

تأثیر مقاومت بتن و چسبندگی FRP در رفتار تیرهای بتن‌آرمه‌ی تقویت‌شده با FRP

محمود نادری * (دانشیار)

شهریار و جدای طباطبایی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)

روش‌های مختلفی در زمینه‌ی مقاوم سازی مطرح هستند، که استفاده از ورق‌های FRP با استقبال رو به رشدی مواجه شده است. با توجه به اینکه سازه‌های بتی نیازمند مقاوم سازی، مقاومت بتی مختلفی دارند، ممکن است ورق‌های به کار گرفته شده رفتار متفاوتی داشته باشند. بدین منظور در این نوشتار، رفتار تیرهای مسلح بتی تقویت شده با ورق‌های FRP، که بتن بستر آن‌ها مقاومت و چسبندگی مختلفی دارند، مورد بررسی قرار گرفته است. مقاومت چسبندگی FRP‌های به کار گرفته شده، با استفاده از روش جدید «پیچش» اندازه‌گیری و نتایج آزمایشگاهی به دست آمده با نتایج حاصل از مدل سازی این تیرهای در نرم‌افزار ABAQUS مطابقه شده‌اند. نتایج حاصله بیان‌گر آن است که با افزایش مقاومت فشاری بتن و مقاومت چسبندگی FRP به بتن، میزان بار نهایی تحمل شده توسط تیرهای بتن‌آرمه‌ی تقویت شده با FRP‌ها افزایش می‌یابد.

naderi-m@ikiu.ac.ir
shahriarvt@yahoo.com

واژگان کلیدی: FRP، مقاومت بتن، تیر مسلح بتی، رفتار خمشی، چسبندگی.

۱. مقدمه

اما به منظور شناخت هر چه بهتر این روش و اشراف پیدا کردن به رفتار دقیق آن، همواره مسائلی از جمله نحوه تأثیر مقاومت بتن بسته و بطور دقیق تر مقاومت سطحی آن در رفتار المان مقاوم سازی شده و ورق‌های FRP مورد پرسش بوده‌اند. در این مطالعه نمونه‌های تیر بتن‌آرمه با مقاومت‌های بتن متفاوت ساخته شده و با استفاده از روش «پیچش»، مقاومت سطحی و مقاومت چسبندگی نوارهای FRP به بتن بستر اندازه‌گیری شده‌اند و میزان باربری و تغییرشکل‌های آن‌ها نیز به دست آمده است.

پژوهش‌های فراوانی با زمینه‌ی به کار گیری FRP در المان‌های مختلف انجام شده است، که با توجه به موضوع این پژوهش، بعضی از دست آوردهای آن‌ها در خصوص تیرهای بتی مسلح به صورت اجمالی مرور شده است. از سال ۱۹۸۲ میلادی، صفحات FRP چسبیده در وجه خارجی عضو بطور موقتی آمیزی در تیرهای بتی به کار گرفته است. در پژوهشی در سال ۱۹۹۴ پیشنهاد شده است که لمینت‌های CFRP می‌توانند جایگزین صفحات فولادی شوند، که صرفه‌ی اقتصادی ناشی از سادگی اجرای این روش از مزیت‌های آن بوده است.^[۱] در پژوهش دیگری نیز از صفحات FRP برای مقاوم سازی تیر بتی استفاده شده است. این برنامه‌ی آزمایشگاهی شامل آزمایش یک سری تیرهای مستطیلی با عرض ۳۰۰ میلی‌متر، عمق ۲۵۰ میلی‌متر و طول ۲ متر بود. تیرهای مقاوم سازی شده، ضخامت‌های مختلفی از نوار CFRP را شامل بودند. نتایج آزمایش، صحبت فرضیه‌ی سازگاری کرنش در آنالیز مقطع عرضی را تأیید کرده است.^[۲] همچنین رفتار خستگی یک تیر مقاوم سازی شده با CFRP نیز مطالعه شده است. تیرها با همان ابعاد نمونه‌های

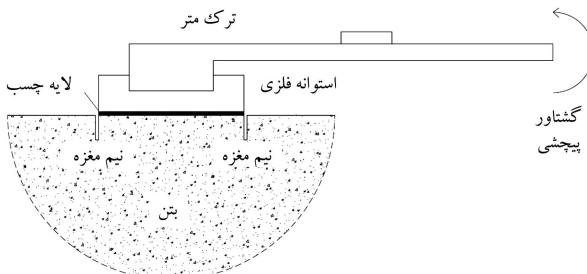
الیاف پلیمری مسلح چسبیده به صورت خارجی جهت مقاوم سازی و ترمیم سازه‌های بتی موجود از حدود سال ۱۹۸۰ میلادی مورد استفاده قرار گرفته‌اند و تعداد پژوهه‌های که از الیاف پلیمری مسلح در سراسر جهان استفاده می‌کنند، به طور چشمگیری از ۱۰ سال پیش تاکنون افزایش یافته است.^[۳] اعضاء سازیبی، که توسط الیاف پلیمری مسلح چسبیده به صورت خارجی مقاوم سازی می‌شوند، عبارت‌اند از: تیرها، دال‌ها، ستون‌ها، دیوارها، اتصالات، کوره‌ها و دودکش‌ها، طاق‌ها، گردبند، توپل‌ها، سیلوها، لوله‌ها و خربها.^[۴] الیاف پلیمری مسلح همچنین برای تقویت سازه‌های بتی، چوبی، فولادی و چدنی مورد استفاده قرار گرفته‌اند.^[۵] این روش با جایگزینی الیاف پلیمری مسلح به جای تقویت کننده‌های دیگر مانند صفحات فولادی و پوشش‌های بتی شکل گرفته است.^[۶] دلیل اینکه کامپوزیت‌ها با استقبال خوبی رو برو شده‌اند را می‌توان به طور خلاصه بیان کرد: مخصوصیت در برابر خود را دارند، وزن کم (حدود یک چهارم فولاد)، کاربرد آسان‌تر در فضای محدود، عدم نیاز به داربست، کاهش هزینه‌ی مربوط به کارگر، مقاومت کششی خیلی بالا، سختی مناسب برای ملزومات طراحی، ظرفیت تغییرشکل زیاد، تنوع در ابعاد و هندسه.^[۷] به طور کلی رفتار کامپوزیت‌ها کشسان خطی است، که تغییرشکل خمیری زیادی نخواهد داشت و درنتیجه با وجود افزایش شکل پذیری عضو مقاوم سازی شده با FRP، رفتار آن هنگام شکست ترد است و علاوه آگاهی دهنده‌ی شکست، که خود به نوعی از فواید سازه‌های بتی محسوب می‌شود، ظاهر نخواهد شد.^[۸]

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۲/۱/۱۳۹۱، اصلاحیه ۱/۴/۱۳۹۲، پذیرش ۱۲/۵/۱۳۹۲

بهینه‌ی مواد و مصالح جایگزین برای تعمیر و مرمت این‌گونه سازه‌ها به کار گرفته شود.^[۲۲] از جمله امیازات این روش می‌توان به سادگی روش، ارزانی و سادگی ابزار به کار گرفته شده، کم هزینه بودن آن، آسیب بسیار ناچیز به جا مانده و عدم نیاز به متخصص و یا نیروی ماهر اشاره کرد.^[۲۳] در این آزمون، همان طور که در شکل‌های ۱ تا ۳ نشان داده شده است، یک استوانه‌ی فلزی با قطر ۴ و ارتفاع ۰/۵ سانتی‌متر بر روی سطحی که قرار است مقاومت‌اش تعیین شود چسبانده و پس از سفت و سخت شدن، چسب اپوکسی به کار گرفته شده با یک گشتاور سنجه معمولی درون حفره‌ی از پیش تعیین شده استوانه‌ی فلزی قرار داده می‌شود، با واردآوردن تدریجی گشتاور پیچشی، استوانه‌ی یادشده در محل چسبانده شده، ماده‌ی موردنظر را به حالت شکست در می‌آورد و مقاومت موردنظر به دست می‌آید.^[۲۴]

