

ارائه‌ی روابطی جدید برای برآورد رفتار اندرکنش لرزه‌یی ردیف شمع شناور - شیب ماسه‌یی به کمک تبدیل تحلیلی منحنی‌های $M(z)$ و $p - y$

حسن شرفی* (استادیار)

یزدان شمس‌ملکی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی فنی و مهندسی عمران، دانشگاه رازی

مهندسی عمران شریف، تابستان ۱۳۹۸ (دوره‌ی ۲ - ۳۵، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۶۷-۵۱)

با توجه به تکرار بیش از حد تابع گاوسی شکل لنگر خمشی - عمق $(M(z) - z)$ ، در نتایج بسیاری از آزمایش‌های تجربی و مدل‌سازی‌های فیزیکی و عددی استاتیکی - لرزه‌یی، پیشنهاد روابطی جدید برای استفاده از موقعیت ذکر شده، مناسب به نظر می‌رسد. روابط جدید پلی میان مفهوم پرکاربرد منحنی‌های $p - y$ و تلاش‌های داخلی سازه‌یی شمع، به شکل لنگر خمشی $M(z)$ در طول آن ایجاد می‌کنند. در مطالعه‌ی حاضر، تابع لنگر خمشی در عمق، برای مسئله‌ی ردیف شمع‌های تحت بارگذاری جانبی زلزله‌ی حوزوی نزدیک در شیب خاکی ماسه‌یی خشک به کمک نتایج تحلیل‌های عددی سه‌بعدی و مدل‌های فیزیکی ارائه شده است. سپس در گام بعدی، مقادیر لنگر خمشی به کمک روابط جدید پیشنهادی به منحنی‌های $p - y$ متناظر تبدیل می‌شوند. از جمله‌ی مهم‌ترین قابلیت‌ها و مزیت‌های روابط پیشنهادی جدید، سازگاری در ایجاد آن‌ها برای انواع خاک‌های دیگر، همانند خاک‌های رسی (یعنی خاک‌های چسبنده) و خاک‌های مختلط چسبنده - دانه‌یی و نیز سنگ‌های ضعیف علاوه بر ماسه، سازگاری با نتایج آزمایش‌ها و مدل‌سازی‌های استاتیکی، سیکلی و لرزه‌یی و بی‌نیازی محاسبات از محاسبه‌ی ارتفاع سطح لغزنده‌ی ماسه در شیب ماسه‌یی و تحلیلی بودن کامل آن‌هاست. همچنین کلیه‌ی محاسبات ریاضی صورت گرفته، به شکل پارامتری است و به همین دلیل می‌توان با تغییر پارامترهای مشخص، هر نوع مسئله‌ی مشابهی را با روابط پیشنهادی کاملاً محاسبه کرد.

واژگان کلیدی: ردیف شمع، شیب ماسه‌یی، مدل‌سازی فیزیکی و عددی،

منحنی‌های $p - y$ ، منحنی‌های $M(z)$.

h_sharafi@razi.ac.ir
yazdan.12507@yahoo.com

۱. مقدمه

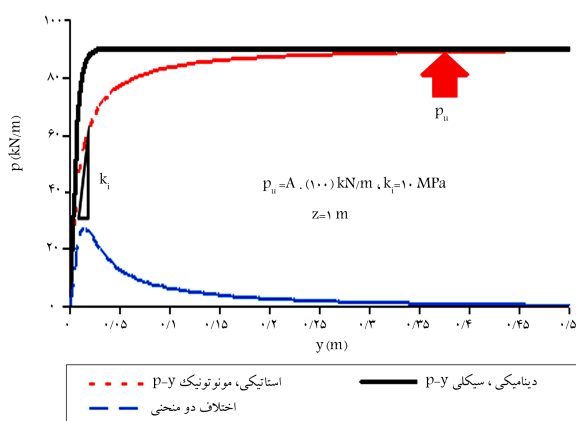
از طرفی دیگر، برای تحلیل و طراحی شمع‌های تحت بار جانبی، از جمله: بارهای ناشی از زلزله و حرکت جانبی خاک در شیب خاکی، راه‌حل‌های تحلیلی، ابعادی، عددی و آزمایشگاهی مختلفی پیشنهاد شده است،^[۱] که از جمله‌ی مهم‌ترین و پرکاربردترین آن‌ها، راه‌حل پیشنهادی منحنی‌های $p - y$ است.^[۱] منحنی‌های شناخته‌شده‌ی $p - y$ عموماً با استفاده از انتگرال‌گیری و مشتق‌گیری پی در پی،^[۱] و به کمک روش‌های برازش عددی، همانند روش Cubic Spline،^[۱۱] روش‌های تکرار عددی،^[۱۲] یا روش‌های برازش و رگرسیون منحنی‌های چند درجه‌یی،^[۱۳] از داده‌های لنگر خمشی حاصل از گنج‌های کرنش‌سنج نصب شده روی شمع‌ها در عمق به دست می‌آیند. برای مثال، در مطالعه‌یی در سال ۲۰۰۸،^[۱۴] که به بررسی آزمایشگاهی اثر شیب در منحنی‌های $p - y$ در ماسه پرداخته شده است، از روش

شالوده‌های شمعی از جمله‌ی پرکاربردترین شالوده‌ها در ساخت و سازه‌های عمرانی هستند. از شمع‌ها برای پایدارسازی شیب یا مناطق مجاور شیب‌ها در حالت‌های وجود بارهای دارای ماهیت استاتیکی و دینامیکی (لرزه‌یی) استفاده می‌شود.^[۱] روش‌های تحلیل استاتیکی یا لرزه‌یی شمع‌ها تحت بار جانبی درون یا مجاور شیب‌های خاکی (یا ماسه‌یی) عموماً شامل روش‌های مدل‌سازی عددی سه‌بعدی،^[۳،۲] تحلیل حدی دو یا سه بعدی کران بالا،^[۵،۴] اندرکنش شمع - خاک در شیب،^[۶] مدل‌سازی فیزیکی با سنتریفوژ،^[۸،۷] و یا روش بلوک لغزان نیومارک،^[۱۰،۹] هستند.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۲/۱۱، اصلاحیه ۱۳۹۶/۴/۱۷، پذیرش ۱۳۹۶/۵/۱۷.

DOI:10.24200/J30.2018.2170.2116



شکل ۱. نمونه‌ی منحنی‌های $p - y$ استاتیکی، مونتونیک و سیکلی تانژانت، که برای شرایط خاص مسئله‌ی شیب در نوشتار حاضر اصلاح شده‌اند. [۲۵ و ۱۴]

جانبی شمع در محل فصل مشترک، و $f(mz + n)$ تابع تغییرشکل جانبی شمع حاصل از تحلیل‌های عددی با فرض رفتار مکانیکی ارتجاعی برای شمع است. همچنین $M(z)$ توزیع لنگر خمشی در عمق برای شمع و $p(z)$ فشار یا عکس‌العمل جانبی خاک در واحد طول شمع با عمق برای خاک است. معادله‌ی $p - y$ هذلولی کسری استاتیکی (بارگذاری مونتونیک) به صورت رابطه‌ی ۶ در مراجع مختلف ارائه شده است: [۱۴]

$$p(z) = \frac{y(z)}{(\frac{1}{K_i}) + y(z)/p_u(z)} \quad (6)$$

باید توجه داشت که در تمامی محاسبات پژوهش حاضر، از آنجا که مقدار نهایی p که برابر p_u فرض شده است، علی‌رغم تابع عمق بودن، در هر منحنی $p - y$ برای هر عمق دلخواه، یک عدد ثابت است (شیب بخش افقی انتهایی منحنی‌های $p - y$ مطابق شکل ۱)، در کلیه‌ی محاسبات پژوهش حاضر به شکل یک ثابت خارجی در معادلات $p - y$ در نظر گرفته شده است. یعنی پارامتر مهم ذکر شده در روندهای انتگرال‌گیری و مشتق‌گیری وارد نمی‌شود. در واقع روابط حاصل شده با فرض متغیر بودن دو عامل اصلی p و y با عمق محاسبه شده‌اند و مقدار p_u نیز شکلی از عامل p است و نیاز به در نظر گرفتن آن به شکل یک پارامتر مجزا نیست.

۳. ویژگی‌های اصلی یک برازش مناسب جهت استخراج

منحنی‌های لنگر خمشی $M(z)$ و $p - y$

چنانچه در بخش مقدمه ذکر شد، تاکنون برای نمونه به روش‌های تکراری عددی (روش تفاضل محدود)، [۱۲] و به کمک برازش منحنی (رگرسیون) و درون‌یابی، [۱۱] یا فقط برازش منحنی، [۱۳] تلاش‌هایی جهت استخراج مؤلفه‌های فشار خاک در واحد طول شمع $p(z)$ و تغییرشکل جانبی نسبی شمع - خاک $y(z)$ که البته مقادیر آن بیشتر متأثر از سختی بالای شمع است، صورت گرفته است. ویژگی‌ها و شرایط اصلی، جهت برازش منحنی‌های لنگر خمشی $M(z)$ باید منطبق بر این معیارهای کلی باشند:

۱. شرایط مرزی مسئله در نقاط اصلی نوک - شمع^۱ و سر - شمع^۲ به خوبی شناخته شوند و در روند محاسبه‌ی ثابت‌های انتگرال‌گیری پی در پی استفاده شوند.

برازش عددی و برازش تابع چندجمله‌ای درجه سوم بر منحنی‌های لنگر خمشی استفاده شده است و مشکل عمده‌ی پژوهش مذکور این است که با ۲ بار مشتق‌گیری از معادله‌ی لنگر خمشی درجه سوم، تابع فشار خاک p به شکل تابعی خطی به دست می‌آید که با طبیعت غیرخطی پاسخ‌های خاک در عمق و در طول شمع کاملاً در تناقض است. مطابق مطالعات گسترده‌ی نویسندگان نوشتار حاضر، معادله‌ی لنگر خمشی با عمق در بیشتر موارد و بارگذاری‌ها و انواع خاک‌های مختلف، به شکل «یک زنگوله یا تابع گاوسی شکل» است، [۱] که تا به حال در نوشتار یا پژوهشی جامع به شکل پرتکرار تابع مذکور، توجهی نشده و مغفول مانده است. شکل تکراری زنگوله یا تابع گاوسی شکل می‌تواند راه‌گشای محاسبه‌های گسترده‌ی در زمینه‌ی تحلیل و طراحی شمع‌های تحت بار جانبی، به ویژه بارگذاری‌ها با ماهیت پیچیده‌ی، همانند بارگذاری لرزه‌ی زلزله بر ردیف شمع در شیب‌های خاکی ماسه‌ی خشک باشد.

نوآوری نوشتار حاضر، توجه به جمع‌بندی نتایج مطالعات پیشین برای ارائه‌ی یک الگوی کارآمد کلی جهت محاسبات تبدیلی تحلیلی منحنی‌های لنگر خمشی $M(z)$ و منحنی‌های $p - y$ برای انواع شرایط مختلف، به ویژه شرایط خاص مسئله‌ی مورد بررسی در مطالعه‌ی حاضر، یعنی تحلیل دینامیکی - لرزه‌ی ردیف شمع شناور درون شیب ماسه‌ی خشک تحت اثر بارگذاری لرزه‌ی در جهت مختلف مدل شیب، به کمک مدل‌سازی‌های فیزیکی سنتریفیوژ کوچک مقیاس است. [۷] نوشتار حاضر در واقع نتایج مطالعات پیشین، [۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۵-۱۹] در خصوص موضوع بارگذاری شمع‌ها تحت بارهای جانبی را جمع‌بندی و نتیجه‌ی کلی و هدفمند را ارائه کرده است. در نوشتار حاضر، از آنجا که به علت سقف محدود صفحات نوشتار، تمامی مراجع تأییدکننده‌ی موضوع در دست بررسی نوشتار حاضر (منحنی‌های لنگر خمشی گاوسی شکل) بررسی نشده و فقط تعداد محدودی از مراجع جهت اثبات کلیات موضوع مطالعه شده‌اند؛ لذا می‌توان تکرار الگوی مشخص مذکور را در کتب و نوشتارهای مرجع معتبر دیگری، [۲۳] که به بررسی موضوعات مشابه پرداخته‌اند، مشاهده کرد.

