید موج از روش‌های تشریح شده در بخش ۶ استفاده شده است. در اینجا نمونه‌یی از محاسبات ارائه شده است. شرایط اولیه‌ی  $A = 0.0807$  و  $h_0 = 0.33$  برحسب متر برای مسئله انتخاب شد. چون براساس آنچه که در قسمت ۶ آمد برای تولید امواج بهترین روش همان روش رایلی است، از روابط مربوطه پارامترهای مورد نیاز محاسبه شد:

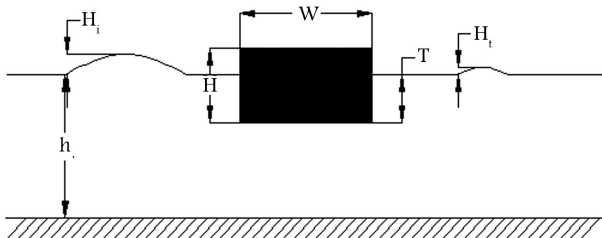
$$\frac{\beta_R}{\gamma} = \sqrt{\frac{3A}{4h_0^2(A+h_0)}} \Rightarrow \beta_R = 2.32659 \text{ } 1/m \quad (28)$$

$$c_R = \sqrt{g(A+h_0)} \Rightarrow c_R = 2.00722 \text{ } m/s \quad (29)$$

$$S_R = 4\sqrt{\frac{A(A+h_0)}{3}} \Rightarrow S_R = 0.42043 \text{ } m \quad (30)$$



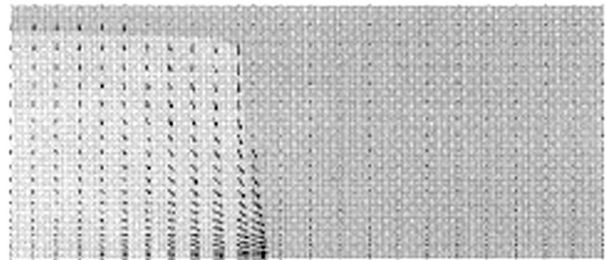
شکل ۶. مقایسه‌ی نتایج عددی مدل و نتایج تجربی در مسئله‌ی شکست سد.



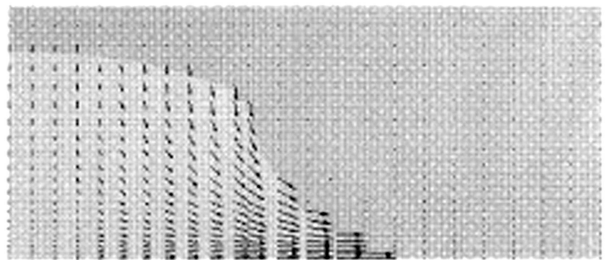
شکل ۷. هندسه‌ی به کار رفته در مدل مسئله‌ی  $H = 0.45 \text{ } m$ ,  $T = 0.27 \text{ } m$  و  $w = 0.07 \text{ } m$ .

پیش‌بینی سطح آزاد به سیستم شبکه‌ی در نظر گرفته شده بستگی دارد. برای آزمایش و بررسی حساسیت شبکه‌بندی، چهار نوع شبکه با تعداد سلول‌های  $264 \times 11$  یا  $735 \times 21$  -- یک‌بار با اندازه مش یکنواخت و یک‌بار با اندازه مش غیریکنواخت -- در نظر گرفته شد. شبکه‌ی محاسبه‌شده در مورد سلول‌های غیریکنواخت در شکل ۴ نشان داده شده است. بردارهای سرعت و الگوی جریان در زمان‌های مختلف برای شبکه‌ی غیریکنواخت  $735 \times 21$  در شکل ۵ دیده می‌شود. برای سهولت در انجام مقایسه با نتایج تجربی، زمان بی بعد و موقعیت به سمت جلوی آب در امتداد کف به صورت  $x^* = x/H$  و  $t^* = t\sqrt{g/H}$  تعریف شده‌اند.