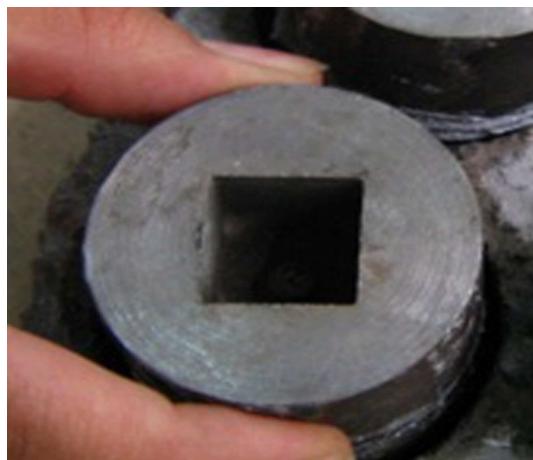
روش پیچش مبتنی بر رابطه‌ی اصلی پیچش است (رابطه‌ی ۱)، که در مباحثت



شکل ۱. روش آزمون «پیچش».



شکل ۲. انجام روش آزمون «پیچش».



شکل ۳. استوانه‌ی فلزی مورد استفاده در روش «پیچش».

آزمایش بارگذاری استاتیکی، با یک نوار 200×30 میلی‌متر از صفحه‌ی ترکیبی شیشه‌کربن بدون مهار انتهایی بوده‌اند و نتایج نشان داده است که صفحه‌ی ترکیبی می‌تواند پس از گسیختگی ناشی از خستگی آرماتورها مقاومت کند.^[۱۱] همچنین در خصوص تأثیر دما در 10° سیکل ذوب و یخ از $+25^{\circ}$ تا -25° سانتی‌گراد روی تیر مقاوم سازی شده با لمینت CFRP مطالعاتی انجام شده است، که حاکی از آن است که هیچ تأثیر مضری در ظرفیت خمشی انفاق نمای افت.^[۱۲] در مطالعه‌ی دیگری نیز روندهای تحلیل مشابهی برای پیش‌بینی سختی خمشی و مقاومت لمینت FRP تیرهای بتی انجام شده است، که صحبت نتایج فقط در تیرهایی که تحت خمش گسیخته شده‌اند، مورد تأیید قرار گرفته است.^[۱۳] همچنین پژوهشگران دیگری رفتار سازه‌ی بتی را تیرهای بتی مسلح مقاوم سازی شده با لمینت GFRP را مطالعه کرده‌اند و نتایج آزمایش آنها نشان داده است که آماده‌سازی سطح بتن و انتخاب چسب اهمیت بالایی دارد. و نیز به این نتیجه رسیده‌اند که به طور مشخص مقاوم سازی با لمینت‌های FRP چسپیده در وجه خارجی برای تیرهای با نسبت آرماتور کم مؤثر خواهد بود.^[۱۴] پژوهشگران دیگری نیز آزمون خستگی روی تیر بتی مسلح مقاوم سازی شده با لمینت FRP را انجام داده است، که در آن تیر در ۶ نقطه‌ی تحت بارگذاری آزمون شده است که از محدوده‌ی بار خستگی واقعی، $10/7$ میلیون سیکل بارگذاری انجام شده و عملکرد بسیار خوب لمینت‌های FRP را در مقاومت خستگی نشان داده است.^[۱۵] وی همچنین روشی برای پیش‌تیله کردن لمینت‌ها جهت افزایش بار سرویس سازه ارائه کرده و به این نتیجه رسیده است که تغییرشکل برشی بین تک‌ها در اعضاء بتن مسلح می‌تواند به جداشدگی پیش‌رس لمینت‌ها منجر شود.^[۱۶]

لذا با توجه به وجود خلا و نبود اطلاعات لازم در زمینه‌ی موضوع این پژوهش بر آن شدیم تا با انجام مطالعه‌ی شامل نتایج آزمایشگاهی و نیز نتایج عددی جهت حاصل شدن اطمینان از صحت آن‌ها، قدمی در راستای روش‌کردن ابهامات موجود و شناخت هر چه بیشتر آن‌ها برداشته شود.

۲. تعیین مقاومت چسبندگی

از آنجا که برای مطالعه‌ی رفتار و دوام و همچنین برای جایگزینی مناسب مواد و مصالح در تعمیر و مرمت، آگاهی از مقاومت مصالح به کار گرفته شده در سازه‌ها اهمیت ویژه‌ی دارد و با توجه به اینکه شرایط رایج در استفاده از روش‌های آزمایشگاهی با شرایط محیطی و بهره‌برداری این سازه‌ها کاملاً متفاوت هستند،^[۱۷] در سال‌های اخیر کوشش‌های زیادی برای ابداع روش‌های درجا به عمل آمده است، ولی در اغلب این روش‌ها، پارامترهایی به صورت غیرمستقیم اندازه‌گیری و با استفاده از روابطی، مقاومت مصالح مورد نظر تخمین زده می‌شود.^[۱۸] روش «پیچش» که در این مطالعات مورد استفاده واقع شده است، روشی است که می‌توان با به کار گیری آن مقاومت واقعی و درجای مصالح به کار گرفته شده و چسبندگی آن‌ها را در ساختمان‌ها، از جمله: بتن، ملات، آجر و سنگ‌های مصرفی را به طور مستقیم به دست آورد.^[۱۹] به این دلیل عبارت «به طور مستقیم» به کار می‌رود که قسمت بسیار کوچکی از مصالح موردنظر شکسته می‌شود و مقاومت آن به دست می‌آید.^[۲۰] از بررسی‌های آزمایشگاهی و مطالعات درجای به عمل آمده، روش «پیچش» به عنوان روشی کم هزینه و مطمئن (دقت بالا) برای اندازه‌گیری مقاومت درجای مصالح در ساختمان‌ها پیشنهاد می‌شود.^[۲۱] همچنین، این روش می‌تواند با دقت قابل قبولی برای بررسی رفتار و دوام مصالح به کار رفته در بنایها و نیز برای انتخاب

$$\tau = \frac{TR}{J} \quad (1)$$

که در آن، τ تنש برشی، T گشتاور پیچشی، R شعاع استوانه‌ی فلزی، J ممان اینرسی قطبی.

با انجام روش پیچش و قراتت گشتاور وارد، به کمک رابطه‌ی ۱، تنش برشی به دست می‌آید. از آنجایی که پیچش، همان برش خالص است، طبق مفاهیم مربوط به دایره‌ی موهر، تنش اصلی نیز همان تنش برشی خواهد بود.^[۲۶] بدین ترتیب می‌توان تنش وارد را استحصال کرد.

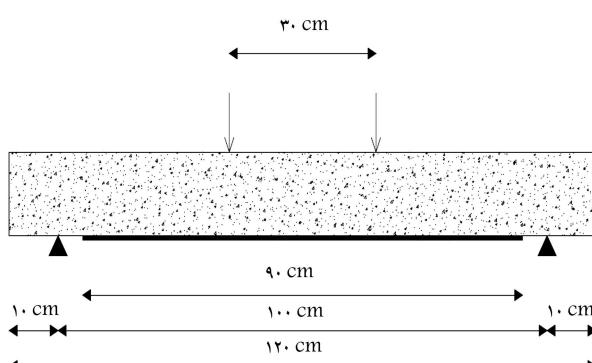
۳. ورق‌های FRP به کار گرفته شده

به طور معمول، یک ماده‌ی کامپوزیت را به صورت مخلوطی فیزیکی در مقیاس ماکروسکوپیک از دو یا چند ماده‌ی مختلف تعریف می‌کنند که این مواد خصوصیات فیزیکی و شیمیایی خود را حفظ کرده‌اند و مز مخصوصی را با یکدیگر تشکیل می‌دهند. این مخلوط در مجموع و با توجه به برخی معیارها، خواصی بهتر از هر یک از اجزاء تشکیل‌دهنده‌ی خود را دارند. در کامپوزیت‌ها، این دو ناحیه‌ی متمایز وجود دارد:

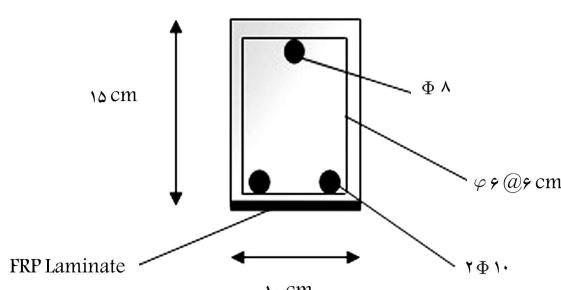
- فاز پیوسته (ماتریس)؛

- فاز ناپیوسته (تقویت‌کننده).