۲. معرفی روابط اصلی منحنی‌های $p - y$ و $M(z)$

ذکر این نکته ضروری است که در تمامی نوشتار حاضر، هدف از انتگرال‌گیری از توابع به شکل انتگرال‌گیری پی در پی (۲ بار انتگرال‌گیری)، حذف مشتق‌های موجود برای رسیدن به توابع اصلی بوده است و انتگرال‌های مطالعه‌ی حاضر از نوع انتگرال‌های معین در دامنه‌ی مشخص نیستند؛ در واقع اساس انتگرال‌گیری، برقراری فرایند «ضدمشتق» برای رسیدن به تابع اصلی با اعمال شرایط مرزی برای پیدا کردن ثابت‌های هر مرحله از انتگرال‌گیری‌هاست. [۱] بر این اساس روابط کلی مورد استفاده به صورت روابط ۱ الی ۵ هستند: [۱]

$$y = y_s - y_p \quad (1)$$

$$y_p = f(mz + n) \quad (2)$$

$$y = y(z) = \iint \frac{M(z)}{E_p I_p} dz \quad (3)$$

$$p = p(z) = \frac{d^2 M(z)}{dz^2} \quad (4)$$

$$\Rightarrow M(z) = \iint p(z) dz = \alpha e^{c \cdot (az+b)^2} \quad (5)$$

که در آن y_s ، تغییرشکل جانبی خاک در فصل مشترک شمع - خاک، y_p تغییرشکل

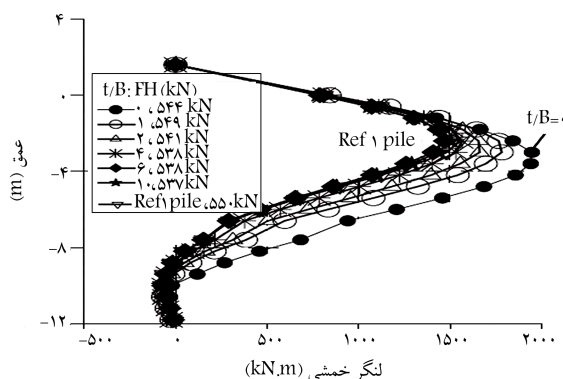
۱.۳. تعمیم مسئله‌ی منحنی لنگر خمشی گاوسی به کمک بررسی موارد مطالعاتی متعدد پیشین

در بخش کنونی، جهت حفظ استاندارد به مراجع مختلف و رعایت امانت، اصل نمودارهای لنگر خمشی در هر مرجع با اصلاحاتی جزئی جهت همسان شدن با قالب کلی نوشتار حاضر ارائه شده است. چنانچه مشاهده می‌شود، وجود منحنی‌های توزیع «لنگر خمشی گاوسی شکل» در کلیه شرایط خاک‌های ماسه‌یی (دانه‌یی)، خاک‌های رسی (چسبنده)، خاک‌های لایه‌یی، شمع‌های مجاور شیب، شمع درون شیب، شمع درون زمین مسطح (بدون شیب)، شمع‌های مجاور گودبرداری و حفاری‌ها، [۲۳] بارگذاری‌های استاتیکی (مونوتونیک)، دینامیکی (سیکلی/لرزه‌یی) قابل مشاهده و تفکیک است. برای مثال در شکل ۲، منحنی‌های لنگر خمشی در مدل آزمایشگاهی شیب ماسه‌یی و زمین مسطح ماسه‌یی، [۱۵] مشاهده می‌شود. در شکل ۳، بخش‌های آالی ج، منحنی‌های لنگر برای مدل فیزیکی کوچک مقیاس شیب ماسه‌یی برای زوایای شیب و چگالی‌های نسبی مختلف، [۱۳] و در شکل ۴، منحنی‌های لنگر خمشی تک شمع برای شیب ماسه‌یی در مدل کوچک مقیاس شیب ۳۰ درجه‌ی ماسه‌یی، [۱۶] ارائه شده است.

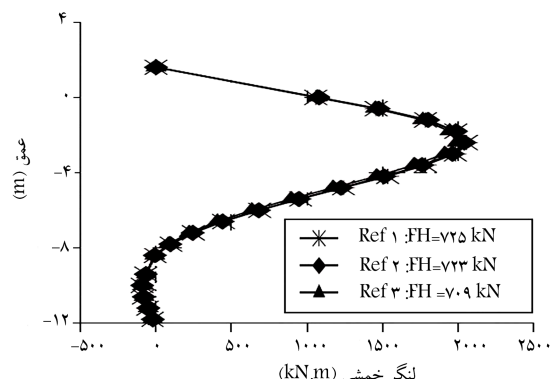
۲. تعداد ثابت‌های منحنی‌های بارزش داده شده، تا حد ممکن کم باشند ۲ تا ۳ ثابت) و معادله‌ی بارزش، معادله‌ی کوتاه، ساده و قابل تکرار و توسعه در موارد و حالت‌های بارگذاری مشابه با جملات تحلیلی ریاضی کم‌تعداد (یک یا دو جمله) باشد.

۳. کیفیت بارزش به کمک پارامترهای کیفیت بارزش و رگرسیون غیرخطی همانند ضریب تعیین R^2 و دیگر پارامترهای برآورد خطای رگرسیون - بارزش به خوبی کنترل شود.

۴. رفتار غیرخطی خاک در پاسخ به بارگذاری‌های جانبی استاتیکی (مونوتونیک) و دینامیکی سیکلی (همانند زلزله و ...) در مقادیر محاسبه‌شده‌ی $p(z)$ و $y(z)$ منعکس شود. در واقع، منحنی‌های حاصل برای p و y در عمق خاک و در طول شمع خطی نباشند. مطابق تمامی ویژگی‌های ذکر شده، تابع لنگر خمشی در هر یک از شمع‌های در ردیف شمع مستقر در میانه‌ی شیب ماسه‌یی خشک به شکل رابطه‌ی ۷ در ادامه (در بخش ۵) ارائه و محاسبه شده است.

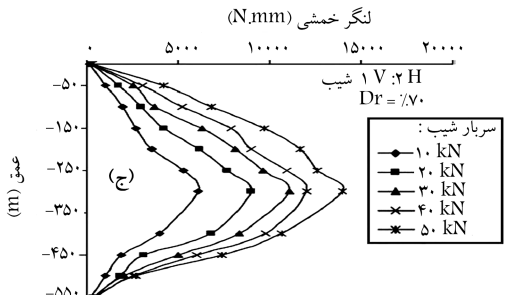
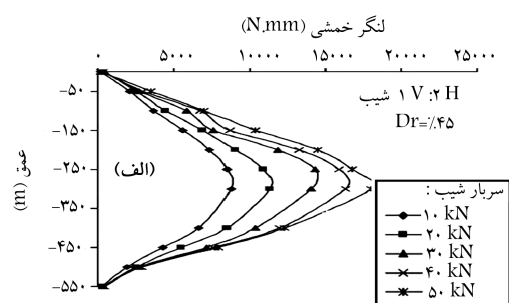
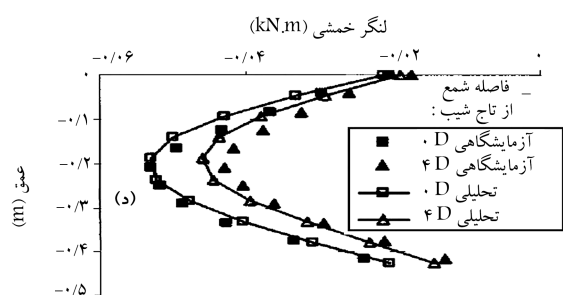
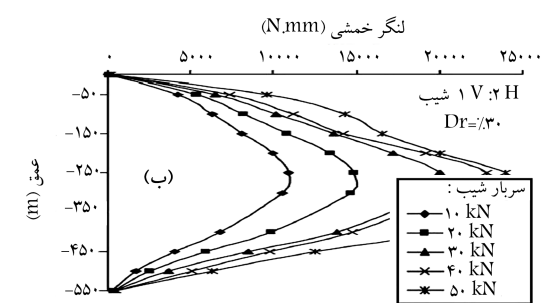


ب) شیب ۲ به ۱ و فواصل مجاورت مختلف t/B از تاج شیب.

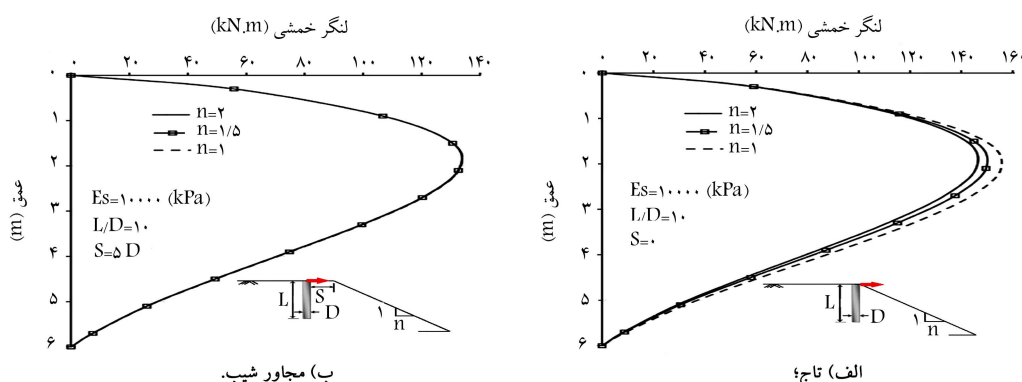


الف) آزمایش مرجع (زمین افقی / بدون شیب)؛

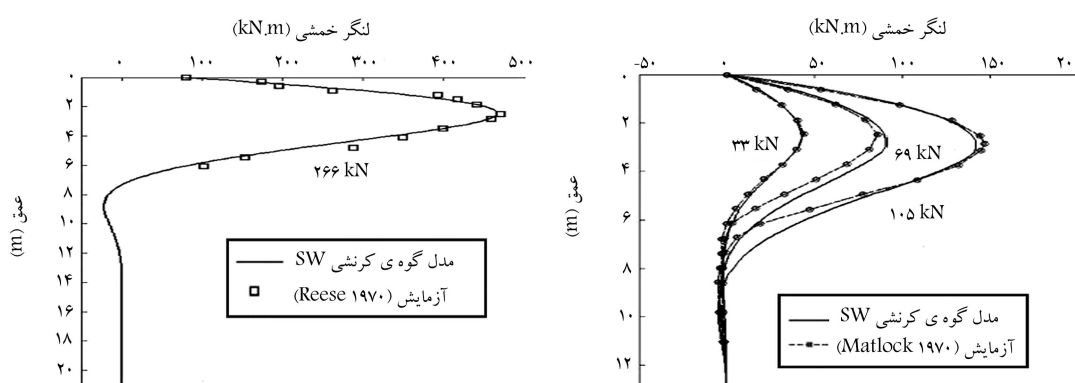
شکل ۲. منحنی لنگر خمشی گاوسی شکل برای شمع در مدل زمین مسطح و مجاور شیب ماسه‌یی در مطالعات مرجع. [۱۵]



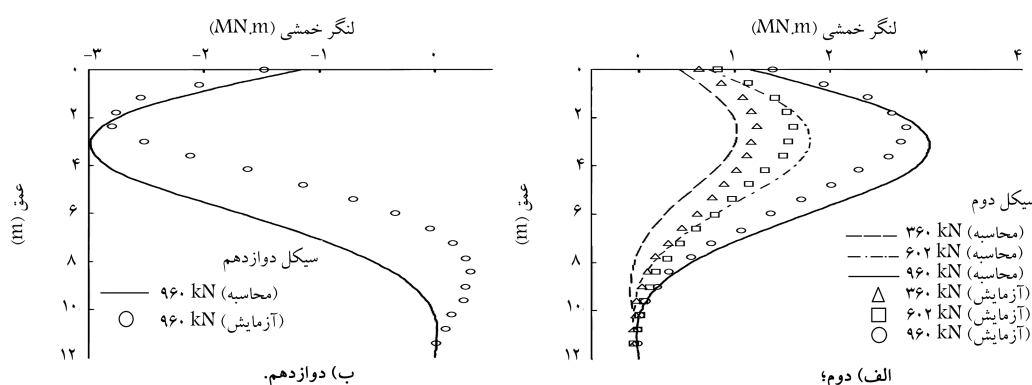
شکل ۳. توزیع گاوسی لنگرهای خمشی در آزمایش‌های بارگذاری شمع در شیب ماسه‌یی. [۱۳ و ۱۶]



شکل ۴. لنگر خمشی گاوسی شکل در آزمایش بارگذاری شمع در شیب ماسه‌یی تحت مطالعه‌ی مرجع. [۱۷]



شکل ۵. لنگر خمشی گاوسی شکل از آزمایش‌ها و مدل‌سازی گوهی کرنشی حاصل مندرج در (راست) رس نرم و (چپ) ماسه در مطالعات مرجع. [۱۸]



شکل ۶. توزیع گاوسی لنگرهای خمشی در آزمایش‌های بارگذاری سیکلی در خاک ماسه‌یی مندرج در مرجع. [۱۸]

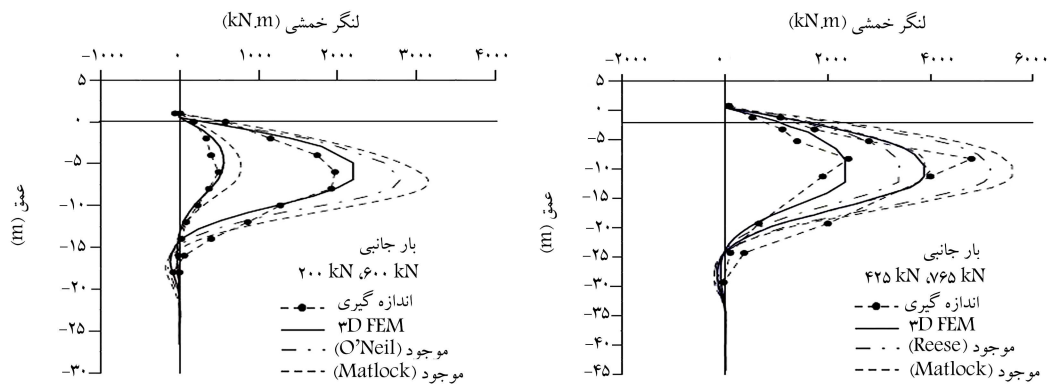
شده است. [۲۳] مطابق نمونه‌های منحنی‌های توزیع لنگرخمشی در عمق $M(z)$ ، در بخش حاضر (بخش ۱.۳)، تمامی منحنی‌های ذکر شده، گاوسی‌شکل هستند و منطق محاسباتی - تحلیلی نوشتار حاضر را کاملاً توجیه می‌کنند.