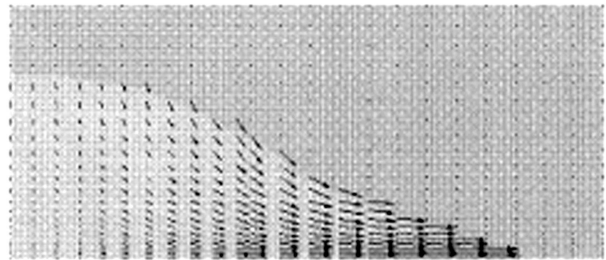
در شکل ۶ نتایج مدل موجود و کارهای عددی و آزمایشگاهی دیگر برای این



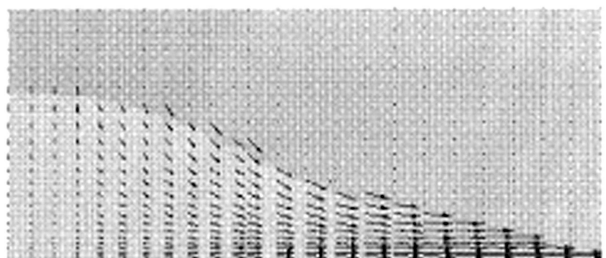
الف) زمان  $S = 0.2971$



ب) زمان  $S = 0.5969$



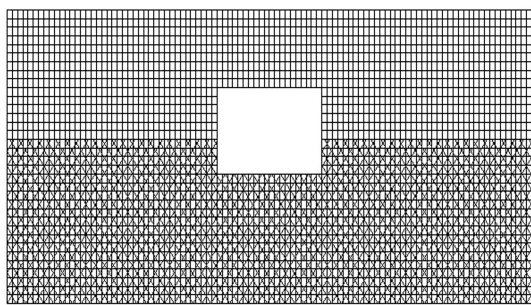
ج) زمان  $S = 0.9011$



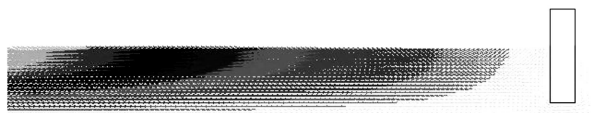
د) زمان  $S = 1.105$

شکل ۵. بردارهای سرعت و موقعیت سطح آزاد در زمان‌های متفاوت برای مسئله‌ی سد شکسته‌شده در شبکه‌ی محاسباتی غیریکنواخت  $35 \times 21$ .





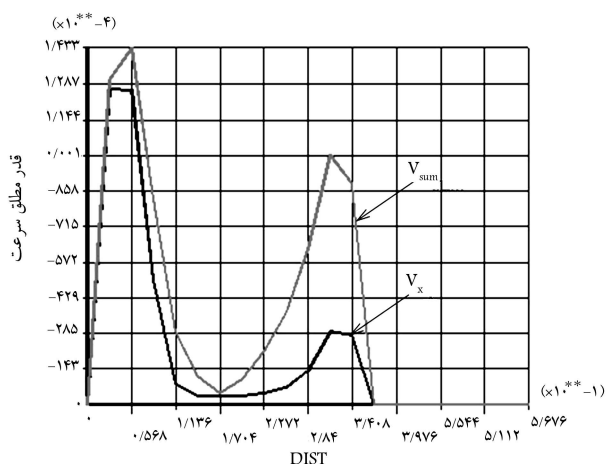
شکل ۱۰. نمونه‌ی شماتیک از سلول‌های پر شده از سیال.



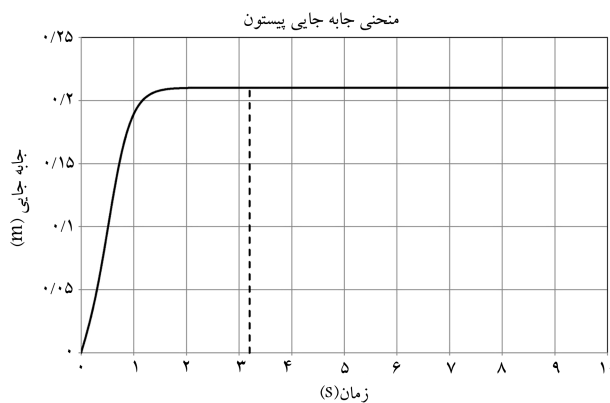
شکل ۱۱. بردارهای سرعت در مقطع قبل از صندوقه برای حالتی که قله‌ی موج به سازه نرسیده است (سرعت بر حسب متر بر ثانیه است).