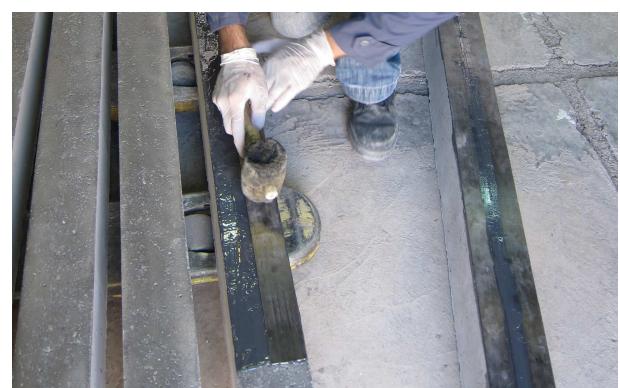
در یک کامپوزیت، به طور کلی الیاف، عضو بارپذیر اصلی سازه هستند، در حالی که ماتریس آن‌ها را در محل و آرایش مطلوب نگه می‌دارد و به عنوان یک محیط منتقل‌کننده‌ی بار بین الیاف عمل می‌کنند، به علاوه آن‌ها را از آسیب‌های محیطی در اثر افزایش دما یا رطوبت حفظ می‌کنند. شکل‌گیری FRP به صورت قراردادن الیاف پیوسته در یک رزین نقش نگهداری و به هم مرتبط کردن این الیاف جداگانه را ایفا می‌کند. الیاف متداول مورد استفاده عبارت از کربن، شیشه و آرامید هستند.^[۱۹] بسته به نوع الیاف مصرفی، FRP به ۳ نوع GFRP (الیاف شیشه)، CFRP (الیاف کربن) و AFRP (الیاف آرامید) دسته‌بندی می‌شود.^[۲۰] در شکل ۴، نحوه‌ی چسباندن یک نمونه‌ی CFRP نشان داده شده است.



شکل ۵. نمای کلی تیر موردنظر.



شکل ۶. مقطع تیر موردنظر.



شکل ۴. نمونه‌ی از تیرهای تقویت شده با FRP.

جدول ۳. مشخصات رزین مصرفی.

خصوصیات	واحد	مقدار	روش آزمایش
وزن معادل اپوکسید ^۱	g/eq	۱۹۲ – ۱۸۵	ASTM D ۱۶۵۲
گران روی ^۲ (۲۵°C)	P	۱۵° – ۱۱°	ASTM D ۴۴۵
رنگ	Gardner	۱ max.	ASTM D ۱۵۴۴
تراکم (۲۵°C)	g/ml	۱/۱۶	—
شكل ظاهری		مایع شفاف	—
فشار بخار (۷۷°C)	mm Hg	۰/۰۳	—
ضریب شکست (۲۵°C)		۱/۵۷۳	—
گرمای ویژه	BTU/lb/°F	۰/۵	—
اجزاء اپوکسی	mmol/kg	mmol/kg	SMS ۲۰۲۶
جرم مولار اپوکسی*	g	۱۹۰ – ۱۸۴	—
گران روی (۲۵°C)	Pa.s**	۱۴ – ۱۲	ASTM D ۴۴۵
رنگ	Pt-Co	۱۰۰ max	ASTM D ۱۲۰۹
تراکم (۲۵°C)	kg/L	۱/۱۶	SMS ۱۳۴۷
درجهٔ اشتغال	°C	> ۱۵°	ASTM D ۹۳

^۱ (اجزاء اپوکسی در اپوکسی رزین - روشن پرکاریک).

^۲ (گران روی جنبشی - تعیین گران روی مایعات توسط

لزجت سنج). (Ubbelohde

* تعداد گرم‌های رزین شامل یک گرم معادل اپوکسید.

۱ Pa.s = ۱° poise **

جدول ۴. مشخصات عمل آورندهٔ رزین مصرفی.

خصوصیات	واحد	مقدار	روش آزمایش
اجزاء نیتروژن پایه	% m/m	۸ – ۶	ASTM D ۲۸۹۶
گران روی (۲۵°C)	Pa.s	۰/۷ – ۰/۵	ASTM D ۴۴۵
رنگ گاردنر	—	۲ max	ASTM D ۱۵۴۴
وزن معادل هیدروژن	g/eq	۱۰۶ – ۱۰۲	calculated
نسبت پیشنهادی	phr	۵۸	calculated
تراکم (۲۵°C)	kg/l	۱/۰۴	ASTM D ۷۹۲

نمونه‌های تیر توسط دستگاه آزمون خمین، با سرعت بارگذاری ثابت و تا مرحلهٔ شکست و افت شدید در توائی تحميل بار تحت بارگذاری، که مستقیماً روی بتون اعمال می‌شد، قرار گرفتند و هم‌زمان با بارگذاری نتایج مربوط به تغییر مکان و سطح دهانه ثبت شده است.

۵. نتایج به دست آمده و تحلیل آن‌ها

در این قسمت تیرهای مقاوم سازی نشده را CB و تیرهای مقاوم سازی شده را RB نام‌گذاری کردند. برای مثال تیرکتول مربوط به مقاومت ۱۵ MPa را با CB-۱۵ نشان داده‌ایم.

 جدول ۱. خلاصهٔ نتایج طرح‌های اختلاط برای مقاومت‌های موردنظر (kg/m³).

مقاومت طراحی	۵۵	۴۵	۳۵	۲۵	۱۵
سیمان	۷۱۴	۵۹۵	۵۱۰	۴۳۹	۳۶۲
آب	۲۲۲	۲۲۰	۲۱۸	۲۱۷	۲۱۵
ماسه	۶۸۸	۷۶۲	۸۲۱	۸۹۳	۹۸۷
شن	۷۱۶	۷۶۲	۷۵۸	۷۹۲	۷۷۶

جدول ۲. میانگین مقاومت فشاری نمونه‌های مکعبی در سن ۱۱۰ روز (MPa).

مقاومت مشخصه	۵۵	۴۵	۳۵	۲۵	۱۵
مقاومت حاصله	۶۳	۵۸	۵۳	۴۲	۳۶



شکل ۷. محل نصب استوانه‌ی فلزی جهت اندازه‌گیری مقاومت چسبندگی به روش (پیچش).

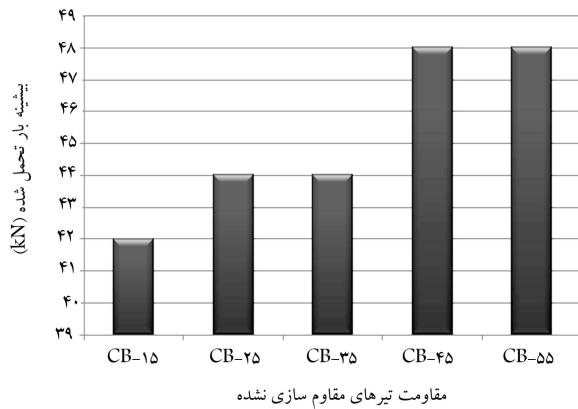
سنگدانه ۱۰ میلی‌متر و اسلامپ بتن ۷۵ میلی‌متر لحظه شده است. همچنین برای به دست آوردن بتني با کیفیت مناسب از میز لرزانده جهت ویره‌کردن تیر استفاده شده است. ساخت نمونه‌های مکعبی به منظور کنترل مقاومت فشاری و همچنین اطمینان از طرح‌های اختلاط مدنظر بوده است، که مقاومت فشاری آن‌ها در جدول ۲ ارائه شده است.