۴. معرفی کلی مدل عددی سه بعدی ردیف شمع - شیب

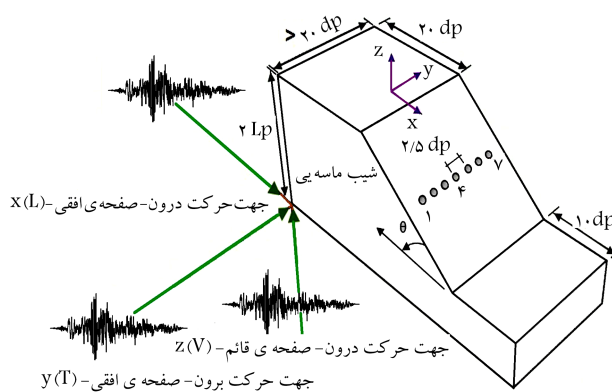
ماسه‌یی موردبررسی در مطالعه‌ی حاضر

همان‌طور که در بخش مقدمه نیز ذکر شد، هدف نوشتار حاضر، بررسی تحلیلی - عددی - فیزیکی مسئله‌ی ردیف شمع‌های شناور درون شیب خاکی ماسه‌یی به کمک

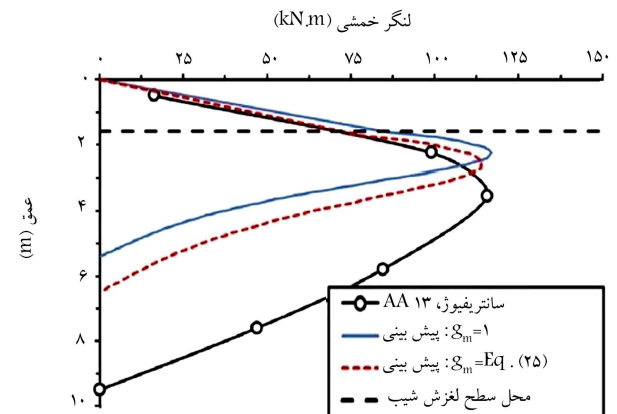
به‌علاوه در شکل ۴، توزیع عمقی لنگر خمشی برای شمع مجاور شیب ماسه‌یی و در شکل ۵، لنگر خمشی گاوسی‌شکل از آزمایش‌ها و مدل‌سازی مفهوم گوهی کرنشی در خاک رس نرم و خاک ماسه‌یی در مطالعات مندرج در مرجع [۱۷] مشاهده می‌شود. در شکل ۶، توزیع گاوسی لنگرهای خمشی در آزمایش‌های بارگذاری سیکلی در سیکل دوم و دوازدهم در خاک ماسه‌یی مندرج در مرجع [۱۸] و در شکل ۷، توزیع گاوسی لنگرهای خمشی در آزمایش‌های بارگذاری جانبی شمع بزرگ‌مقیاس در زمین سطح رسی لایه‌یی برای بارهای جانبی مختلف در مرجع [۱۹] مشاهده می‌شود. در شکل ۸، توزیع عمقی لنگر خمشی در یکی از شمع‌های ردیف شمع، در میانه‌ی شیب ماسه‌یی خشک تحت بار زلزله در مرجع [۱۹] مشاهده می‌شود. در شکل ۹، توزیع گاوسی‌شکل، توابع لنگر خمشی در شمع شناور مجاور حفاری مرحله‌یی در خاک ماسه‌یی نشان داده



شکل ۷. توزیع گاوسی لنگرهای خمشی در آزمایش های بارگذاری جانبی شمع در زمین مسطح رسی لایه یی، برای بارهای جانبی مختلف در مرجع [۱۹]

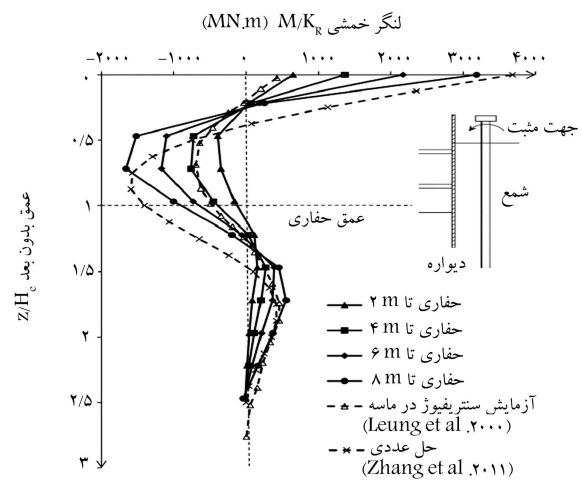


شکل ۸. مسئله ی ردیف شمع شناور - شیب ماسه یی خشک تحت بارگذاری ترکیب های مختلف رکورد های زلزله های حوزه ی نزدیک (d_p قطر شمع).



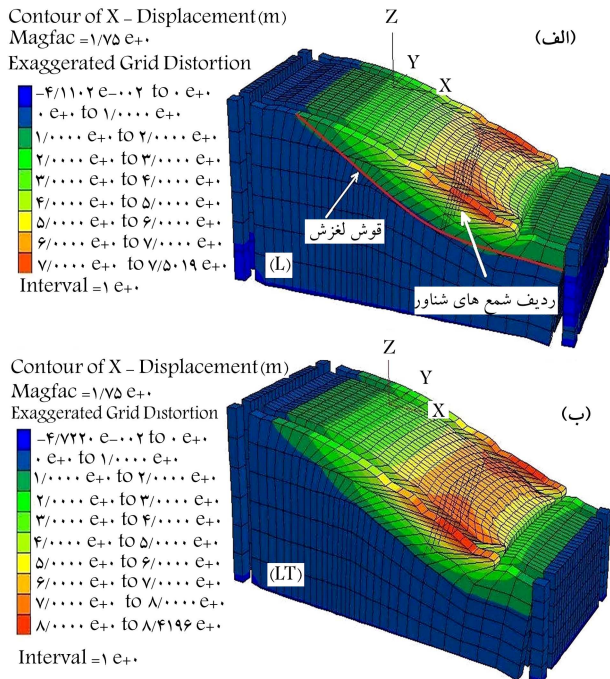
شکل ۹. منحنی های لنگر خمشی گاوسی حاصل از مدل سازی فیزیکی و روابط تحلیلی در مسئله ی ردیف شمع - شیب ماسه یی خشک تحت بار زلزله [۱۹]

فاصله ی مرکز به مرکز شمع ها $2/5 d_p$ برابر قطر آن ها (جهت امکان بروز فوس زدگی در خاک)، زاویه ی اصطکاک خاک 30° درجه، مدول ارتجاعی آن $5 MPa$ ، نسبت پواسون ماسه $0/3$ ، رفتار خاک ارتجاعی - خمیری کامل با مدل موهر - کولمب و جریان مصالح ناهمراه و رفتار مصالح شمع ها در محدوده ی ارتجاعی - خطی است. از آنجا که فشار آب حفره یی در خاک وجود ندارد (خاک ماسه یی خشک است) و اضافه فشارهای آب حفره یی در اثر ایجاد کرنش های دینامیکی به وقوع نمی پیوندد، استفاده از مدل های رفتاری پیچیده برای بیان رفتار تنش - کرنش ماسه (به شکل اتساع و انقباض) ضرورتی ندارد و مدل های ساده همانند مدل موهر - کولمب نیز در فاز پیش تحلیل استاتیکی کفایت می کنند. از طرفی، در روش های تحلیل حدی حل مسئله ی حاضر (ردیف شمع درون شیب)، از حالت قانون جریان همراه (سازگار) برای مصالح استفاده شده است،^[۲۱] که در پژوهش حاضر نقطه ی مقابل آن و جریان ناهمراه مدنظر قرار گرفته است. همچنین به علت فرض اینکه مصالح خاکی قبل از مصالح شمع وارد محدوده ی رفتار غیرخطی و خمیری می شوند (به دلیل اختلاف زیاد در سختی دو نوع مصالح ذکر شده)، همانند مطالعات عددی قبلی، رفتار مکانیکی شمع ها از نوع ارتجاعی - خطی فرض شده است. به هر حال، با توجه به زاویه ی اصطکاک داخلی خاک و زاویه ی شیب نسبت به سطح افق که هر دو 30° درجه انتخاب شده اند، شیب در حالت استاتیکی در آستانه ی لغزش - پایداری، ضریب اطمینان پایداری کمیته معادل ۱ است. در واقع شیب در حالت استاتیکی پایدار و در حالت بارگذاری لرزه یی به یقین با توجه به انتخاب کمیته ی ضریب اطمینان، ناپایدار خواهد شد.



شکل ۱۰. منحنی های لنگر خمشی گاوسی حاصل از مدل سازی سنتریفیوژ و حل عددی در مسئله ی شمع شناور مجاور گودبرداری در خاک ماسه یی. [۲۳]

مطالعه ی منحنی های لنگر خمشی ($M(z)$ و منحنی های پرکاربرد $p - y$ است. مدل کلی مسئله ی مورد نظر در شکل ۱۰ ارائه شده است. چنانچه در شکل مذکور مشاهده می شود، هدف بررسی اثر جهت های بارگذاری لرزه یی در رفتار سازه یی (لنگر خمشی M) و ژئوتکنیکی (منحنی های $p - y$) ردیف شمع نصب شده ی بتنی مدل عددی بزرگ مقیاس به قطر ۱ متر و طول ۱۰ متر در شیب 30° درجه است.



شکل ۱۳. نمایش تغییر مکان افقی کرنش بزرگ در مدل عددی سه بعدی شیب تحت دو ترکیب بار زلزله‌ی طبس (شمع‌ها به شکل خط چین هستند).

حوزه‌ی نزدیک طبس، در منطق مدل‌سازی کرنش بزرگ در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود. در شکل مذکور، قوس‌زدگی خاک^۳ در بین و پشت شمع‌ها مشهود است که به عنوان پدیده‌ی مثبت در پایداری لرزه‌ی شیب ماسه‌ی مدنظر قرار می‌گیرد که نقطه‌ی مقابل جریان یافتن^۴ مصالح از بین شمع‌هاست (پدیده‌ی مخرب).

۵. محاسبه‌ی $M(z)$ ، $V(z)$ و $p(z)$ از تابع لنگر خمشی گاوسی شکل برآزش یافته

تابع توزیع لنگر خمشی با عمق $M(z)$ ، در تمام نوشتار حاضر مطابق معادله‌ی گاوسی مندرج در رابطه‌ی ۷ ارائه شده است. از خصوصیات اصلی تابع گاوسی، نمای e (یعنی ضریب c در رابطه‌ی ۷) همواره معادل (-1) است که در حالت کلی معادله‌ی مذکور و مشتقات مرتبه‌ی اول (نیروی برشی) و مرتبه‌ی دوم (فشار خاک در واحد طول شمع) به صورت روابط ۸ و ۹ ارائه می‌شوند:

$$M(z) = \alpha \cdot e^{c(az+b)^T} \quad (7)$$

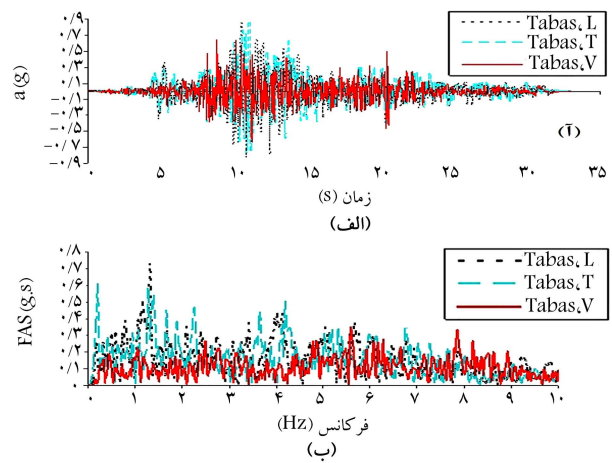
$$V(z) = \frac{dM(z)}{dz} = \alpha \cdot \underbrace{2ac(az+b)}_{S.F.} \underbrace{e^{c(az+b)^T}}_{M(z)} =$$

$$\Rightarrow V(z) = M(z) \cdot (S.F.) \quad (8)$$

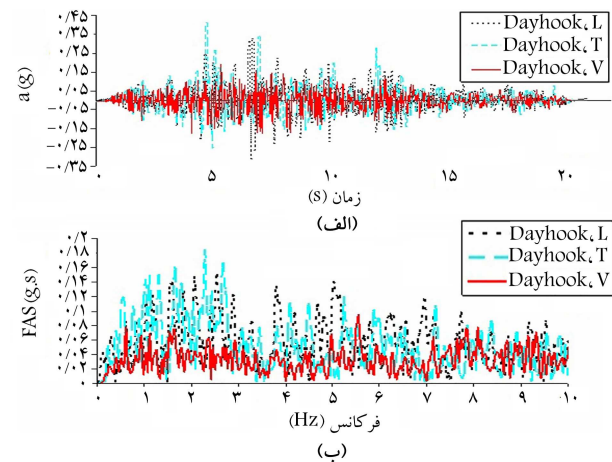
$$p(z) = \frac{d^2M}{dz^2}$$

$$= \alpha \cdot \left(2ca^T e^{c(az+b)^T} + 2ca(az+b) e^{c(az+b)^T} \times (2ca(az+b)) \right)$$

$$p(z) = \underbrace{\alpha \cdot e^{c(az+b)^T}}_{M(z)} \underbrace{(2ca^T + 2ca^T(az+b)^T)}_{p.F.}$$



شکل ۱۱. نمایش توزیع مؤلفه‌های افقی طولی (L)، عرضی (T) و قائم (V) زلزله‌ی طبس.