بعد نتیجه‌ی حاصل از تحلیل مدل تشریح شده در بالا برای دو زمان، یکی قبل از عبور قله‌ی موج (یعنی قله‌ی موج به اندازه‌ی دو برابر طول موج از موج شکن عقب‌تر باشد) و دیگری درحین عبور قله‌ی موج از سازه نشان داده شده است. در شکل ۱۱ بردارهای سرعت در مقطع قبل از صندوقه و برای حالتی که قله‌ی موج به سازه نرسیده نشان داده شده است. موج ورودی ارتفاعی برابر با  $0.807$  متر دارد.

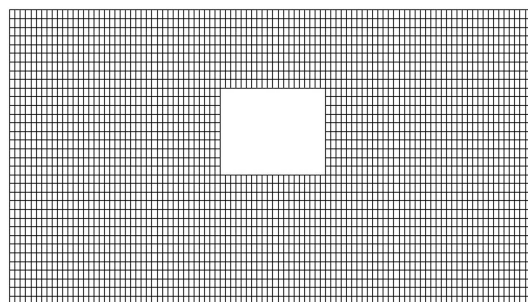
در شکل ۱۲ نمودار تغییرات سرعت  $V_x$  مؤلفه‌ی افقی سرعت و  $V_{sum}$  اندازه‌ی بردار سرعت کلی در مقطع قبل از صندوقه برای حالتی که قله‌ی موج به سازه نرسیده، نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که سرعت در زیر صندوقه به علت کاهش سطح مقطع افزایش و سرعت در محل دیواره‌ی صندوقه به علت مانع صلبی در برابر جریان قرار گرفته و گردابه‌هایی ایجاد شده، معکوس شده است.



شکل ۱۲. نمودار تغییرات قدر مطلق سرعت  $V_{sum}$  و  $V_x$  در مقطع قبل از صندوقه برای حالتی که قله‌ی موج به سازه نرسیده (محور افقی نشان دهنده‌ی فاصله از بستر به متر و محور قائم نشان دهنده‌ی مؤلفه‌ی سرعت بر حسب متر بر ثانیه است).



شکل ۸. نمودار جابه‌جایی پیستون.



شکل ۹. نمونه‌ی شماتیک از مدل شبکه‌بندی شده.

$$\tau = \frac{4}{\beta_{RCR}} \left( \tanh^{-1}(0.999) + \frac{A}{h_0} \right) \Rightarrow \tau = 3.46444 \text{ s} \quad (31)$$

$$X_R(t) = \frac{2A}{h_0 \beta_{RCR}} \frac{h_0 \tanh(\beta_{RCR} t / 2)}{h_0 + A [1 - \tanh^2(\beta_{RCR} t / 2)]} \Rightarrow X_R(t) = 0.6937 \times \frac{\tanh(2.33501 \times t)}{0.33 + 0.807 \times [1 - \tanh^2(2.33501 \times t)]} \quad (32)$$

در شکل ۸ نمودار معادله‌ی فوق به صورت تابعی از زمان رسم شده است که نشان دهنده‌ی میزان جابه‌جایی پیستون بر حسب زمان است. با مشتق‌گیری از معادله‌ی ۲۳ می‌توان سرعت حرکت پیستون را به دست آورد:

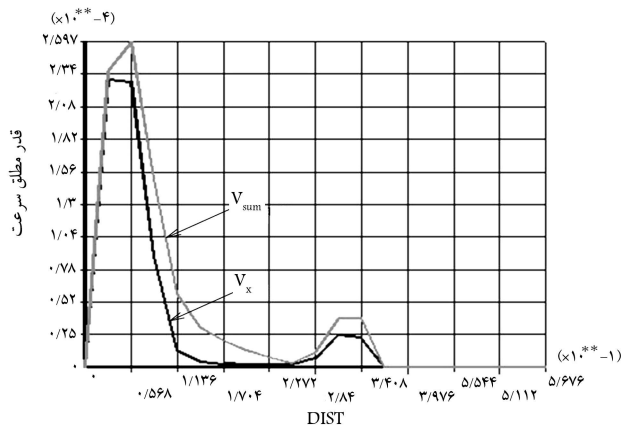
$$\frac{dX_R(t)}{dt} = \frac{-A \times (-1 + \tanh^2(\beta_{RCR} t / 2)) \times C_{RCR} \times (h_0 + A + A \times \tanh^2(\beta_{RCR} t / 2))}{(-h_0 - A + A \times \tanh^2(\beta_{RCR} t / 2))^2} \quad (33)$$

برای شبکه‌بندی مدل از سلول‌های چهارگوش استفاده شده است. شکل ۹ شمایی از سلول‌ها را نشان می‌دهد. شرایط مرزی این مسئله مشابه آن چیزی است که در بخش «حل معادلات حاکم» تشریح شد. حال سلول‌هایی که محتوی سیال‌اند با سیال پر می‌شوند (شکل ۱۰).