پس از ساخت تیرهای بتن آرمه‌ی موردنظر، مرحله‌ی عمل آوری با قراردادن آن‌ها داخل حوضچه‌ی آب انجام شده است. برای چسباندن ورق‌های FRP روی سطح تیرها، ابتدا لایه‌های کم مقاومت سطح بتن توسط برس سیمی برداشته و گرد و خاک حاصل توسط پارچه‌ی مرطوب از بین برده شده است، تا سطح بتن جهت استفاده از چسب اپوکسی رزین که مشخصات آن در جدول‌های ۳ و ۴ اورده شده است، آماده شود. در مرحله‌ی بعد، ورق‌های FRP با مشخصات آورده شده در جدول ۵ توسط چسب اپوکسی رزین به بتن چسبانده می‌شود.

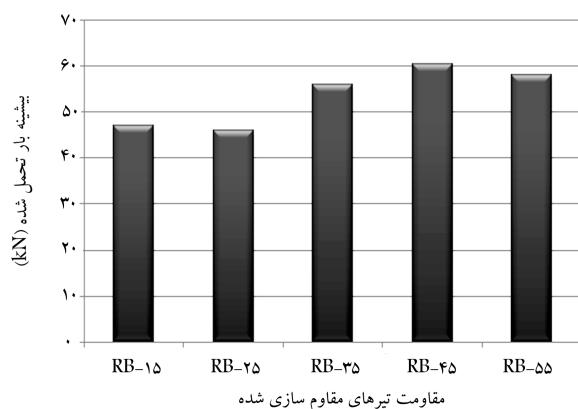
برای به دست آوردن مقاومت چسبندگی ورق FRP به بتن بسته تیرهای مقاوم سازی شده، در دو انتهای قسمتی که ورق وجود دارد (شکل ۷). از روش «پیچش» استفاده شده است، که برای این منظور باید ابتدا پیش از چسباندن استوانه‌های فلزی در محل‌های موردنظر، نیم مغزه‌هایی با عمق ۵ میلی‌متر ایجاد شوند.

جدول ۵. مشخصات ورق CFRP مصرفی.

خصوصیات	عرض (mm)	ضخامت (mm)	مدول کشسانی (MPa)	مقاومت کششی (MPa)	دراصد کرنش نهایی الیاف ناشی از کشش	نیزه
سخت CFRP	۵۰	۱/۲	۱۶۵۰۰۰	۳۰۵۰	۱/۷	



شکل ۸. بررسی میزان تحمل بار در تیرهای مقاوم سازی نشده با مقاومت های مختلف.



شکل ۹. میزان تحمل بار در تیرهای مقاوم سازی شده با مقاومت های مختلف.

در دو مرحله‌ی قبل، که بارهای تحمل شده توسعه تیرهای با الیاف مسلح کننده و بدون آن‌ها را مورد بررسی قرار داده‌ایم، خیز تیرها نیز ثبت شده است که رفتار مشاهده شده را در این بخش بحث کرده‌ایم. در تیر بدون تقویت کننده، گیج مربوط به ثبت خیز برای تیر با مقاومت فشاری ۱۵ MPa عدد ۲۲/۳۳ میلی‌متر را نشان می‌داد. در تیر با مقاومت فشاری ۲۵ MPa خیز به ۲۰/۰۸ میلی‌متر رسیده بود، که ۲/۲۵ میلی‌متر کمتر است. تیر با مقاومت فشاری ۳۵ خیزی معادل ۱۸/۷۸ میلی‌متر داشت، که نسبت به تیر با مقاومت فشاری ۲۵ MPa %۶/۵ کاهش داشته است. در نمونه با مقاومت فشاری ۴۵ MPa خیز داشته‌ایم که نسبت به رده‌ی مقاومتی قبلی ۵/۵٪ کمتر بوده است. در نمونه‌ی آخر، که مربوط به مقاومت فشاری ۵۵ MPa است، خیز حاصل از اعمال بار ۱۸/۳۳ میلی‌متر بود، که نسبت به رده‌ی مقاومت قبلي شاهد افزایش تغییر شکل بودیم.

با مشاهده‌ی تغییر مکان به وجود آمده در تیرهای مقاوم سازی نشده (شکل ۱۰)، روند کلی آنکه نزولی است، قابل مشاهده است؛ یعنی با افزایش مقاومت فشاری

۱.۵. توانایی تحمل بار و تغییر شکل حاصله

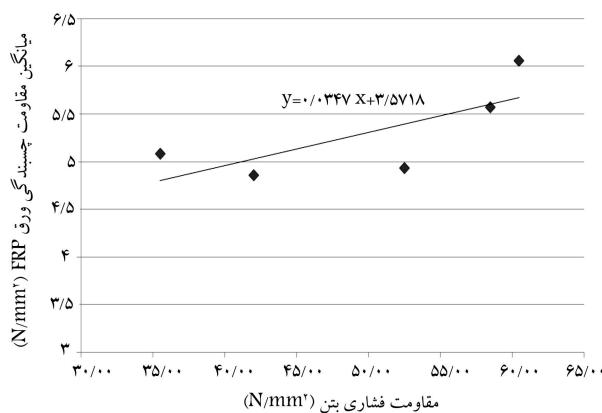
در این بخش تیرهای بتنی مسلح بدون الیاف تقویت کننده و با الیاف تقویت کننده را از لحاظ میزان تحمل بار وارد و خیز به دست آمده مورد بررسی قرار داده‌ایم، که برای این مظاهر آن‌ها را داخل دستگاه مربوط به آزمون خمسن قرار دادیم و با نصب گیج‌های مربوط به ثبت خیز نمونه، بارگذاری را شروع کردیم. به طور کلی هدف ما از انجام مقایسه میان میزان بار قابل تحمل و در مرحله‌ی بعد خیزهای به وجود آمده، به دست آوردن روند تغییرات آن‌ها متناسب با افزایش مقاومت فشاری بوده است. این تذکر لازم است که نتایج مربوط به تیرهای مقاوم شده، میانگین نتایج حاصل از دو تیر نمونه در هر رده‌ی مقاومتی است.

در ابتدا تیرهای بتنی مسلح بدون الیاف تقویت کننده را بررسی کردیم. با توجه به شکل ۸، نیروی قابل تحمل توسعه تیرهای مقاوم سازی نشده با مقاومت فشاری بتن ۱۵ MPa، ۱۵ KN است. در تیر با مقاومت فشاری بتن ۲۵ MPa به ۴۴ KN رسید، یعنی افزایشی معادل ۵٪ با افزایش مقاومت فشاری بتن به ۳۵ MPa، بار قابل تحمل تغییری از خود نشان نداد. مجددًا مقاومت فشاری را افزایش دادیم و آن را به ۴۵ MPa رساندیم؛ بار تحمل شده توسعه تیر نسبت به آخرین رده‌ی مقاومت بتن، که مقاومت فشاری ۵۵ MPa است، با انجام آزمون خمسن، بار قابل تحمل توسعه تیر مشابه مقدار مقاومت فشاری بتن تیرهای مسلح محسوسی نداشت. با نگاهی به روند افزایش مقاومت فشاری بتن تیرهای مسلح می‌توان گفت به طور کلی شاهد روندی صعودی بوده‌ایم، اما در فواصلی این روند ثابت و مجددًا رو به افزایش گذاشته است.