شکل ۱۲. نمایش توزیع مؤلفه‌های افقی طولی (L)، عرضی (T) و قائم (V) زلزله‌ی دیهوک.

مدل‌سازی عددی سه بعدی به کمک روش تفاضل محدود سه بعدی صریح انجام شده است. مدل‌سازی عددی مسئله، شامل دو مرحله‌ی پیش تحلیل استاتیکی با شرایط مرزی غلطکی در جوانب مدل و گیردار در کف مدل و تحلیل نهایی دینامیکی با شرایط مرزی ساکن در مرزهای جانبی مدل و مرزهای میدان آزاد در پیرامون کل مدل سه بعدی است. جهت بارگذاری زلزله از رکوردهای افقی طولی و عرضی و قائم شتاب حوزه‌ی نزدیک زلزله‌های طبس در ایستگاه طبس (زلزله‌ی طبس) و رکورد زلزله‌ی طبس در ایستگاه دیهوک (زلزله‌ی دیهوک) استفاده شده است، که نمایش توزیع زمانی و بسامدی آن‌ها به ترتیب در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مشاهده می‌شود. برحسب امکان بارگذاری در سه جهت محورهای مختصات سه بعدی، ترکیب محتمل LT, LTV, LV, T, TV, V جهت بارگذاری و استخراج خروجی‌های لنگر خمشی شمع‌ها در نظر گرفته شده‌اند برای مثال، ترکیب بار لرزه‌ی LTV بدین معناست که مؤلفه‌های L و T هر زلزله هم‌زمان با هم به ترتیب در ۳ راستای مختصات (x, y, z) مدل سه بعدی اعمال شده‌اند.

نمونه‌ی از خروجی‌های تغییر مکان افقی شیب ماسه‌ی تحت دو ترکیب بار افقی طولی L و اثر هم‌زمان مؤلفه‌های افقی طولی و عرضی LT زلزله‌ی

پس مطابق نتیجه‌ی نهایی رابطه‌ی ۱۹، صحت محاسبات صورت گرفته مورد تأیید است چرا که مجدداً با استفاده از فرایند معکوس، تابع لنگر خمشی به شکل تابع گاوسی اولیه حاصل شد.

۲.۵. محاسبه‌ی تغییرشکل جانبی نسبی شمع - خاک $y(z)$ از

انتگرال‌گیری تابع لنگر خمشی گاوسی برازش یافته

مطابق روابط مطرح شده‌ی پیشین (روابط ۱ الی ۳)، تغییرشکل نسبی جانبی شمع - خاک $y(z)$ از رابطه‌های ۱۸ الی ۲۱ به دست می‌آید:

$$y(z) = \iint \frac{M(z)}{E_p I_p} dz = \int \left(\int \frac{(\alpha \cdot e^{-(az+b)^2}}{E_p I_p} \cdot dz \right) \cdot dz \quad (18)$$

$$\frac{dy(z)}{dz} = \frac{\alpha}{E_p I_p} \cdot \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(az+b)}{2a} \right) + c_1 \quad (19)$$

$$y(z) = \frac{\alpha}{E_p I_p} \int \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(az+b)}{2a} + c_1 \right) \cdot dz \quad (20)$$

$$y(z) = \frac{\alpha}{E_p I_p} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2a} \left(\frac{(az+b) \operatorname{erf}(az+b)}{a} + \frac{e^{-(az+b)^2}}{a\sqrt{\pi}} \right) + c_1 z + c_2 \right) \quad (21)$$

در تمامی روابط اخیر، $\operatorname{erf}(u)$ برابر تابع خطای گاوسی است که تابعی فرد است (نسبت به مبدأ مختصات تقارن دارد) و در ریاضیات، تابع خطای گاوسی و متمم آن طبق رابطه‌های ۲۲ و ۲۳ تعریف می‌شوند:

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-u}^u e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt \quad (22)$$

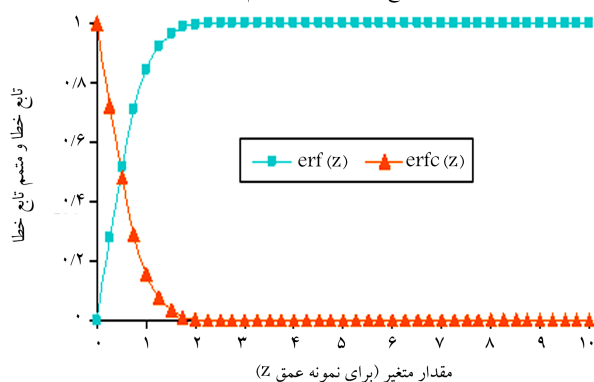
$$\operatorname{erfc}(u) = 1 - \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-u}^u e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt \right) \quad (23)$$

تابع خطا در ریاضیات، تابعی غیراصلی (به علت نداشتن ضابطه‌ی صریح) است و نمایش تابع خطا و متمم آن مطابق شکل ۱۴ است.

۱.۲.۵ محاسبه‌ی ثابت‌های انتگرال‌گیری c_1 و c_2 برای تابع هذلولی کسری در بارگذاری استاتیکی مونوتونیک

برای پیدا کردن ثابت‌های c_1 و c_2 نیاز به شرایط مرزی خاصی در مسئله است که فقط از طریق مرتبط کردن تابع $y-p$ هذلولی کسری (استاتیکی/مونوتونیک) موجود

نمودار تابع خطای گاوسی و متمم آن



شکل ۱۴. توزیع تابع خطا و متمم آن بر حسب متغیر مورد بررسی.

$$\Rightarrow p(z) = M(z) \cdot (p.F.) = \quad (9)$$

که در آنها، مطابق تعاریف قراردادی پارامترهای α ، c و a ثابت‌های برازش تابع لنگر خمشی گاوسی شکل $M(z)$ ، نیروی برشی در طول شمع، $p(z)$ فشار یا عکس‌العمل خاک در واحد طول شمع $S.F.$ ضریب برش $p.F.$ ضریب فشار خاک و z عمق از سطح زمین (مسطح یا شیب‌دار) است همچنین تعاریف فعلی از پارامترهای مذکور، در تمام متن نوشتار حاضر همواره برقرار هستند.

۱.۵ محاسبه‌ی dM/dz و $M(z)$ از تابع $p(z)$ حاصل از تابع

لنگر خمشی $M(z)$ برازش یافته‌ی گاوسی (کنترل)

جهت کنترل صحت روابط پیشین، می‌توان مجدداً تابع لنگر خمشی در عمق $M(z)$ را بر حسب ۲ بار انتگرال‌گیری از تابع عکس‌العمل (فشار جانبی خاک) در عمق، یعنی تابع $p(z)$ را به کمک رابطه‌ی ۹ در شرح روابط ۱۰ الی ۱۲ به دست آورد:

$$M(z) = \iint p(z) dz = \int \left(\int p dz \right) dz + c'_1 \quad (10)$$

$$\Rightarrow M(z) = \iint \alpha \cdot e^{-(az+b)^2} (-2a^2 + 4a^2(az+b)^2) dz \quad (11)$$

$$\Rightarrow \frac{dM(z)}{dz} = (-\alpha \cdot 2a^2) \times \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(az+b)}{2a} \right) + 4\alpha a^2 \times \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(az+b)}{4a} - \frac{(az+b)e^{-(az+b)^2}}{2a} \right) + c'_1 \quad (12)$$

پس از محاسبه‌ی انتگرال بار دوم، برای به دست آوردن $M(z)$ باید ثابت‌های انتگرال‌گیری c'_1 و c'_2 را به کمک شرایط مرزی مسئله به دست آورد. روند محاسبات مذکور به شکل روابط ۱۳ و ۱۴ است:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{dM(z=0)}{dz} &= (-\alpha \cdot 2a^2) \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(b)}{2a} \right) + 4\alpha a^2 \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(b)}{4a} - \frac{(b)e^{-(b)^2}}{2a} \right) + c'_1 \\ &= (-\alpha \cdot 2a) \cdot (a(z=0) + b) e^{-(a(z=0)+b)^2} \\ &= -\alpha \cdot 2a(b) e^{-(b)^2} \end{aligned} \quad (13)$$

$$c'_1 = (-\alpha \cdot 2a(b) e^{-(b)^2}) + (4\alpha a^2) \left(\frac{be^{-(b)^2}}{2a} \right) = 0 \quad (14)$$

و ثابت c'_2 براساس شرط لنگر برابر $M(z=0) = \alpha e^{-b^2}$ برابر در عمق صفر (یعنی درست در سطح زمین) مطابق روابط ۱۵ الی ۱۷ است:

$$\begin{aligned} M(z) &= \int \left((-\alpha \cdot 2a^2) \times \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(az+b)}{2a} \right) + 4\alpha a^2 \times \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(az+b)}{4a} - \frac{(az+b)e^{-(az+b)^2}}{2a} \right) \right) dz \\ &= -2\alpha a(az+b) e^{-(az+b)^2} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Rightarrow M(z) = \int (-2\alpha a(az+b) e^{-(az+b)^2}) dz \quad (16)$$

$$\Rightarrow M(z) = \alpha e^{-(az+b)^2} + c'_2 \Rightarrow c'_2 = 0 \quad (17)$$

به مقادیر p و y قابل محاسبه هستند (روابط ۲۴ الی ۲۶):

$$p(z) = \frac{y(z)}{(\sqrt{K_i}) + y(z)/p_u(z)} \quad (24)$$

$$\frac{dp}{dz} = \frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dz} \quad (25)$$

$$\frac{dp}{dz} = \alpha e^{c(a z + b)^2} \left[(-2a(az + b) \times (-2a^2 + 4a^2(az + b)^2)) + (4a^2(2a)(az + b)) \right] \quad (26)$$

همچنین محاسبه‌ی مقدار مشتق میانی dp/dy بر حسب تابع هذلولی کسری استاتیکی، برای جای‌گذاری در روابط مشتقات زنجیری به شکل روابط ۲۷ و ۲۸ صورت می‌گیرد:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{1 \cdot (\sqrt{K_i} + y/p_u) - (\sqrt{p_u})(y)}{(\sqrt{K_i} + y/p_u)^2} = \quad (27)$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dy} = \frac{\sqrt{K_i}}{(\sqrt{K_i} + y/p_u)^2} \quad (28)$$

از طرفی مطابق معادله‌ی ۹، مقدار dp/dz ساده شده در سطح زمین (یعنی در $z = 0$) از رابطه‌ی ۲۹ به دست می‌آید:

$$\Rightarrow \left. \frac{dp}{dz} \right|_{z=0} = \alpha \cdot e^{cb^2} [4c^2 a^2 b(3 + 2cb^2)] = Cte. \quad (29)$$

در رابطه‌ی $p - y$ هذلولی کسری، تابع مذکور مطابق رابطه‌ی ۳۰ بر حسب y مجدداً بازنویسی می‌شود:

$$y(z) = \frac{p \cdot (\sqrt{K_i})}{(\sqrt{1 - p/p_u})} \Rightarrow \frac{dy}{dp} = \frac{(\sqrt{K_i} + y/p_u)^2}{\sqrt{K_i}} \quad (30)$$

در رابطه‌ی محاسبه‌ی dp/dy به جای متغیر y ، رابطه‌ی معادل اخیر جای‌گذاری و ساده می‌شود، سپس نتیجه‌ی رابطه‌ی ۳۰ ساده و برعکس می‌شود، در نتیجه مقدار مشتق موردنظر از رابطه‌ی ۳۱ به دست می‌آید:

$$\frac{dp}{dy} = \frac{(p_u - p)^2}{(\sqrt{K_i}) \cdot p_u^2} = \left(\frac{dy}{dp} \right)^{-1} \quad (31)$$

از طرفی زمانی که $p = p_u$ ، مقدار dp/dy صفر است (بخش افقی انتهایی در نمودارهای هذلولی $p - y$ ، مطابق شکل ۱) که در رابطه‌ی معکوس ۳۱ نیز صدق می‌کند. اکنون با محاسبه‌ی مقادیر مشتقات dp/dz (رابطه‌ی ۲۹)، با جای‌گذاری مقدار تابع عمق $p(z)$ در معادله‌ی ۳۱ بر حسب رابطه‌ی $p(z)$ حاصل از مشتق‌گیری مضاعف از تابع لنگر خمشی گاوسی در معادله‌ی ۹ در قبل و dp/dy رابطه‌ی ۳۱ در نقطه‌ی $z = 0$ عبارات حاصل مطابق رابطه‌ی ۳۲ است:

$$p(z) = \alpha \cdot e^{-(az+b)^2} (-2a^2 + 4a^2(az + b)^2) = \quad (32)$$

$$\left. \frac{dp}{dy} \right|_{(p=0, y=0)} = K_i = \left(\frac{dy}{dp} \right)^{-1} \quad (33)$$

پس در محاسبه‌ی $dy(z)/dz$ ، رابطه‌ی حاصل شده برای محاسبه‌ی ثابت c_1

در رابطه‌ی ۱۹، معادل عبارت‌های ۳۴ الی ۳۷ خواهد بود:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dz} \Rightarrow \left. \frac{dp}{dz} \right|_{z=0} = \left. \frac{dp}{dy} \right|_{z=0} \cdot \left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=0} \quad (34)$$

$$\left. \frac{dp}{dz} \right|_{z=0} = \alpha \cdot e^{cb^2} [4c^2 a^2 b(3 + 2cb^2)] = K_i \cdot \left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=0} \quad (35)$$

$$\left. \frac{dy}{dz} \right|_{z=0} = \frac{1}{K_i} \times \alpha \cdot e^{cb^2} [4c^2 a^2 b(3 + 2cb^2)] \quad (36)$$

$$\left. \frac{dy(z)}{dz} \right|_{z=0} = \frac{\alpha}{E_p I_p} \cdot \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(b)}{2a} \right) + c_1 \quad (37)$$