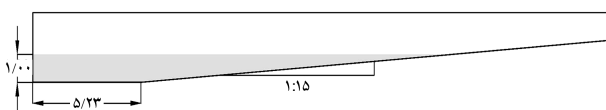
### ۱.۶. نتایج اجرای مدل برای حالت عدم شکست موج

در این مرحله شرایط مرزی مناسب درگره‌های متناظر اعمال می‌شود و مدل آمادگی تحلیل است. با انجام تحلیل می‌توان میدان سرعت را محاسبه کرد. در شکل‌های

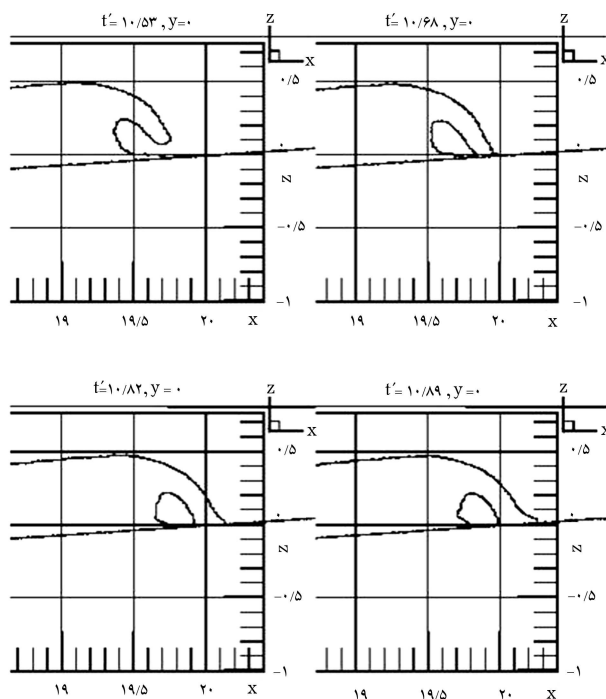




شکل ۱۴. نمودار تغییرات قدر مطلق سرعت  $V_{sum}$  و  $V_x$  در مقطع قبل از صندوقه برای حالتی که قله‌ی موج به سازه رسیده است (محور افقی نشان‌دهنده‌ی فاصله از بستر به متر و محور قائم نشان‌دهنده‌ی مؤلفه‌ی سرعت بر حسب متر بر ثانیه است).



شکل ۱۵. هندسه‌ی در نظر گرفته شده برای مدل کردن شکست موج.



شکل ۱۶. شکست موج روی سطح شیب‌دار در زمان‌های مختلف.

شیرجه‌یی به خود می‌گیرد. نتایج این شکل‌گویای این مطلب است که مدل عددی در شبیه‌سازی شکست موج -- که یکی از پدیده‌های بسیار پیچیده در طبیعت است -- از توان بالایی برخوردار است.

توزیع فشار موج در زمان شکست در شکل ۱۷ نشان داده شده است. با توجه به این شکل، بیشترین فشار در مشخصه‌ی موج در حال شکست در جبهه جلوی موج اتفاق می‌افتد. موج‌شکن‌های شناور معمولاً در نواحی ساحلی در آب کم‌عمق

برای موج عبوری از موج‌شکن (به ارتفاع  $H_t = 0.181575$  m) ضریب انتقال از رابطه‌ی ۳۴ محاسبه می‌شود:

$$C_t = \frac{H_t}{H_i} = \frac{0.181575}{0.1807} = 0.225 \quad (34)$$

این بدان معناست که در اثر برخورد موج رفت موجی با ارتفاع ۲۲/۵٪ ارتفاع موج برخوردی از این موج‌شکن عبور می‌کند. در شکل ۱۳ بردارهای سرعت در مقطع قبل از صندوقه و برای حالتی که قله‌ی موج به سازه رسیده نشان داده شده است. یادآور می‌شود که مدل حاضر قادر به ردیابی موج برگشتی نیست.