در مرحله‌ی بعد، نوبت به تیرهای بتنی با الیاف تقویت کننده می‌رسد. پس از قراردادن آن‌ها و اعمال بار، نتایج مربوط قرائت و ثبت شد. تیر با مقاومت فشاری بتن ۱۵ MPa باری معادل ۴۷ KN تحمل کرد، که نسبت به تیر مقاوم نشده چیزی حدود ۱۲٪ بیشتر است. در تیر با مقاومت فشاری ۲۵ MPa، بار قابل تحمل به ۴۶ KN رسید که نسبت به رده‌ی مقاومت قبلي ۱ KN ۱ کمتر و نسبت به تیر مقاوم نشده با همان مقاومت فشاری، ۵٪ بار بیشتر تحمل کرده است. تیر بعدی مربوط به رده‌ی مقاومت ۳۵ MPa است، بیشیهی بار تحمل شده توسعه آن ۵۶ KN بوده است، که نسبت به مقاومت قبلي حدود ۲۲٪ بیشتر و نسبت به تیر مقاوم نشده با همان مقاومت فشاری، ۲۷٪ بیشتر بوده است. بار مربوط به تیر با مقاومت فشاری بتن ۴۵ MPa، ۶۰/۵ KN ثبت شد که نسبت به تیر با مقاومت فشاری ۴۵ MPa و نسبت به تیر مقاوم نشده نیز ۱۲/۵ KN ۱۲٪ بیشتر قرائت شده است. در تیر پایانی که مربوط به مقاومت ۵۵ MPa است، بار نشان داده شده توسعه دستگاه ۵۸ KN است، که نگاهی کلی شاهد آن بودیم که نشان دهنده‌ی کاهش در بار قابل تحمل است. با نگاهی کلی شاهد این بودیم که در تیرهای مقاوم سازی شده (شکل ۹)، رفتار بیگونه‌یی است که با افزایش مقاومت فشاری، روند بار قابل تحمل، به صورت کلی صعودی بوده است. با مقایسه‌ی بین دو تیر مقاوم سازی شده و مقاوم سازی نشده نیز می‌توان گفت در هر دوی آن‌ها نیروی قابل تحمل به صورت کلی با افزایش مقاومت فشاری بتن روند رو به افزایش داشته است.



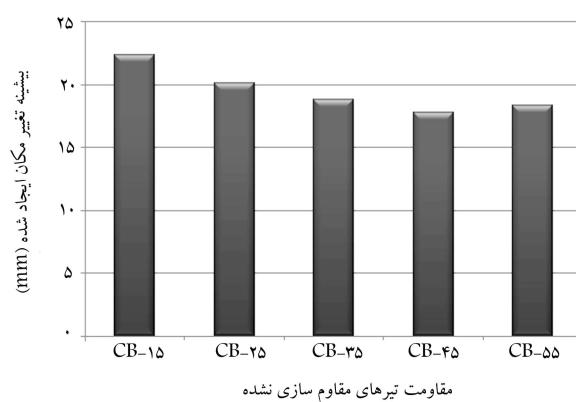
شکل ۱۲. مقایسه‌ی خیز تیرهای مقاوم‌سازی شده.



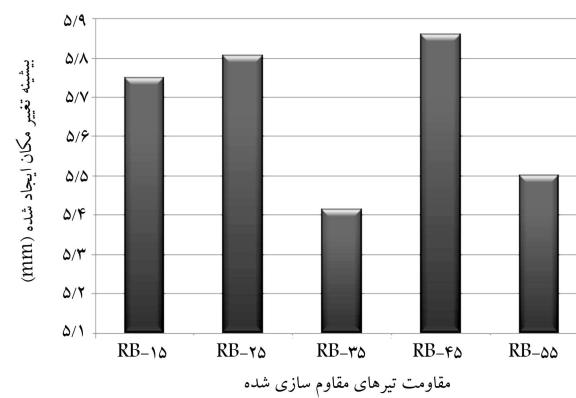
شکل ۱۳. حساسیت مقاومت چسبنده‌ی ورق FRP نسبت به تغییر مقاومت فشاری بتن.

۲.۵. مقاومت چسبنده‌ی ورق‌های FRP به کارگرفته شده

در بخش قبل اثر مقاومت فشاری بتن تیرهای مسلح در میزان برابری و خیز به وجود آمده را بررسی کردایم و در این بخش می‌خواهیم اثر مقاومت فشاری در مقاومت چسبنده‌ی ورق‌های FRP را مورد بحث قرار دهیم. همان‌طور که در بخش‌های ابتدایی این نوشتار اشاره شده است، برای بدست آوردن مقاومت چسبنده‌ی از روش پیچش استفاده کردایم. ابتدا در محل انجام آزمون پیچش که نواحی انتهای تیرهای بتن مسلح تقویت شده با FRP بود، توسط دستگاه کرگیری نیم مغزه‌هایی ایجاد کردیم. با چسباندن استوانه‌های فلزی و سپری شدن زمان لازم جهت گرفتن چسب، توسط ترک مترگشتاور پیچشی اعمال شده است، که منجر به جداسدن استوانه شده است. گشتاور مربوط را قرائت و با استفاده از روابط تنش وارده به دست آمده است. برای تیر با مقاومت فشاری ۱۵ MPa، مقاومت چسبنده‌ی ۵/۸ MPa ثبت شده است. در تیر با مقاومت فشاری ۲۵ MPa، مقاومت چسبنده‌ی ۴/۸۶ MPa، ۴/۸۶ MPa به دست آمده است که نشان‌دهنده‌ی کاهش آن به میزان ۴٪ است. با ادامه‌ی این روند ثابت به تیر با مقاومت فشاری ۳۵ MPa رسید که مقاومت چسبنده‌ی آن ۴/۹۳ MPa شد و نسبت به رده‌ی مقاومت قبلی افزایش خیلی کمی داشت. در تیر با مقاومت ۴۵ MPa، مقاومت چسبنده‌ی بین ورق FRP و بتن به ۵/۵۷ MPa رسید که نسبت به عدد مربوط به مقاومت فشاری ۳۵ MPa، ۱۳٪ رشد داشته است. در انتهای مقاومت چسبنده‌ی تیر با مقاومت ۵۵ MPa، ۵/۰۶ MPa ثبت شد که نسبت به رده‌ی قبلی ۴/۹ MPa بیشتر بود. با توجه به روند قابل مشاهده در شکل ۱۳ می‌توان گفت مقاومت



شکل ۱۰. میزان تغییرمکان ایجادشده در تیرهای مقاوم سازی نشده با مقاومت‌های مختلف.



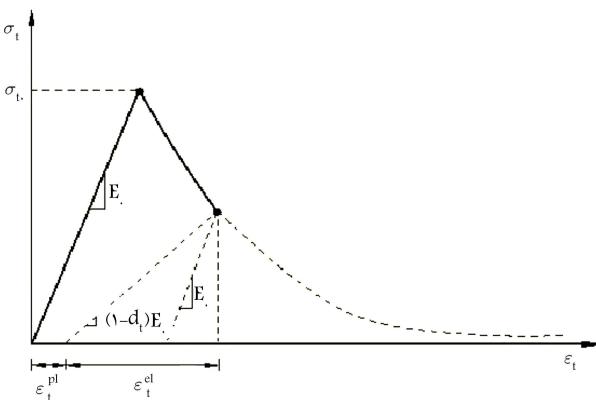
شکل ۱۱. میزان تغییرمکان ایجادشده در تیرهای مقاوم سازی شده با مقاومت‌های مختلف.

بنابراین، تغییرمکان حاصله به طورکلی در حال کاهش است.