همچنین در تمامی برازش‌های پژوهش حاضر، معادله‌ی گاوسی انتخاب شده برای لنگر خمشی $M(z)$ به گونه‌یی است که مقدار c همواره برابر ۱- است. پس باز هم روابط اخیر برای محاسبه‌ی ثابت c_1 به شکل رابطه‌ی ۳۸ ساده‌تر می‌شود؛ در نتیجه مقدار ثابت c_1 از تساوی دو رابطه‌ی ۳۶ و ۳۷ از رابطه‌ی ۳۸ به دست می‌آید:

$$c_1 = \frac{\alpha \cdot e^{-b^2} [4a^2 b(3 - 2b^2)]}{K_i} - \frac{\alpha}{E_p I_p} \cdot \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(b)}{2a} \right) \quad (38)$$

در ادامه، روند محاسبه‌ی ثابت دوم انتگرال‌گیری c_2 برای جای‌گذاری در رابطه‌ی $y(z)$ حاصل از انتگرال‌گیری مضاعف ارائه شده است. برای محاسبه‌ی ثابت c_2 ، از آنجا که در منحنی‌های $p - y$ هذلولی حاصل از آزمایش‌های تجربی، برای خاک ماسه‌یی در نقطه‌ی $z = 0$ مقدار $p = 0$ بوده است، همچنین در منحنی $p - y$ در مبدأ، در جایی که $y(z) = 0$ است، مقدار $p(z)$ نیز اجباراً صفر است و از طرفی می‌توان $y(z)$ را بر حسب $p(z)$ از تابع $p - y$ هذلولی استخراج کرد، بنابراین از دو شرط مرزی (روابط ۳۹ الی ۴۲) استفاده و ثابت c_2 حاصل می‌شود:

$$y(z = 0) = \frac{\alpha}{E_p I_p} \cdot \left(\frac{(az+b) \operatorname{erf}(az+b)}{a\sqrt{\pi}} + \frac{e^{-(az+b)^2}}{a\sqrt{\pi}} \right) + c_1 z + c_2 = \quad (39)$$

$$p(z = 0) = y(z = 0) = 0 : (p - y) \quad (40)$$

$$y(z = 0) = \frac{\alpha}{E_p I_p} \times \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2a} \left(\frac{(az+b) \operatorname{erf}(az+b)}{a} + \frac{e^{-(az+b)^2}}{a\sqrt{\pi}} \right) \right) + c_1 z + c_2 \quad (41)$$

$$\Rightarrow \frac{p(z = 0) \cdot K_i}{1 - (p(z = 0)/p_u)} = \frac{\alpha}{E_p I_p} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2a} \left(\frac{b \operatorname{erf}(b)}{a} + \frac{e^{-b^2}}{a\sqrt{\pi}} \right) \right) + c_2 = 0 \quad (42)$$

$$c_2 = -\frac{\alpha}{E_p I_p} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2a} \left(\frac{b \operatorname{erf}(b)}{a} + \frac{e^{-b^2}}{a\sqrt{\pi}} \right) \right) \quad (43)$$

پس با محاسبه‌ی دو ثابت انتگرال‌گیری c_1 و c_2 ، رابطه‌ی نهایی برای محاسبه‌ی $y(z)$ بر حسب $M(z)$ به شکل رابطه‌ی ۲۱ مطرح می‌شود. مقدار تابع تغییرشکل نسبی رابطه‌ی ۲۱ حاصل تلفیق دو تابع لنگر خمشی گاوسی $M(z)$ و تابع $p - y$ هذلولی کسری استاتیکی و ثابت‌های آن به شکل محاسبات ذکر شده است.

۳.۵. محاسبه‌ی dM/dz و $M(z)$ بر حسب تابع $p - y$ هذلولی کسری استاتیکی

در انتهای بخش حاضر از محاسبات می‌توان لنگر خمشی $M(z)$ را بر حسب تابع

$$-\alpha \cdot e^{-(b)^{\frac{1}{2}}} = \underbrace{p_u \left(\frac{0}{\frac{1}{2}} \right)}_{\circ}$$

$$-\frac{p_u}{yK} \left(\frac{(Ky(\circ) + p_u)(\ln(|Ky(\circ) + p_u|) - 1)}{Ky} \right) + \underbrace{\left[-\alpha \cdot \frac{1}{2} a(b) e^{-(b)^{\frac{1}{2}}} + \left(\frac{p_u^{\frac{1}{2}} \ln(|p_u|)}{yK} \right) \right]}_{C_1, z=\circ} \cdot (\circ) + C_2 \quad (50)$$

$$C_2 = \frac{p_u^{\frac{1}{2}}}{K^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}} ((\ln(|p_u|)) - 1) + (\alpha \cdot e^{-(b)^{\frac{1}{2}}}) \quad (51)$$

تابع تغییرشکل جانبی شمع y می‌تواند بر حسب روابط محاسبه شده‌ی اخیر برای منحنی $p-y$ هذلولی کسری جایگزین شود.

۴.۵. استخراج $y(z)$ و $p(z)$ از تابع $p-y$ هذلولی سیکی

محاسبات تابع $p-y$ هذلولی سیکی تاوانت در بخش حاضر ارائه شده است. تابع مذکور به شکل رابطه‌ی ۵۲ در مراجع اصلی ارائه شده است: [۲۰، ۲۱]

$$p(z) = p = A \cdot p_u \tanh \left[\frac{K \cdot z}{A p_u} \cdot y \right], (A = \circ, 9) \quad (52)$$

حال بر حسب تابع $p-y$ ، با عملیات تحلیلی ریاضی روی توزیع عمقی لنگر خمشی $M(z)$ ، مقادیر عکس‌العمل خاک $p(z)$ و تغییرشکل نسبی شمع - خاک $y(z)$ محاسبه شده است. خاطر نشان می‌شود که مقدار تابع عمقی $p(z)$ چون فقط تابع لنگر خمشی $M(z)$ است، همان تابع قبلی در رابطه‌ی ۹ است، اما صحت مقدار $y(z)$ یافت شده در رابطه‌ی ۲۱، باید برای معادله‌ی تاوانت سیکی (رابطه‌ی ۵۲) کنترل شود، که براساس روابط به دست آمده‌ی اخیر به این شرح محاسبه می‌شود. ابتدا معادله‌ی $p(z)$ بر حسب $y(z)$ به صورت روابط ۵۳ الی ۵۶ به دست می‌آید:

$$\frac{p(z)}{A p_u} = \tanh \left[\frac{K \cdot z}{A p_u} \cdot y \right] \Rightarrow \tanh^{-1}(\tanh u) = u$$

$$K_i = K \cdot z : (F/L^{\frac{1}{2}}) \quad (53)$$

$$\Rightarrow \tanh^{-1} \left[\frac{p(z)}{A p_u} \right] = \left[\frac{K_i}{A p_u} \cdot y \right] \quad (54)$$

$$\Rightarrow y = \left(\frac{A p_u}{K_i} \right) \tanh^{-1} \left[\frac{p(z)}{A p_u} \right] \quad (55)$$

$$\Rightarrow \frac{dy(z)}{dz} = \frac{dy}{dp} \cdot \frac{dp}{dz} = \frac{\alpha}{E_p I_p} \cdot \left(\frac{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(az+b)}{2a} \right) + c_1'' \quad (56)$$

اکنون براساس رابطه‌ی ۵۵، برای y ، مقدار dy/dp به شکل رابطه‌ی ۵۷ محاسبه می‌شود:

$$\frac{dy}{dp} = \frac{A p_u}{K_i} \cdot \frac{(1/A p_u)}{1 - (p/A p_u)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{K_i \cdot (1 - (p/A p_u)^{\frac{1}{2}})}$$

$$-1 < (p/A p_u) < 1 \quad (57)$$

و مقدار مشتق dp/dz مطابق رابطه‌ی لنگرخمشی گاوسی شکل، از قبل برابر رابطه‌ی ۲۹ در نقطه‌ی $z = \circ$ به دست آمده است. برای محاسبه‌ی مقدار مشتق dy/dp در نقطه‌ی مرزی $z = \circ$ ، چند نکته‌ی مهم را باید در نظر گرفت: اول آنکه

$p-y$ هذلولی کسری به دست آورد. رابطه‌ی ۴۳ برای این منظور مدنظر قرار گرفته است:

$$p = \frac{p_u y K_i}{p_u + K_i y} = \frac{p_u y (K \cdot z)}{p_u + y (K \cdot z)}, K_i = K \cdot z : (F/L^{\frac{1}{2}}) \quad (43)$$

و مقدار $M(z)$ برابر است با حاصل ۲ بار انتگرال‌گیری (رابطه‌ی ۴۴):

$$M(z) = \iint \frac{p_u y (K \cdot z)}{p_u + y (K \cdot z)} \cdot dz \quad (44)$$

ابتدا اولین مرحله‌ی انتگرال‌گیری انجام می‌شود (رابطه‌ی ۴۵):

$$\frac{dm}{dz} = p_u y K \left(\frac{z}{K y} - \frac{p_u \ln(|K y z + p_u|)}{y^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}} \right) + C_1 \quad (45)$$

و مقدار ثابت C_1 در نقطه‌ی $z = \circ$ به شرح رابطه‌ی ۴۶ به دست خواهد آمد:

$$\frac{dM(z=\circ)}{dz} = (\alpha \cdot \frac{1}{2} a(b) e^{c(b)^{\frac{1}{2}}})$$

$$= p_u y K \left(\frac{\circ}{K y} - \frac{p_u \ln(|K y(\circ) + p_u|)}{y^{\frac{1}{2}} K^{\frac{1}{2}}} \right) + C_1 \quad (46)$$

پس ثابت انتگرال‌گیری مرحله‌ی اول، C_1 از رابطه‌ی ۴۷ به دست می‌آید:

$$\Rightarrow C_1 = -\alpha \cdot \frac{1}{2} a(b) e^{-(b)^{\frac{1}{2}}} + \left(\frac{p_u^{\frac{1}{2}} \ln(|p_u|)}{y K} \right) \quad (47)$$

و با انتگرال‌گیری بار دوم، مقدار لنگر خمشی با استفاده از روابط ۴۸ و ۴۹ به دست می‌آید:

$$M(z) = \int \left[p_u \left(z - \frac{p_u \ln(|K y z + p_u|)}{y K} \right) + C_1 \right] dz = \quad (48)$$

$$M(z) = p_u \left(\frac{z^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \right) - \frac{p_u^{\frac{1}{2}}}{y K} \left(\frac{(K y z + p_u)(\ln(|K y z + p_u|) - 1)}{K y} \right) + \underbrace{\left[-\alpha \cdot \frac{1}{2} a(b) e^{-(b)^{\frac{1}{2}}} + \left(\frac{p_u^{\frac{1}{2}} (\ln(|p_u|) - 1)}{y K} \right) \right]}_{C_1} \cdot z + C_2 \quad (49)$$

و مقدار ثابت C_2 با فرض $M(z=\circ) = \alpha e^{-(b)^{\frac{1}{2}}}$ ، با استفاده از روابط ۵۰ و ۵۱ به دست می‌آید:

مقدار $p(z=0) = 0$ در خاک‌های ماسه‌ای و درست در سطح زمین تقریباً صفر است و ثانیاً در منحنی‌های $p-y$ در تنها جایی که $p=0$ است، به ناچار شرط $y=0$ نیز برقرار است، چرا که نقطه‌ی مذکور، مبدأ مختصات رسم منحنی‌های $p-y$ را نمایش می‌دهد،^[۱] بنابراین نتیجه‌ی کلی شرایط ذکر شده، مطابق رابطه‌ی ۵۸ خواهد بود:

$$\left. \frac{dy}{dp} \right|_{z=0} = \frac{1}{K_i \cdot (1 - (p(0)/Ap_u)^2)} = \frac{1}{K_i} \quad (58)$$

که در آن، مطابق مبانی تحلیلی کلاسیک،^[۲۰،۲۱،۲۲] منحنی‌های $p-y$ در شرایط $p=0$ ، مقدار p_u برابر صفر نخواهد شد، چرا که مقدار p_u همواره بزرگ‌تر از p است. از طرفی زمانی که مقدار p صفر است، مقدار p_u می‌تواند در حد یک اسیلون بزرگ‌تر از p و مخالف صفر باشد. حالا می‌توان مقدار ثابت انتگرال‌گیری c''_1 را در نقطه‌ی $z=0$ به دست آورد، چون شیب dy/dp مطابق حالت قبل می‌شود (منحنی $p-y$ هذلولی کسری استاتیک مونوتونیک)، پس ثابت c''_1 مجدداً برابر رابطه‌ی ۳۸ می‌تواند محاسبه شود. در مرحله‌ی کنونی، محاسبه‌ی ثابت دوم انتگرال‌گیری یعنی c''_2 مورد نظر است. برای محاسبه‌ی ثابت c''_2 ، مقدار $y(z=0)$ جای‌گذاری و نتایج ساده می‌شود، و مقدار $y(z=0)$ مطابق روابط ۵۹ و ۶۰ تشکیل می‌شود:

$$y(z=0) = \left(\frac{Ap_u}{K_i} \right) \tanh^{-1} \left[\underbrace{\frac{p(z=0)}{Ap_u}}_0 \right] \quad (59)$$

$$\tanh^{-1}(0) = \tanh(0) = 0 \Rightarrow y=0 = \frac{\alpha}{E_p I_p} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2a} \left(\frac{(b) \operatorname{erf}(b)}{a} + \frac{e^{-(b)^2}}{a\sqrt{\pi}} \right) + c''_1 \right) \quad (60)$$

پس c''_1 مطابق رابطه‌ی ۶۱ محاسبه می‌شود:

$$c''_1 = \frac{\alpha}{E_p I_p} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2a} \left(\frac{(b) \operatorname{erf}(b)}{a} + \frac{e^{-(b)^2}}{a\sqrt{\pi}} \right) \right) \quad (61)$$

پس از محاسبه‌ی ثابت‌های انتگرال‌گیری (c''_1 و c''_2)، مطابق مراحل مشاهده شده، مقدار تابع تغییرشکل نسبی $y(z)$ وابسته به دو تابع لنگر خمشی گاوسی و تابع $p-y$ هذلولی سیکنی تانژانت، به شکل معادله‌ی ۲۱ مجدداً استخراج می‌شود. همچنین برای استخراج $p(z)$ فقط کافی است که مقدار تابع $y(z)$ به دست آمده، در تابع اصلی $p-y$ در رابطه‌ی ابتدایی ۵۲، به جای y جایگزین شود؛ در آن صورت y نیز تابعی از عمق z و وابسته به تابع لنگر خمشی گاوسی شکل خواهد شد.