در شکل ۱۴ در مقطع قبل از صندوقه و برای حالتی که قله‌ی موج به سازه رسیده، تغییرات سرعت  $V_{sum}$  و  $V_x$  نمایش داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود، در لحظه‌ی برخورد قله‌ی موج به موج‌شکن سرعت ذرات آب روی دیواره‌ی موج‌شکن به طور قابل ملاحظه‌یی کاهش می‌یابد و در عرض سرعت ذرات آب در زیر موج‌شکن بیشتر می‌شود. مقایسه‌ی شکل ۱۲ با ۱۴ نشان می‌دهد که در حالتی که قله‌ی موج به موج‌شکن رسیده، نسبت به حالتی که قله‌ی موج به سازه نرسیده:

- سرعت آب در زیر موج‌شکن حدود ۸٪ بیشتر شده، ولی سرعت سیال روی بدنه‌ی موج‌شکن حدود ۳٪ کاهش یافته است.
- مقدار مؤلفه‌ی سرعت افقی سیال به سرعت منته‌ی کلی نزدیک‌تر می‌شود. بدین معنا که مؤلفه‌ی قائم سرعت در الگوی جریان قابل اغماض است. لذا می‌توان از حرکت خیرشمنی صندوقه صرف‌نظر کرد. از طرفی حرکت ضربه‌یی موج‌شکن که تحت اثر مؤلفه‌ی افقی سرعت سیال ایجاد می‌شود و کنترل آن توسط نیروهای مهار است، باید مد نظر قرار گیرد.

## ۲.۶. نتایج اجرای مدل برای حالت شکست موج

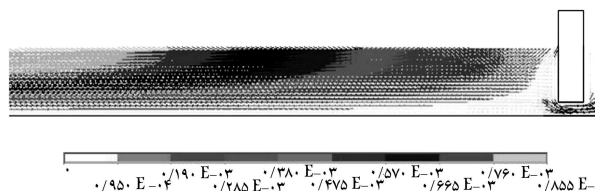
برای مدل‌کردن حالت شکست موج، وقتی که موج به نواحی کم‌عمق ساحلی می‌رسد، هندسه‌ی تعریف‌شده برای وضعیت ساحل نمونه -- شامل یک سطح شیب‌دار مطابق شکل ۱۵ -- در نظر گرفته شد. در این شکل داریم:

$$\text{Draft} = 1 \text{ [m]}$$

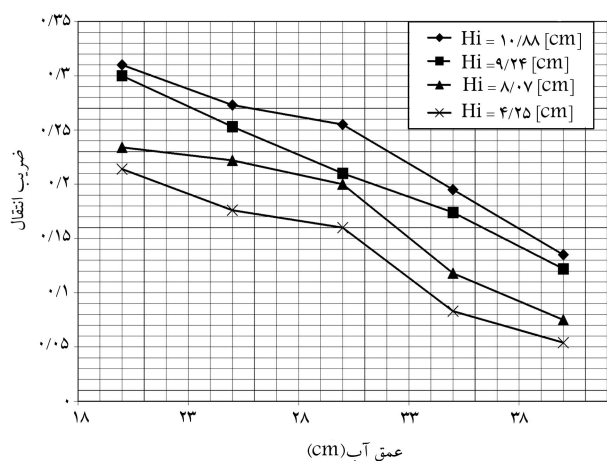
$$\text{Slope} = 1:15$$

$$A = 0.6 \text{ [m]}$$

با چنین شبیه‌ی انتظار می‌رود که موج به صورت شیرجه‌یی<sup>۸</sup> شکسته شود. نتایج اجرای مدل در این حالت در شکل ۱۶ نشان داده شده است. چنان که ملاحظه می‌شود در این حالت تاج موج به صورت زبانه درآمده و سپس حالت



شکل ۱۳. بردارهای سرعت در مقطع قبل از صندوقه برای حالتی که قله‌ی موج به سازه رسیده است (سرعت بر حسب متر بر ثانیه است).