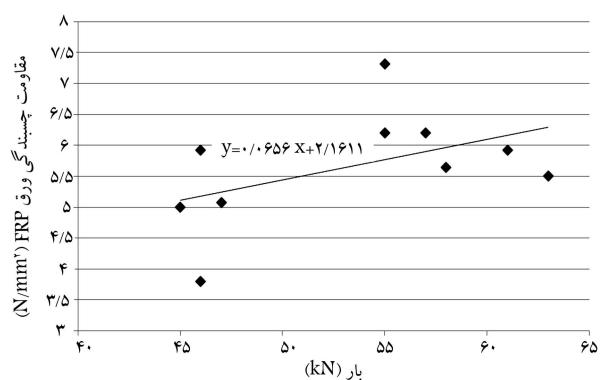
در این بخش تغییرمکان‌های ثبت شده برای تیرهای مقاوم شده با پوشش FRP را بررسی قرار داده‌ایم. در تیر با مقاومت فشاری ۱۵ MPa خیزی معادل ۷/۵ میلی‌متر داشتیم، که حدود یک چهارم خیز تیر مقاوم شده است. تیر با مقاومت فشاری ۲۵ MPa نیز خیز ۵/۸ میلی‌متر داشت، که اختلاف آن با خیز تیر با مقاومت فشاری ۱۵ MPa تقریباً ۱ کم است. خیز مربوط به تیر با مقاومت فشاری ۳۵ MPa میلی‌متر است که نسبت به رده‌ی مقاومت قبلي ۷٪ کمتر است. عدد ثبت شده برای مقاومت فشاری ۴۵ MPa، ۵/۸۶ میلی‌متر است، که نشان‌دهنده‌ی صعود مجدد خیز حاصل از اعمال بار است. در تیر پایانی با مقاومت فشاری ۵۵ MPa، خیز مجدد کاهش و به ۵/۵ میلی‌متر رسیده است.

تغییرمکان‌های به دست آمده در تیرهای مقاوم سازی شده (شکل ۱۱)، روندی متفاوت دارند و به طور کلی روند آن‌ها نوسانی خواهد بود، چون از الگوی خاص افزایش یا کاهش تبعیت نمی‌کنند (شکل ۱۲). با مقایسه‌ی بین دو تیر مقاوم سازی شده و نشده می‌توان گفت خیز حاصله در تیرهای مقاوم شده همواره کمتر از خیز تیرهای مقاوم نشده است.

به طور کلی پس از اعمال بازگذاری نمونه‌ها، با بررسی مود گسیختگی آن‌ها می‌توان این طور بیان کرد که گسیختگی تیرهای تقویت نشده در مود خمشی و گسیختگی تیرهای تقویت شده با کنده‌شدن ورق FRP از قسمت انتهایی تیر بتی و در نتیجه کاهش شدید در توانایی تحمل بار بوده است.



شکل ۱۵. نمودار تنش - کرنش بتن تحت کشش.



شکل ۱۴. رابطه‌ی میان بیشینه‌ی بار تحمل شده و مقاومت چسبندگی ورق‌های FRP.

چسبندگی بتن و ورق‌های FRP، با افزایش مقاومت فشاری بتن صعودی خواهد بود. همچنین با انجام یک مقایسه بین بیشینه‌ی نیروهای تحمل شده و مقاومت چسبندگی (شکل ۱۴)، می‌توان گفت هر چقدر چسبندگی بیشتر شود، توان تیر در تحمل بار نیز بیشتر خواهد شد؛ که می‌توان این طور برداشت کرد که با افزایش چسبندگی، ظرفیت بیشتری از ورق‌های FRP به کار گرفته شده در اختیار ما قرار می‌گیرد که از لحاظ اقتصادی نیز صرفه‌ی بیشتری خواهد داشت.

۱.۶. رابطه‌ی سخت‌شدگی کششی

برای شبیه‌سازی کامل رفتار کششی بتن مسلح در ABAQUS، یک ارتباط تنش - کرنش بعد از گسیختگی برای بتن تحت کشش استفاده می‌شود، که سخت‌شدگی کششی، نرم‌شدگی کرنش و اندرکرنش آرماتور با بتن را به حساب می‌آورد (شکل ۱۵). کرنش ترک خودگی از رابطه‌ی ۲ بدست می‌آید:

$$\varepsilon_{ot}^{el} = \frac{\sigma_t}{E_0}. \quad (2)$$

که در آن، ε_t کرنش کششی کل، ε_t^{el} کرنش کشسان متناظر برای ماده‌ی آسیب ندیده، E_0 مدول یانگ، σ_t تنش.

ABAQUS، صحت منحنی آسیب را با استفاده از مقادیر کرنش خمیری (ε_t^{pl}) مطابق رابطه‌ی ۳ بررسی می‌کند:

$$\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \tilde{\varepsilon}_t^{ck} - \frac{d_t}{(1-d_t)} \frac{\sigma_t}{E_0} \quad (3)$$

که در آن، d_t پارامتر آسیب است.

مقادیر کرنش خمیری کششی منفی یا در حال کاهش، نشان‌دهنده‌ی منحنی‌های آسیب نادرست است، که ممکن است منجر به بروز پیغام خطأ قبل از اینکه آنالیز صورت بگیرد، شود.

۲.۶. رابطه‌ی تنش - کرنش فشاری

کرنش غیرکشسان از رابطه‌های ۴ و ۵ به دست می‌آید (مطابق شکل ۱۶):

$$\varepsilon_{oc}^{el} = \frac{\sigma_c}{E_0}. \quad (4)$$

$$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{oc}^{el} \quad (5)$$

که در آن، ε_c کرنش فشاری کل، و ε_{oc}^{el} کرنش کشسان متناظر با ماده‌ی آسیب ندیده است.

همچنین اندازه‌گیری‌های اصلاحی باید برای اطمینان از اینکه مقدار کرنش خمیری (ε_t^{el}) که از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید، نه منفی است و نه با افزایش تنش کاهش پیدا می‌کند.

$$\tilde{\varepsilon}_c^{pl} = \tilde{\varepsilon}_c^{in} - \frac{d_c}{(1-d_c)} \frac{\sigma_c}{E_0} \quad (6)$$

که در آن، d_c خصوصیات آسیب است.

۶. مدل‌سازی نتایج حاصله

نرم‌افزار ABAQUS مجموعه‌یی از برنامه‌های مدل‌سازی بسیار توانمند است که مبتنی بر روش اجراء محدود، قابلیت حل مسائل از یک تحلیل خطی ساده تا پیچیده‌ترین مدل‌سازی غیرخطی را دارد. این نرم‌افزار مجموعه‌ی المان‌های بسیار گسترده‌ی دارد که هر نوع هندسه‌یی را می‌توان توسط آن‌ها به صورت مجازی مدل کرد. همچنین دارای مدل‌های مواد مهندسی بسیار زیادی است که در مدل‌سازی انواع مواد با خواص و رفتار گوناگون نظیر فلزات، لاستیک‌ها، پلیمرها، کامپوزیت‌ها، بتن تقویت‌شده، فوم‌های فنری و نیز شکننده و همچنین مواد موجود در زمین نظیر خاک و سنگ، قابلیت بالایی را ممکن می‌سازد.^[۲۸، ۲۷]

نرم‌افزار ABAQUS قابلیت شبیه‌سازی آسیب با استفاده از هر کدام از سه مدل ترک برای المان بتن مسلح را فراهم می‌سازد:

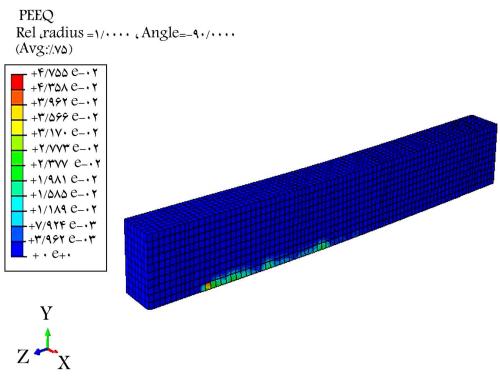
۱. مدل پخش ترک بتن؛

۲. مدل ترک ترد بتن؛

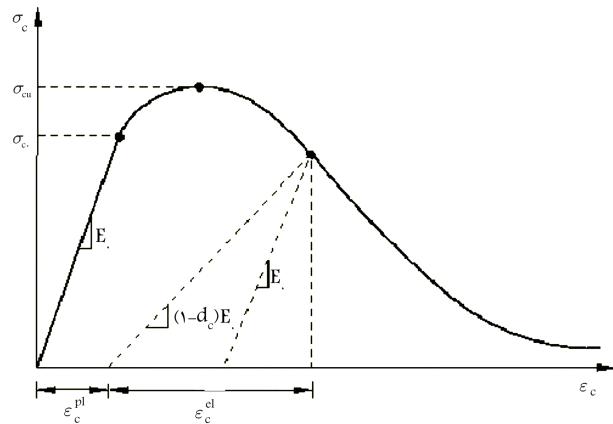
۳. مدل خمیری بتن آسیب دیده.