۵.۵. محاسبه‌ی $M(z)$ از تابع $p-y$ هذلولی سیکنی

مطابق محاسبات بخش اخیر (بخش ۴.۵)، مقادیر $p(z)$ و $y(z)$ بر حسب تابع $p-y$ هذلولی سیکنی و ثابت‌های انتگرال‌گیری c''_1 و c''_2 آن به کمک روابط تحلیلی ریاضی به دست آمد. در ادامه، روند عکس مراحل ذکر شده محاسبه شده است، یعنی بر حسب تابع $p-y$ هذلولی سیکنی، مقادیر $M(z)$ به دست می‌آید (رابطه‌ی ۶۲):

$$M(z) = \iint p(z) dz = \iint \left(Ap_u \tanh \left[\frac{K \cdot z}{Ap_u} \cdot y \right] \right) dz \quad (62)$$

با جای‌گذاری رابطه‌ی $p(z)$ هذلولی تانژانت در رابطه‌ی لنگر خمشی $M(z)$ و انتگرال‌گیری از روابط مذکور، عبارت ۶۳ به دست می‌آید:

$$\frac{dM(z)}{dz} = \int Ap_u \tanh \left[\frac{K \cdot z}{Ap_u} \cdot y \right] dz \quad (63)$$

حاصل انتگرال رابطه‌ی ۶۳ به صورت رابطه‌ی ۶۴ محاسبه می‌شود:

$$\frac{dM(z)}{dz} = Ap_u \left(\frac{Ap_u}{K \cdot y} \right) \ln \left(\cosh \left[\frac{K \cdot z}{Ap_u} \cdot y \right] \right) + c'''_1 \quad (64)$$

مقدار ثابت c'''_1 با جای‌گذاری $dM(z)/dz$ از رابطه‌ی $M(z)$ گاوسی، به شکل رابطه‌ی ۶۵ در نقطه‌ی $z=0$ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} V(z=0) &= \frac{dM(z=0)}{dz} = \alpha \cdot 2ac(b)e^{c(b)^2} \\ &= Ap_u \left(\frac{Ap_u}{K \cdot y} \right) \underbrace{\left(\ln \cosh \left[\frac{K \cdot (z=0)}{Ap_u} \cdot y \right] \right)}_{0} + c'''_1 \end{aligned} \quad (65)$$

پس ثابت انتگرال‌گیری c'''_1 با فرض $c=-1$ مطابق رابطه‌ی ۶۶ به دست می‌آید:

$$c'''_1 = -2\alpha a(b)e^{-(b)^2} \quad (66)$$

اکنون با یک بار دیگر انتگرال‌گیری، مستقیماً مقدار $M(z)$ مطابق روابط ۶۷ و ۶۸ به دست خواهد آمد:

$$M(z) = \int Ap_u \left(\frac{Ap_u}{K \cdot y} \right) \ln \left(\cosh \left[\frac{K \cdot z}{Ap_u} \cdot y \right] \right) dz = \quad (67)$$

$$\begin{aligned} M(z) &= \frac{A^2 p_u^2}{K \cdot y} \int \ln \left(\cosh \left[\frac{K \cdot z}{Ap_u} \cdot y \right] \right) dz + (c'''_1 \cdot z_1) \\ &= \left(\frac{A^2 p_u^2}{K \cdot y} \right) \cdot I + (c'''_1 \cdot z_1) \end{aligned} \quad (68)$$

برای محاسبه‌ی انتگرال اخیر، مقدار انتگرال لگاریتم طبیعی کسینوس هذلولی به شکل رابطه‌ی ۶۹ محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} I &= \int \ln \left(\cosh \left[\frac{K \cdot y}{Ap_u} \cdot z \right] \right) dz = z \ln \left(\cosh \left(\frac{K \cdot y}{Ap_u} \cdot z \right) \right) \\ &\quad - \left(\frac{K \cdot y}{Ap_u} \right) \\ &\quad \times \left(\frac{2(ky/Ap_u)z \ln(e^{(ky/Ap_u)z} + 1) + Li_{1/2}(-e^{(ky/Ap_u)z})}{2 \left(\frac{ky}{Ap_u} \right)^2} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{z^2}{2} \right) \right) + c'''_1 \end{aligned} \quad (69)$$

که در آن، $Li_{1/2}(z)$ دی لگاریتم یا پلی لگاریتم مرتبه‌ی دو بر حسب تعریف انتگرالی (انتگرال معین) در رابطه‌ی ۷۰ است:

$$Li_{1/2}(z) = - \int_0^z \frac{\ln(1-t)}{t} \cdot dt = - \int_0^1 \frac{\ln(1-zt)}{t} \cdot dt \quad (70)$$

خواهد بود و می‌تواند با استفاده از روابط ۷۵ و ۷۶ برای ماسه‌ها در زمین مسطح (بدون اثر شیب) محاسبه شود:

$$p_u(z) = (C_1 \cdot z + C_2 \cdot D) \cdot \gamma' \cdot z \quad (75)$$

$$p_u(z) = (C_2 \cdot D \cdot \gamma') \cdot z \quad (76)$$

که در آن‌ها، D قطر یا پهنای شمع (m)، γ' وزن مخصوص مؤثر خاک ماسه‌یی (kN/m^3) و C_1 و C_2 ضرایب محاسبه‌ی فشار نهایی خاک p_u در واحد طول شمع هستند، که مطابق توصیه‌ی API، برحسب زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک ϕ به شکل نموداری مطابق نمودارهای شکل ۱۶ رسم شده‌اند. روابط محاسبه‌ی ضرایب C_1 و C_2 به شرح روابط ۷۷ الی ۷۹ هستند: [۲۱، ۲۰، ۱۱]

$$C_1 = \left(\frac{K_0 \tan \phi \sin \beta}{\tan(\beta - \phi) \cos \alpha} + \frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \phi)} (\tan \beta \tan \alpha) + K_0 \tan \beta (\tan \phi \sin \beta - \tan \alpha) \right) \quad (77)$$

$$C_2 = \frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \phi)} - K_0 \quad (78)$$

$$C_2 = K_0 (\tan^2 \beta - 1) + K_0 \tan \phi \tan^2 \beta \quad (79)$$

که در آن‌ها، مقدار زوایای α و β و ضرایب جانبی فشار حالت سکون K_0 و حالت محرک K_a به شکل روابط ۸۰ الی ۸۲ تعریف شده‌اند:

$$\alpha = \frac{\phi}{4}, \beta = 45 + \frac{\phi}{4} \quad (80)$$

$$K_0 = 1 - \sin \phi \Rightarrow (K_0 \approx 0.4) \quad (81)$$

$$K_a = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{4} \right) \quad (82)$$

چنانچه اشاره شد، روابط محاسبه‌ی p_u در روابط ۷۵ و ۷۶، برای زمین مسطح هستند و مستقیماً قابل کاربرد در مورد مسئله‌ی زمین شیب‌دار (یعنی شیب‌های خاکی) نیستند. براساس مقادیر فشارهای جانبی خاک، در زمین مسطح، مقادیر p_u و p_u همواره بزرگ‌تر از زمین شیب‌دار هستند. راه چاره‌ی مشکل مذکور، تصحیح مقادیر p_u برای به حساب آوردن اثر زمین شیب‌دار، به کمک ارائه‌ی روابط و ضرایب تصحیح است. برخی پژوهشگران (۲۰۰۸)، [۱۳] رابطه‌ی کاهنده‌ی ۸۳ را برای کاهش ثانویه‌ی مقدار p_u علاوه بر ضریب کاهنده‌ی A در حالت بارگذاری سیکلی ارائه داده‌اند: [۱۳]

$$R = 0.74 + 0.378(z/D) - 0.6315(S); R \leq 1 \quad (83)$$

که در آن، z عمق بر حسب متر، D قطر شمع به متر و S زاویه‌ی شیب ماسه‌یی بر حسب رادیان است. رابطه‌ی ۸۳ برای زوایای شیب در محدوده‌ی ۵° تا ۶۶° رادیان قابل کاربرد است. بنابراین در حالت جدید، مقدار p_u به صورت رابطه‌ی ۸۴ در کلیه‌ی روابط اخیر برای اثر شیب در نظر گرفته می‌شود: [۱۳]

$$p_{u slope} = (A = 0.9) \times R \times p_u \quad (84)$$

مقدار رابطه‌ی ۷۵ برای اعماق سطحی و مقدار رابطه‌ی ۷۶ برای عمق‌های پایین‌تر در طول شمع و در حین افزایش عمق z است. از آنجا که منحنی لنگر - عمق معادل $M(z) - z$ حاصل از تحلیل دینامیکی عددی ردیف شمع - ماسه‌یی، آثار سطح لغزش (شامل: هندسه، ضخامت، و موقعیت آن) به شکل تنش - کرنش دینامیکی - لرزه‌یی را در خود دارند، بنابراین برای هر عمق z از مقدار

دی لگاریتم z (یک عدد مختلط عضو مجموعه‌ی اعداد مختلط C در حالت کلی و در برخی حالات یک عدد حقیقی عضو R است) که معادل تعریف پلی لگاریتم، زمانی که مرتبه‌ی s آن برابر ۲ باشد، تعریف شده است. همچنین $L_{i(z)}$ زمانی که z یک عدد منفی (یا در حالت کلی مختلط) است، برابر یک عدد مختلط است. ثابت انتگرال‌گیری c''' به کمک شرط مرزی $M(z=0) = \alpha e^{-bz}$ به شکل روابط ۷۱ و ۷۲ به راحتی قابل دستیابی است:

$$c''' = - \left(\frac{A^* p_u^*}{K \cdot y} \left(- \frac{K \cdot y}{A p_u} \right) \times \frac{L_{i(-1)}}{2(ky/Ap_u)^2} \right) + \alpha e^{-bz} \quad (71)$$

$$c''' = \left(\frac{A^* p_u^*}{2k^2 y^2} L_{i(-1)} \right) + \alpha e^{-bz} \quad (72)$$

محاسبه‌ی نمودارهای لنگر خمشی $M(z)$ در پژوهش حاضر، براساس روابط بسط‌یافته و نیز برارزش‌های عددی به کمک برنامه‌های Excel و متلب^۵ بوده است، به طوری که تعریف تابع دی‌لگاریتم $L_{i(x)}$ در برنامه‌ی متلب به شکل دستور $di \log(x)$ است، رابطه‌ی ۷۳ که باید به اختلاف موجود در تعریف متغیر آن‌ها، توجه کافی مبذول داشت:

$$di \log(x) = L_{i(-1-x)} \quad (73)$$

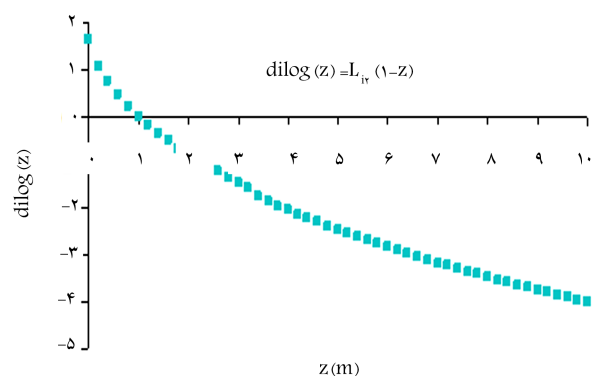
همچنین تعریف $di \log(x)$ و $L_{i(x)}$ (که دو تعریف متفاوت و نظیر هم از تابع هستند)، در برنامه‌ی متلب (که اندکی متفاوت با تعریف مرسوم و کلاسیک تابع دی لگاریتم $L_{i(x)}$ است)، به شکل رابطه‌ی ۷۴ است:

$$di \log(x) = + \int_x^{\infty} \frac{\ln(t)}{1-t} dt \Rightarrow L_{i(x)} = + \int_x^0 \frac{\ln(1-t)}{t} dt \quad (74)$$

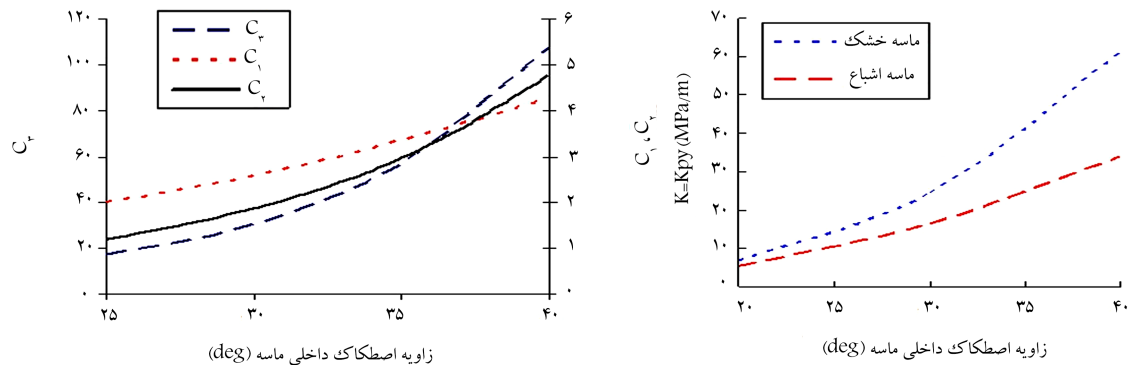
چنانچه در روابط اخیر مشاهده می‌شود، مقادیر ریاضی دی‌لگاریتم در برنامه‌ی متلب محاسبه می‌شود و نسبت به روابط ۲۲ و ۲۳، باید به استفاده از خواص انتگرال معین و تغییر حدود انتگرال‌گیری و علامت مثبت مفروض در روابط توجه کرد. همچنین مطابق نمودار تابع $di \log(z)$ در شکل ۱۵ مقدار $di \log(1)$ برابر صفر است.