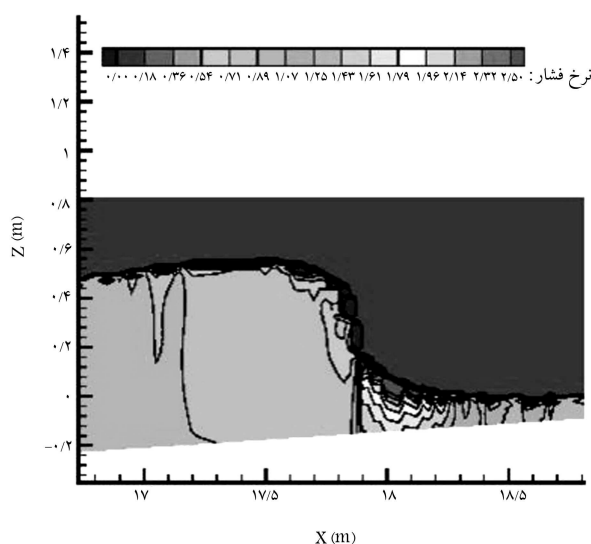
شکل ۲۰. نتایج حاصل از اجرای مدل برای عمق آب و ارتفاع موج های مختلف ورودی.

موج شکن نیروهایی تا حدود ۳/۷ برابر حالت موج نشکسته به این موج شکن وارد شده است.

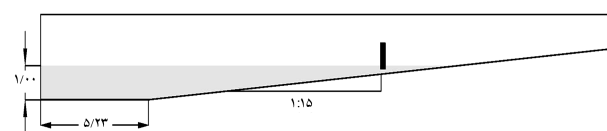
## ۷. نتیجه گیری

یکی از پارامترهای مهم مورد توجه در کاربرد موج شکن های شناور «ضریب انتقال» است که به صورت  $C_t = \frac{H_t}{H_i}$  تعریف می شود. مقایسه ای این ضریب برای موج شکن های شناور مهار شده و موج شکن های شناور ثابت شده با شمع به بستر دریا نشان می دهد که در آب های با عمق متوسط، موج شکن های شناور مهار شده مؤثرترند. این ضریب به پارامترهای زیادی مانند طول موج، ارتفاع موج ورودی، هندسه موج شکن و عمق آب وابسته است. با اجرای مدل، نمودار شکل ۲۰ برای عمق های مختلف آب (با ثابت ماندن فاصله کف موج شکن شناور تا بستر دریا) و ارتفاعات مختلف موج ورودی -- به طوری که عمق آب در مدل از ۲۰ تا ۴۰ سانتی متر و ارتفاع موج از حدود ۴ تا ۱۱ سانتی متر تغییر کند -- ترسیم شده است. با توجه به این شکل و خروجی های مدل که در قسمت قبلی آورده شد می توان گفت:

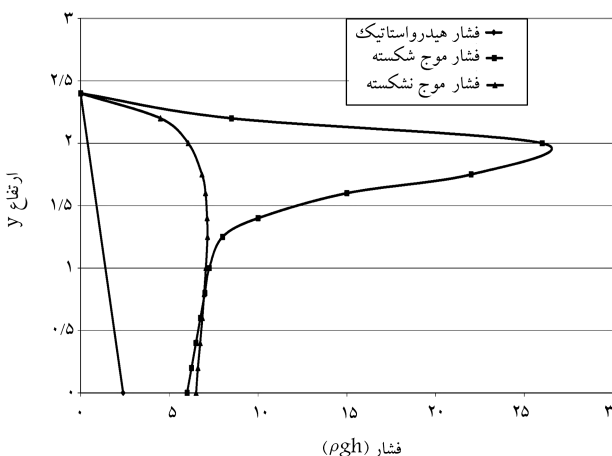
- بیشترین فشار به موج شکن شناور هنگامی وارد می شود که قله ی موج به موج شکن رسیده باشد. علت این امر آن است که اولاً در قله ی موج بیشترین سرعت افقی اریتمالی ذرات سیال اتفاق می افتد. ثانیاً این سرعت زیاد در روی بدنه ی موج شکن به حدی کاهش یافته که طبق رابطه ی برنولی تبدیل به فشار شده و قادر است نیروی قابل توجهی را به بدنه ی موج شکن وارد کند.
- در زمان برخورد موج به موج شکن، چنانچه موج حالت شکست به خود گرفته باشد فشار وارد بر موج شکن بسیار بیشتر از فشار امواجی است که با همین ارتفاع حالت شکست ندارند. این نسبت برای مدل نمونه در این تحقیق حدود ۳/۷ برابر است.
- در آب های متوسط با افزایش عمق آب (و در واقع افزایش آب خورد موج شکن شناور) ضریب انتقال موج شکن شناور کاهش و در مقابل فشار وارد بر آن افزایش می یابد.
- با افزایش ارتفاع موج ورودی، ضریب انتقال کمی افزایش می یابد. این بدان معناست که این موج شکن ها حساسیت چندانی به ارتفاع موج ندارند و همان طور که قبلاً اشاره شد دوره ی تناوب موج نقش مهم تری دارد.