در روش سوم توانایی به نمایش گذاشتن رفتار غیرکشسان کامل بتن هم در کشش و هم در فشار شامل خصوصیات آسیب بتن وجود دارد. همچنین، این یگانه مدلی است که می‌تواند هم در ABAQUS/Standard و هم در ABAQUS/Explicit استفاده شود و بنابراین ما را قادر می‌سازد تا توانیم نتایج را میان این دو منتقل کنیم. بنابراین، توسعه‌ی یک مدل شبیه‌سازی آسیب مناسب با استفاده از این مدل می‌تواند برای آنالیز سازه‌های بتن مسلح تحت هر ترکیب با رگذاری شامل استاتیکی و دینامیکی مفید باشد.

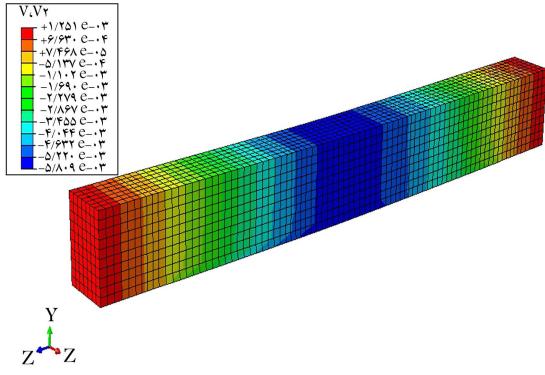
مدل خمیری آسیب دیده‌ی بتن فرض می‌کند که دو مکانیزم عدمه‌ی گسیختگی شامل: ترک کششی و خردشده‌ی فشاری وجود دارد.



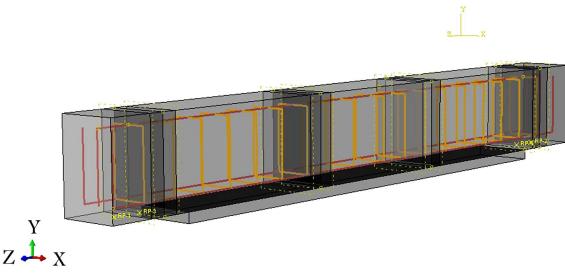
شکل ۱۸. کانتور کرنش خمیری معادل (PEEQ).



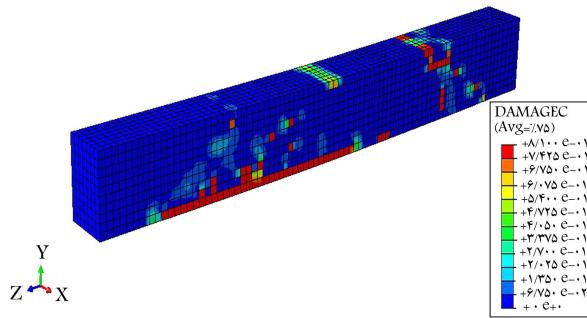
شکل ۱۶. نمودار تنش - کرنش بتن تحت فشار.



شکل ۱۹. کانتور جابجایی قائم (U2).



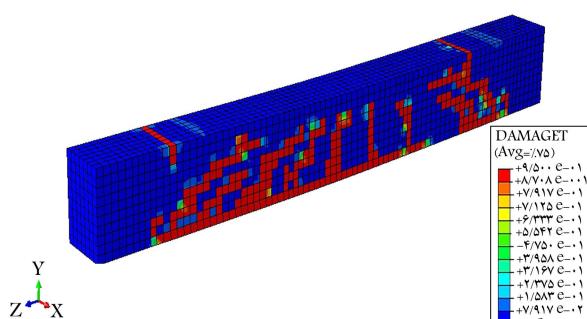
شکل ۱۷. نمای کلی مدل ساخته شده.



شکل ۲۰. نحوه ایجاد ترک ناشی از فشار.

جهت صحتسنجی نتایج، تیر مقاوم سازی شده با مقاومت ۱۵ مگاپاسکال در نرم افزار المان محدود ABAQUS مدل سازی شده است. همان طور که در شکل ۱۷ مشاهده می شود، مدل از بتن، آرماتور طولی و عرضی و FRP تشکیل شده است. نوع المان هر کدام از آنها به ترتیب عبارت اند از: C3DAR از خانواده المان Solid Beam از خانواده المان S4R از خانواده المان Shell. همچنین مشبندی انجام شده از نوع Structure است، که ابعاد المان ها به گونه‌ی تعیین شده است که هم نتایج دقیق خوبی داشته باشند و هم زمان مربوط به تحلیل در نرم افزار منطقی باشد که به این شرح هستند: بتن ۱۵^{۰/۰}، آرماتور طولی ۱۱^{۰/۰}، آرماتور عرضی ۱۱^{۰/۰}.

تحلیل مدل، دینامیکی و از نوع EXPLICIT است که گام‌های زمانی برای بازگذاری ۰.۰۵ ثانیه بوده است. در این مدل سازی آرماتور و صفحه‌ی FRP به بتن متصل شده اند و از اثر لغزش آرماتور صرف نظر شده است، چون مستله بسیار پیچیده و باعث دورماندن از موضوع مورد مطالعه می شد.



شکل ۲۱. نحوه ایجاد ترک ناشی از کشش.

۳.۶. نتایج حاصله

پس از تکمیل ساخت مدل و اعمال بار به آن، تحلیل را اجرا کردیم. همان طور که در شکل های ۱۸ الی ۲۱ ملاحظه می شود، رفتار تیر مدل شده در نرم افزار و همچنین نحوه ایجاد ترک و گسیختگی شباهت خوبی با نمونه‌ی آزمایشگاهی دارد. در شکل ۲۲ می توان تیر ساخته شده با مقاومت فشاری طراحی ۱۵ مگاپاسکال را مشاهده کرد. همچنین اگر بخواهیم نتایج بدست آمده از نرم افزار و آزمایشگاه را مقایسه کنیم، با نگاهی به جدول ۶ که مقادیر را به طور خلاصه در بر دارد، می توان گفت اختلاف موجود در حد خیلی کم و قابل قبول است.

مقاومت فشاری به طور کلی کاهش می‌یابد، ولی در تیرهای مقاوم سازی شده با افزایش مقاومت، روند آن از الگوی خاصی مطابقت نمی‌کند.

۳. با توجه به میزان تحمل بار و خیز به دست آمده در نمونه‌های با مقاومت مختلف، می‌توان گفت مقاومت فشاری بتن در عملکرد تیرهای بتقی مسلح نقش مهمی ایفا می‌کند.

۴. تیرهای با مقاومت فشاری بالاتر، شکل‌پذیری بیشتری دارند.

۵. با افزایش مقاومت فشاری بتن، مقاومت چسبندگی ورق FRP و بتن بستر بهبود می‌یابد.

۶. اگر مقاومت چسبندگی افزایش یابد، میزان تحمل بار افزایش می‌یابد.