۶.۵ محاسبه‌ی مقدار نهایی p_u بر حسب عمق z

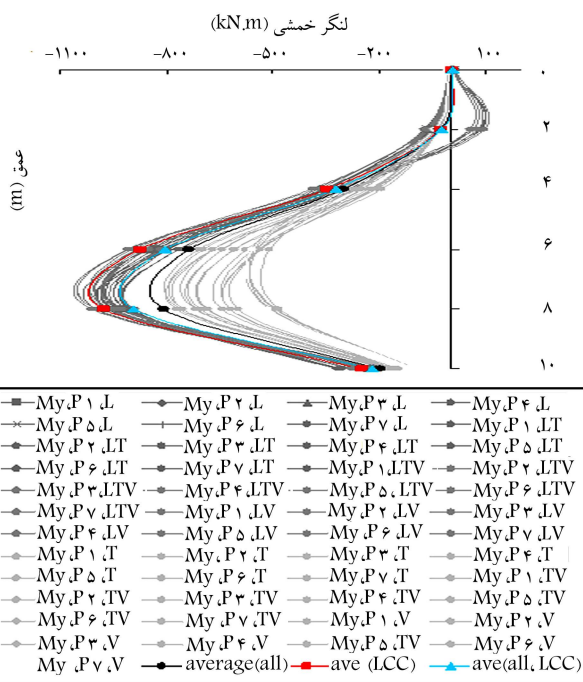
در کلیه‌ی روابط ذکرشده، مقدار نهایی $p(z)$ که معادل p_u جای‌گذاری شده است، مطابق مراجع کلاسیک مرتبط با موضوع، تابعی از عمق z به شکل کلی $p_u(z)$



شکل ۱۵. مقادیر تابع دی لگاریتم z بین محدوده‌ی صفر و ۱۰ در برنامه‌ی متلب.



شکل ۱۶. منحنی های پیشنهادی API برای محاسبه ضرایب C_1 ، C_2 و C_3 و مدول K برای تشکیل مقادیر فشار خاک نهایی (P_u). [۲۱]



شکل ۱۷. نتایج توزیع عمقی بیشینه لنگر خمشی گاوسی حاصل از مدل سازی های عددی برای تعداد ۷ شمع و ۷ ترکیب بار زلزله ای طیس در شیب ماسه ایی.

لنگر خمشی گاوسی بارزش شده است. سپس ثابت های بارزش به دست آمدند و در روابط ۴۹ و ۶۸ جای گذاری شدند. همچنین مقادیر لنگر از رابطه های مذکور به دست آمدند و همگی در یک نمودار واحد جهت مقایسه ترسیم شدند (همانند شکل های ۱۹ و ۲۰).

مطابق شکل های ۱۹ و ۲۰، منحنی های خروجی آبی رنگ حاصل تحلیل های عددی تفاضل محدود صریح سه بعدی (۳D-FDA) برای منحنی میانگین تمامی نتایج تحلیل ها (ave. all)، برای متوسط تحلیل های شامل مؤلفه ی طولی زلزله (ave. LCC)، برای متوسط این دو مقدار (ave. all, LCC) و برای مؤلفه ی طولی در راستای لغزش طولی شیب، به تنهایی L Component به نمایش گذاشته شده است. در شکل های مذکور، منحنی های خروجی قرمز رنگ، مربوط به ۲ بار انتگرال گیری از تابع $p - y$ هابیربولیک مونوتونیک (رابطه ی ۴۹) و منحنی های مشکی رنگ مربوط به ۲ بار انتگرال گیری از تابع $p - y$ هذلولی تانژانت (رابطه ی ۶۸) هستند. در خروجی های لنگر حاصل از تابع $p - y$ سیکلی تانژانت به

«کمینه» مابین دو رابطه ی مذکور استفاده می شود و نیازی به در نظر گرفتن ارتفاع سطح لغزش شیب ماسه ایی به شکل z_{slip} به جای z در روابط ذکر شده نیست. نکته ی ایجاد کننده ی ابهام در روابط کلی منحنی های $p - y$ استاتیکی یا سیکلی (در اثر تعریف مبهم سختی اولیه به شکل رابطه ی ۸۵ (نمادی و ابعادی) قابل رفع است:

$$K_i = (k_{py} = K) \cdot z$$

$$: F/L' = (F/L'') \cdot (L) \Rightarrow kN/m' = (kN/m'') \cdot m \quad (85)$$

که در آن، مقدار k_{py} یا K مدول عکس العمل بستر است (مطابق شکل ۱۶) و یکایی از جنس kN/m' دارد، اما K_i سختی بخش ابتدایی منحنی های $p - y$ هذلولی (و تانژانت هابیربولیک) است، که یکای تنشی به شکل kPa (یا MPa) دارد.

۶. بررسی خروجی های لنگر خمشی حاصل از

مدل سازی های عددی تفاضل محدود سه بعدی صریح

در بخش حاضر، نمودار فشرده شده یی از خروجی های لنگر خمشی گاوسی حاصل از مدل سازی دینامیکی سه بعدی عددی مسئله ی شیب مطرح شده در شکل ۱۰ تحت بار زلزله های طیس و دیهوک مندرج در شکل های ۱۱ و ۱۲، در شکل های ۱۷ و ۱۸ مشاهده می شود که مطابق آن ها، کلیه ی نمودارهای لنگر خمشی حاصل از تحلیل عددی سه بعدی از نوع گاوسی هستند. طبق شکل های ۱۷ و ۱۸، نمودارهای ترسیم شده برای خروجی های ۷ ترکیب بارگذاری پیش گفته ی دو زلزله ی طیس و دیهوک و تعداد ۷ شمع موجود در ردیف شمع مسلح کننده ی شیب، با الگوی ریاضی گاوسی شکل به دست آمده است.

۱.۶. برآورد لنگر خمشی لرزه یی از روابط انتگرال گیری شده ی

$p - y$ کسری و تانژانت روابط ۴۹ و ۶۸

در بخش حاضر، به منظور کنترل کارایی محاسبات پیشین تحلیلی ریاضی، به برآورد و مقایسه ی مقادیر بیشینه ی لنگر خمشی لرزه یی شمع ها از روابط انتگرال گیری شده ی $p - y$ کسری - استاتیکی و تانژانت - سیکلی، به ترتیب روابط ۴۹ و ۶۸ پرداخته شده است. برای این منظور، دو منحنی لنگر خمشی حاصل از بارگذاری معمول مؤلفه ی طولی زلزله های طیس و دیهوک (در ایستگاه های طیس و دیهوک) در راستای طولی لغزش شیب و مقدار منحنی متوسط کلیه ی خروجی ها بر حسب رابطه ی

جدول ۱. مقادیر ثابت‌های برازش منحنی‌های لنگر خمشی مرجع^[۷]

مقدار ثابت برازش			فواصل شمع‌ها (s/B) و زلزله‌ها
(b)	(a)	ضریب (a)	
-۱/۱۴۱	۰/۳۴۸	۸۳/۰۹	EQ.۱ و ۳/۵
-۱/۱۵۱	۰/۳۴۸	۸۷/۳۷	EQ.۲ و ۳/۵
-۱/۲۰۳	۰/۳۵۵	۹۴/۰۹	EQ.۳ و ۳/۵
-۱/۱۳۹	۰/۳۴۶	۱۰۲/۴۰	EQ.۴ و ۳/۵
-۱/۱۶۳	۰/۳۵۱	۱۱۰/۰۰	EQ.۱ و ۴/۶۷
-۱/۰۹۱	۰/۳۳۷	۱۲۲/۷۰	EQ.۲ و ۴/۶۷
-۱/۰۶۸	۰/۳۳۳	۱۳۲/۳۰	EQ.۳ و ۴/۶۷
-۱/۰۷۹	۰/۳۳۷	۱۳۷/۲۰	EQ.۴ و ۴/۶۷
-۱/۱۰۲	۰/۲۹۷	۱۲۰/۱۰	EQ.۱ و ۷/۰۰
-۱/۰۱۴	۰/۲۸۴	۱۳۴/۳۰	EQ.۲ و ۷/۰۰
-۱/۰۰۲	۰/۲۸۰	۱۴۲/۲۰	EQ.۳ و ۷/۰۰
-۱/۰۲۹	۰/۲۸۵	۱۴۷/۸۰	EQ.۴ و ۷/۰۰
-۱/۰۳۷	۰/۳۲۱	۶۸/۵۳	EQ.۱ و ۱۴/۰
-۱/۰۶۹	۰/۳۳۳	۸۳/۸۰	EQ.۲ و ۱۴/۰
-۱/۰۷۳	۰/۳۳۵	۹۳/۱۸	EQ.۳ و ۱۴/۰
-۱/۰۷۲	۰/۳۳۷	۹۹/۶۵	EQ.۴ و ۱۴/۰

ثابت‌های برازش نمودارهای لنگر خمشی بارگذاری دینامیکی زلزله‌ی حوزه‌ی نزدیک ردیف شمع - شیب ماسه‌یی مطابق مرجع^[۷] است و در جدول ۲، مقادیر پارامترهای کنترل کیفیت برازش‌های عددی تابع گاوسی لنگر خمشی در مرجع^[۷] ارائه شده است.

مقادیر و محدوده‌ی عملی - کتی ضرایب برآورد فشار خاک ($p(z)$ (یعنی ضریب $p.F$ ، و نیروی برشی $V(z)$ (یعنی ضریب $S.F$ ، حاصل از برازش منحنی‌های لنگر خمشی گاوسی در شکل‌های ۲۲ و ۲۳، در شکل ۲۴ مشاهده می‌شوند که مطابق شکل ۲۴، ضریب نیروی برشی به شکل یک تابع خطی و با مقادیری بین ۲- تا ۱+ ظاهر شده است، حال آنکه مطابق شکل ۲۴ ب، ضریب فشار خاک در واحد طول شمع با یک تابع سهمی (چندجمله‌یی درجه ۲) و با مقادیری بین ۰/۵- تا ۲/۵ به دست آمده است.

شده‌اند. از طرفی مطابق جدول ۲، تمامی مقادیر مذکور با توجه به محدوده‌های لنگر خمشی، تعداد داده‌های برازش‌یافته و میزان خطای موجود، کاملاً به لحاظ کمی در حد مطلوب هستند.