شکل ۱۷. توزیع نسبت فشار به فشار هیدرواستاتیکی موج در زمان شکست.



شکل ۱۸. مدل موج شکن شناور نصب شده روی شیب ساحل.



شکل ۱۹. مقایسه ی توزیع فشار بر روی دیواره ی قائم موج شکن شناور در حالت استاتیکی، موج نشکسته و موج در حال شکست.

نصب می شوند. بنابراین، برای مدل سازی واقعی تر مسئله هندسه ی نشان داده شده در شکل ۱۸ در نظر گرفته شده است. مجدداً موج تنها با مشخصات ذکر شده به این موج شکن برخورد کرده است. در این مدل شیب ساحل و محل قرارگیری موج شکن طوری انتخاب شده که موج مذکور در حالت شکست<sup>۹</sup> به موج شکن برخورد کند. در همان عمق با افقی کردن کف، موج در حالت نشکسته<sup>۱۰</sup> به موج شکن برخورد می کند. نتایج اجرای مدل فوق در شکل ۱۹ آمده است. در این شکل توزیع فشار استاتیکی (بدون حضور موج) و فشار ناشی از موج در حالتی که شکست اتفاق نمی افتد و فشار ناشی از شکست موج در ستون آب در روی سطح بدنه ی موج شکن با هم مقایسه شده اند. ملاحظه می شود که بر اثر شکست موج روی بدنه ی

## پانویس

1. solitary wave
2. sway
3. heave
4. donor-acceptor method
5. continuum surface force (CSF)
6. outskirts decay
7. korteweg-de vries (KdV)
8. plunging breaker
9. breaking wave
10. non-breaking wave