۷. در صورتی که مقاومت فشاری بتن بستر افزایش یابد، می‌توان از ظرفیت بالقوه بیشتری که در ورق‌های FRP وجود دارد، بهره برد که نقش بهسازی در کاهش مصالح به کار رفته و در نتیجه هزینه‌های انجام مقاوم سازی دارد.

۸. در اجرای مقاوم سازی با استفاده از ورق‌های FRP، باید از اجرای صحیح این روش جهت حصول چسبندگی کافی که رابطه‌ی مستقیم با افزایش تحمل بار و به طور کلی بهبود عملکرد عضو مقاوم سازی شده دارد، اطمینان پیدا کرد.

۹. مقایسه‌ی صورت‌گرفته میان نتایج آزمایشگاهی و مدل سازی با نرم افزار حاکی از آن است که اختلاف میان این دو حدود $1/1\%$ است. که نتیجه‌ی قابل قبولی محسوب می‌شود و صحت نتایج به دست آمده از مدل سازی را به خوبی تأیید می‌کند.



شکل ۲۲. نحوه شکست تیر ۱۵-RB.

جدول ۶. مقایسه‌ی نتایج آزمایشگاهی و مدل سازی.

نوع نمونه (mm)	بیشینه‌ی بار تحمل شده (KN)	تغییر مکان آزمایشگاهی
۵,۷۵	۴۷	آزمایشگاهی
۵,۸۱	۴۷,۶	مدل سازی

۷. نتیجه‌گیری

- روند کلی نتایج نشان می‌دهد که با افزایش مقاومت فشاری بتن، میزان تحمل بار نهایی در تیرهای مقاوم سازی شده و مقاوم سازی نشده افزایش می‌یابد.
- در تیرهای مقاوم سازی نشده خیز اندازه‌گیری شده در وسط دهانه، با افزایش

منابع (References)

- ACI Committee 440, *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*, (ACI 440. 2R-08), American Concrete Institute, Framington Hills, Michigan, USA (2008).
- Alagusundaramoorthy, P., Harik, I. and Choo, C. "Flexural behavior of R/C beams strengthened with carbon fiber reinforced polymer sheets or fabric", *Journal of Composites for Construction*, **7**(4), pp. 292-301 (2003).
- Amer, M.I. and Mohammed, Sh.M. "Finite element modeling of reinforced concrete beams strengthened with FRP laminates", *European Journal of Scientific Research*, **30**(4), pp. 526-541 (2009).
- Adhikary, B.B., Mutsuyashi, H. and Ashraf, M. "Shear strengthening of reinforced concrete beams using fiber-reinforced polymer sheets with bonded anchorage", *ACI Structural Journal*, **101**(5), pp. 660-668 (2004).
- Jumatt, M.Z. and Alam, A. "Experimental and analytical investigation on the structural behaviour of steel plate and CFRP laminate flexurally strengthened concrete beams", *Journal of Applied Sciences*, **8**(23), pp. 4383-4389 (2008).
- Kachlakova, D. and McCurry, D.D. "Behavior of full-scale reinforced concrete beams retrofitted for shear and flexural with FRP laminates", *Composites, Part B*, **31**(6-7), pp. 445-452 (2000).
- Manuel, A.G.S. and Hugo, B. "Degradation of bond between FRP and RC beams", *Composite Structures*, **85**(2), pp. 164-174 (2008).
- Chajes, M.J., Thomson, T.A., Finch, W.W. and Januszka, T.F. "Flexural strengthening of concrete beams using externally bonded composite materials", *Construction and Building Materials*, **8**(3), pp. 191-201 (1994).
- Esfahani, M., Kianoush, M. and Tajari, A. "Flexural behaviour of reinforced concrete beams strengthened by CFRP sheets", *Engineering Structures*, **29**(10), pp. 2428-2444 (2007).
- Pham, H. and Al- Mahaidi, R. "Experimental investigation into flexural retrofitting of reinforced concrete bridge beams using FRP composites", *Composite Structures*, **66**(1-4), pp. 617-625 (2004).
- Camata, G., Spacone, E. and Zarnic, R. "Experimental and nonlinear finite element studies of RC beams strengthened with FRP plates", *Composites, Part B*, **38**(2), pp. 277-288 (2007).

12. Coronado, C.A. and Lopez, M.M. "Sensitivity analysis of reinforced concrete beams strengthened with FRP laminates", *Cement and Concrete Composites*, **28**(1), pp. 102-114 (2006).
 13. Ebead, U. and Marzouk, H. "Tension - stiffening model for FRP strengthened RC concrete two-way slab", *Materials and Structures*, **38**(2), pp. 193-200 (2004).
 14. Lundquist, J., Nordin, H., Täljsten, B. and Olafsson, T. "Numerical analysis of concrete beams strengthened with CFRP: a study of anchorage lengths", The International Symposium of Bond Behaviour of FRP in Structures, pp. 247-254 (2005).
 15. Pannirselvam, N., Raghunath, P. and Suguna, K. "Strength modeling of reinforced concrete beam with externally bonded fiber reinforcement polymer reinforcement", *American Journal of Engineering and Applied Science*, **1**(3), pp. 192-199 (2008).
 16. Obaidat, Y., Heyden, S. and Dahlblom, O. "The effect of CFRP and CFRP/concrete interface models when modeling retrofitted RC beams with FEM", *Composite Structures*, **92**(6), pp. 1391-1398 (2010).
 17. Martin, E., *Conserving Buildings*, A Manual of Techniques and Materials, New York, John Wiley & Sons, pp. 33-69 (1997).
 18. Busse, G. "Technology and concepts for the repair of concrete", *Epoxy Adhesives and Mortars*, Zurich, Switzerland, pp. 1-43 (2001).
 19. Naderi, M. "Using twist-off method for measuring surface strength of concretes cured under different environments", *Journal of Materials in Civil Engineering*, **23**(4), pp. 385-392 (2011).
 20. Naderi, M. "New twist-off method for the evaluation of In-situ strength of concrete", *Journal of Testing and Evaluation*, **35**(6), (2007).
 21. Naderi, M. "Assessing the in situ strength of concrete, using new twist-off method", *International Journal of Civil Engineering*, **4**(2), pp.146-155 (2006).
 22. Naderi, M. and Ghoddoosian, O. "Assessing the adhesion of self-compacting concrete and mortar applied to different concrete surfaces, using twist-off and friction-transfer methods, and It's estimation by fuzzy logic", *Journal of Civil Engineering*, **23**(1), pp. 97-110 (2012).
 23. Wiggenhauser, H. "Research in non-destructive testing in civil engineering", in: Uomoto, T. (Ed.); *Proceedings of Seiken Symposium No. 26 Non-Destructive Testing in Civil Engineering 2000 in Tokyo*, Japan, Amsterdam-Lausanne-New York-Oxford-Shannon-Singapore-Tokyo: Elsevier, pp. 23-39 (25-27 April 2000).
 24. Sansalone, M.J. and Streett, W.B., *Impact-Echo: Non-Destructive Evaluation of Concrete and Masonry*, Bullbrier Press, Ithaca, N.Y., pp. 1-340 (1997).
 25. Malhotra, V.M., *Testing Hardened Concrete: Non-Destructive Methods*, Iowa State University Press, 188 pages (2003).
 26. *Guidebook on Non-Destructive Testing of Concrete Structures*, Training Course Series, No.17, International Atomic Energy Agency, Vienna, pp. 1-78 and pp. 100-129 (2002).
 27. Wahalathantri, B.L., Thambiratnam, D.P., Chan, T.H.T. and Fawzia, S. "A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete elements using ABAQUS", Infrastructure, Transport and Urban Development, pp. 260-264 (2011).
 28. Nayal, R. and Rasheed, H.A. "Tension stiffening model for concrete beams reinforced with steel and FRP bars", *Journal of Materials in Civil Engineering*, **18**(6), pp. 831-841 (2006).