## منابع

1. Chia-Chen, K. "Optimum computation for composite breakwater design based on java system", NCHC, Taiwan (2001).
2. Sutko A.A. and Haden E.L. "The effect of surge, heave and pitch on the performance of a floating breakwater", *Proceedings of Floating Breakwater Conference*, Rhode Island, pp 41-53 (1974)
3. Hales, L.Z. "Floating breakwaters: State-of-the art literature review", Technical Report No. 81-1, U.S. Army Corps of Engineers, Coastal Engineering Research Center, Fort Belvoir, Virginia (1981).
4. Miller, R.W.; Christensen, D.R.; Nece, R.E. and Hartz, B.J. "Rigid body motion of a floating breakwater: Sea-keeping prediction and field measurements" water resources series, technical reports (48), (1984).
5. Yamamoto, T.; Yoshida, A. and Ijima, T. "Dynamics of elastically moored floating objects", *Applied Ocean Research*, **2**, pp. 85-92 (1980).
6. Hanif, M. "Analysis of heaving and swaying motion of a floating breakwater by finite element method", *Ocean Engineering*, **10**(3), pp. 181-190 (1983).
7. Oumeraci, H.; Bruce, T.; Klammer, P. and Easson, W.J. "Breaking wave kinematics and impact loading of caisson breakwaters", *Proceedings Internat. Conference on Coastal and Port Engng. in Developing Countries (COPEDEC)*, Rio de Janeiro, Brazil, **4**(3), pp. 2394-2410 (1995).
8. Guyenne, P. and Grilli, S.T. "Numerical study of three dimensional overturning waves in shallow water", *Journal of Fluid Mechanics*, **57**, pp. 361-388 (2006).
9. Biaußer, B.; Grilli, S.T.; Marcer, R. and Fraunié, P. "Numerical analysis of the internal kinematics and dynamics of three dimensional breaking waves on slopes", *Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, Honolulu, Hawaii, USA (2003)
10. Lachaume, C.; Biaußer, B.; Grilli, S.T.; Fraunié, P. and Guignard, S. "Modeling of breaking and post-breaking waves on slopes by coupling of BEM and VOF methods", *Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*, Honolulu, Hawaii, USA (2003).
11. Brackbill, J.U.; Kothe, D.B. and Zemach C. "A continuum method for modeling surface tension", *J. Comput. Phys.*, **100**, pp. 335-354 (1992).
12. Hirt, C.W. and Nichols, B.D. "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries", *J. Comput. Phys.*, **39**, pp. 201-225 (1981).
13. Aubert, F.; Aulisa, E.; Manservigi, S. and Scardovelli, R. "Interface tracking with dynamically-redistributed surface markers in unstructured quadrangular grids" *Computers & Fluids*, (35) pp.1332-1343 (2006).
14. Versteeg, H.K. and Malalasekera, W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, Longman Scientific and Technical, first edition (1995).
15. Ketabdari, M.J.; Nobari, M.R.H. and Moradi Larmaei, M. "Simulation of waves group propagation and breaking in coastal zone using a navier stokes solver with an improved VOF free surface treatment", *Applied Ocean Research*, pp. 130-143 (2008).
16. Lopez, J.; Hernandez, J.; Gomez, P. and Faura F. "A volume of fluid method based on multidimensional advection and spline interface reconstruction", *J. Comput. Phys.*, **195**, pp. 718-742 (2004).
17. Nobari, M.R.H.; Ketabdari, M.J. and Moradi, M. "A modified volume of fluid advection method for uniform Cartesian grids", *Applied Mathematical Modelling*, pp. 2298-2310 (2009).
18. Hammack, J.L. and Segur, H. "The korteweg-de vries equation and water waves. Part 2. Comparison with experiments", *J. Fluid Mech.*, **65**, pp. 289-314 (1974).
19. Russel, J.S. "Report on waves", Proc. 14th Meeting, Brit. Ass. Adv. Sci., New York, pp. 311-390 (1844).
20. Daily, J.W. and Stephan, S.C. "The solitary wave: Its celerity, internal velocity and amplitude attenuation in a horizontal smooth channel", Proc. 3rd Conf. Coastal Eng., pp. 13-30 (1952).
21. Goring, D.G., *The Propagation of Long Waves Onto a Shelf*, PhD thesis of the California Institute of Technology, Pasadena, California (1978).
22. Renouard, D.P.; Seabra-Santos, F.J. and Temperville, A.M., "Experimental study of the generation, damping, and reflection of a solitary wave", *Dynamics of Atm. And Oceans*, pp. 341-358 (1985).
23. Guizien, K. and Barthelemy, E. "Accuracy of solitary wave generation by a piston wave maker", *Journal of Hydraulic Research*, **40**(3), (2002).
24. Longuet-Higgins, M.S. and Fenton, J.D. "On the mass, momentum, energy and circulation of a solitary wave", *Part II, Proc. Roy. Soc., A*, **340**, pp. 471-493 (1974).
25. Byatt-Smith, J.G.B. and Longuet-Higgins, M.S. "On the speed and profile of steep solitary waves", *Proc. Roy. Soc., London, A*, **350**, pp. 175-189 (1976).

26. Boussinesq, M.Y. "Théorie de l'intumescence liquide, appelée onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire", *C. R. Acad. Sci.*, Paris, 755-59 (1871).
27. Rayleigh, L. "On waves.", *Phil. Mag.*, pp. 257-279 (1876).
28. Clamond, D. and Germain, J.P. "Interaction between a stokes wave packet and a solitary wave", *Eur. J. Mech. B/Fluids*, **18**(1), pp. 67-91 (1999).
29. Temperville, A. "À l'étude des ondes de gravité en eau peu profonde", Thèse d'Etat, Université (1985).
30. Martin, J.C. and Moyce, W.J. "An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane", *Philos. Trans. Ser., A* **244**, pp. 312-324 (1952).
31. Harlow, F.H. and Welch, J.E. "Numerical calculation of time dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface", *Phys. Fluids*, **8**, pp. 2182-2189 (1965).