مقادیر جمع مربع خطاها با SSE^Y و ریشه‌ی دوم میانگین مجموع خطاها ($RMSE^A$) برای تعداد n داده‌ی برازش‌یافته مطابق روابط آشنای ۸۶ و ۸۷ تعریف می‌شوند:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - f_i)^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (86)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - f_i)^2} \quad (87)$$

همچنین مقادیر ضریب تعیین R^2 و ضریب تعیین «تعدیل‌یافته» R_{adj}^2 طبق روابط ۸۸ و ۸۹ تعریف می‌شوند:

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (88)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \left[(1 - R^2) \frac{n-1}{n-p-1} \right] \quad (89)$$

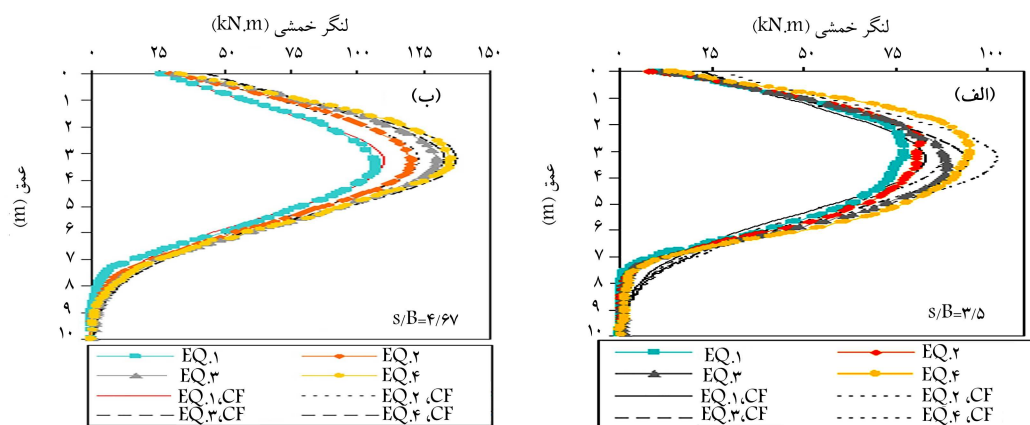
که در آن‌ها، i شمارنده‌ی داده‌ها، p تعداد کل متغیرهای توصیف‌کننده در مدل برازشی، و $\bar{y}$ میانگین کل داده‌هاست که طبق رابطه‌ی ۹۰ محاسبه می‌شود:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (90)$$

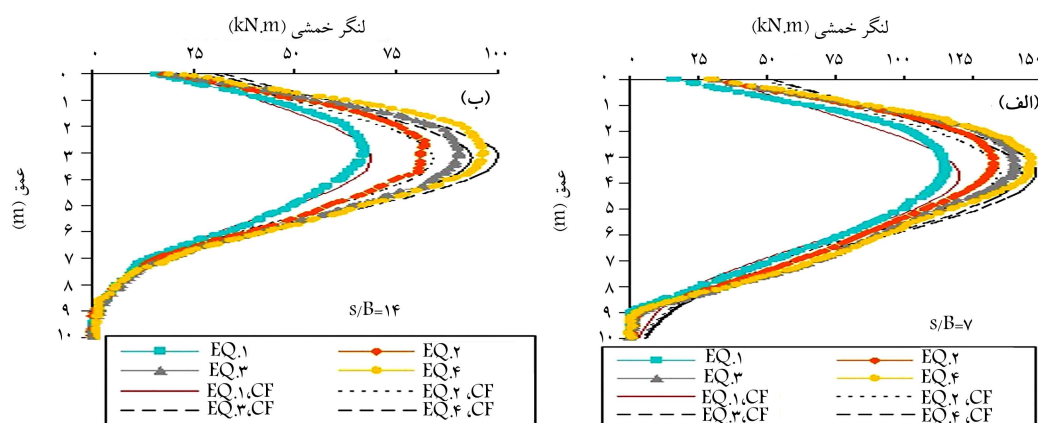
همچنین در تمامی روابط ۸۶ الی ۹۰، مقدار f_i برابر تابع برازش داده شده بر مقادیر واقعی y_i برای تعداد n داده‌ی مستقل است. جدول ۱ در ادامه، شامل

۸. نتیجه‌گیری

در مطالعه‌ی حاضر، روابط تبدیلی تحلیلی - ریاضی بین منحنی‌های $p-y$ هذلولی استاتیکی مونوتونیک، هذلولی سیکلی تانژانت و توابع لنگر خمشی گاوسی ارائه شده است. توابع لنگر خمشی گاوسی شکل، برای بارگذاری دینامیکی ردیف شمع‌های شناور در شیب ماسه‌یی خشک، تحت بارگذاری ترکیب‌های مختلف زلزله‌های حوزه‌ی نزدیک محاسبه شده‌اند. مطابق یافته‌های پژوهش حاضر می‌توان مقدار تابع لنگر خمشی گاوسی را به راحتی به توزیع فشار خاک p و نیز توزیع تغییرشکل جانبی نسبی شمع - خاک y تبدیل کرد. در اصل با این کار میزان تنش‌های ایجادشده در خاک، در اثر بارگذاری جانبی شمع و نحوه‌ی رسیدن یا نرسیدن خاک به حالت خمیری و یا تسلیم به کمک فشار $p(z)$ قابل کنترل است. از طرف دیگر، با دانستن تابع تغییرشکل y می‌توان در طول شمع، مقادیر تغییرشکل جانبی شمع را با تغییرشکل‌های مجاز



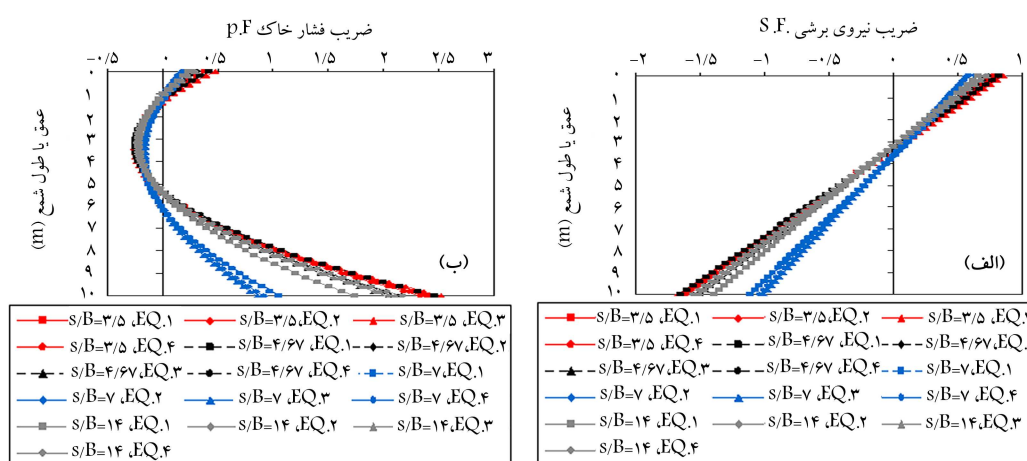
شکل ۲۲. برازش گاوسی منحنی‌های لنگرخمشی بارگذاری دینامیکی مرجع^[۷] برای فواصل مرکز به مرکز شمع‌های ۳/۵ و ۴/۶۷.



شکل ۲۳. برازش گاوسی منحنی‌های لنگرخمشی بارگذاری دینامیکی مرجع^[۷] برای فواصل مرکز به مرکز شمع‌های ۷/۰ و ۱۴/۰.

جدول ۲. پارامترهای کیفیت برازش نمودارهای لنگرخمشی مرجع^[۷].

فواصل شمع‌ها (s/B) و زلزله‌ها	SSE	R^2	n	R_{adj}^2	RMSE
EQ.۱ و ۳/۵	۳۴۰۲	۰/۹۶۹۷	۱۳۷	۰/۹۶۹۳	۵/۰۳۹
EQ.۲ و ۳/۵	۳۳۳۵	۰/۹۷۲۷	۱۳۷	۰/۹۷۲۳	۴/۹۸۹
EQ.۳ و ۳/۵	۲۵۶۷	۰/۹۸۱۵	۱۳۷	۰/۹۸۱۲	۴/۳۸۵
EQ.۴ و ۳/۵	۴۷۵۰	۰/۹۷۱۶	۱۳۷	۰/۹۷۱۲	۵/۹۵۴
EQ.۱ و ۴/۶۷	۱۱۶۹	۰/۹۹۳۷	۱۲۵	۰/۹۹۳۶	۳/۰۹۵
EQ.۲ و ۴/۶۷	۶۹۰/۵	۰/۹۹۶۹	۱۲۵	۰/۹۹۶۹	۲/۳۷۹
EQ.۳ و ۴/۶۷	۹۱۱/۰	۰/۹۹۶۵	۱۲۵	۰/۹۹۶۴	۲/۷۳۳
EQ.۴ و ۴/۶۷	۷۴۳/۹	۰/۹۹۷۳	۱۲۵	۰/۹۹۷۳	۲/۴۶۹
EQ.۱ و ۷/۰	۹۷۴۳	۰/۹۶۹۳	۲۰۹	۰/۹۶۹۰	۶/۸۷۷
EQ.۲ و ۷/۰	۱۰۳۳۰	۰/۹۷۳۲	۲۰۹	۰/۹۷۲۹	۷/۰۸۲
EQ.۳ و ۷/۰	۱۵۲۸۰	۰/۹۶۴۶	۲۰۹	۰/۹۶۴۳	۸/۶۱۴
EQ.۴ و ۷/۰	۱۳۶۵۰	۰/۹۷۰۸	۲۰۹	۰/۹۷۰۵	۸/۱۳۹
EQ.۱ و ۱۴/۰	۱۲۳۴	۰/۹۸۴۷	۱۵۹	۰/۹۸۴۵	۲/۸۱۲
EQ.۲ و ۱۴/۰	۱۴۵۳	۰/۹۸۸۳	۱۵۹	۰/۹۸۸۱	۳/۰۵۲
EQ.۳ و ۱۴/۰	۱۸۳۸	۰/۹۸۷۹	۱۵۹	۰/۹۸۷۸	۳/۴۳۳
EQ.۴ و ۱۴/۰	۲۳۰۷	۰/۹۸۶۸	۱۵۹	۰/۹۸۶۶	۳/۸۴۵



شکل ۲۴. ضرایب فشار خاک غیرخطی و نیروی برشی خطی برای اصلاح منحنی‌های لنگر خمشی گاوسی جهت محاسبه‌ی p و V .

حاصل از محاسبات عددی به شکل گاوسی شکل (زنگوله‌یی) است. از طرفی علامت اعداد لنگر خمشی حاصل شده و الگوی آن‌ها کاملاً شبیه پیش‌بینی‌های موردنظر است. با وجود این، مقادیر لنگر خمشی حاصل از آن‌ها، همواره بزرگ‌تر (و محافظه‌کارانه‌تر) از لنگرهای خمشی روش عددی تفاضل محدود سه‌بعدی هستند.

۴. بنابر مقایسه‌ی نمودارهای ترسیم شده در پژوهش حاضر، محل وقوع بیشینه‌ی لنگر خمشی در نتیجه‌ی انتگرال‌گیری دوبل تابع $p-y$ استاتیکی کسری، در عمقی نزدیک به عمق رخداد بیشینه‌ی لنگر خمشی حاصل از اندازه‌گیریهایی عددی و آزمایشی به دست می‌آید، حال آنکه مقدار لنگر خمشی بیشینه‌ی حاصل از انتگرال‌گیری دوبل تابع $p-y$ سیکلی تانژانت، در اعماق سطحی و در محدوده‌ی درون سطح لغزش شیب ماسه‌یی و نیز در انتهای شمع پدیدار می‌شود.

۵. بنابر نتایج محاسبات تحلیلی نوشتار حاضر، تابع تغییرشکل جانبی نسبی شمع - خاک ($y(z)$) کاملاً وابسته به توزیع گاوسی لنگر خمشی $M(z)$ در عمق است. همچنین مقدار آن مستقل از نوع منحنی ($p-y$ استاتیکی یا سیکلی) است، چرا که شیب بخش ابتدایی دو نوع از منحنی‌های $p-y$ ذکر شده، همواره برابر مقدار سختی K_i است.

موردنظر در هر پروژه‌یی مقایسه کرد و درخصوص ماندن سازه‌ی متکی بر شمع در محدوده‌ی ایمن اظهارنظر قطعی کرد.

۱. مطابق نتایج محاسبات تحلیلی نوشتار حاضر، شیب بخش ابتدایی هر دوی منحنی‌های $p-y$ هذلولی (هایپربولیک) استاتیکی مونوتونیک و سیکلی (تانژانت) در نقطه‌ی $p=0$ معادل سطح زمین و $z=0$ در خاک‌های ماسه‌یی و $y=0$ ، اثبات شد که برای هر دو تابع مذکور، همواره برابر مقدار ثابت K_i یا سختی اولیه خواهد بود، که پارامتری از جنس تنش است و یکای تنش دارد.

۲. نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهد که مقادیر نهایی p که به شکل روابط p_u در مراجع معتبر مختلف^{[۱۱]، [۲۱]} بر حسب عمق z ارائه شده است، برای زمین‌های مسطح (بدون شیب) است و در زمین‌های شیب‌دار فقط با اعمال ضرایب «همواره کاهش» قابل استفاده هستند.^[۱۳] در واقع اثر شیب در پارامتر p در حالت بارگذاری دینامیکی نیز به شکل کاهش در مقدار آن ظاهر می‌شود، چرا که پارامتر ذکر شده، مقدار نهایی عکس‌العمل یا فشار جانبی بسیج شده‌ی خاک در واحد طول شمع، در قبال بارگذاری جانبی زلزله اعمال شده بر شیب را به دست می‌دهد.

۳. مطابق یافته‌های مطالعه‌ی حاضر، توابع لنگر خمشی $M(z)$ حاصل از انتگرال‌گیری دوبل توابع $p(z)$ هذلولی استاتیکی و هذلولی تانژانت سیکلی، مشابه تابع لنگر

پانویس‌ها

1. pile-tip
2. pile-head
3. arching
4. flowing
5. Matlab
6. longitudinal contained components
7. sum of square errors
8. root mean squares of errors

منابع (References)

1. Reese, L.C. and Van Impe, W.F. "Single piles and piles groups under lateral loading", A.A. Balkema publishers, Taylor and Francis, Netherlands (2007).
2. Sharafi, H., Shams Maleki, Y. and Karimpour Fard, M. "Three-dimensional finite difference modeling of static soil-pile interactions to calculate p-y curves in pile-supported slopes", *Arab. J. Geosci.*, **9**(1), pp. 1-16 (2015).

3. Erfani Joorabchi, A., Liang, R.Y., Li, L. and et al. "Yield acceleration and permanent displacement of a slope reinforced with a row of drilled shafts", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **57**, pp. 68-77 (2014).
4. Nian, T.K., Jiang, J.C., Wang F.W. and et al. "Seismic stability analysis of slope reinforced with a row of piles", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **84**, pp. 83-93 (2016).
5. Li, X., He, S. and Wu, Y. "Seismic displacement of slopes reinforced with piles", *J. Geotech. Geoenviron. Eng., ASCE*, **136**(6), pp. 880-884 (2010).
6. Ashour, M. and Ardalan, H. "Analysis of pile stabilized slopes based on soil-pile interaction", *Comput. Geotech.*, **39**, pp. 85-97 (2012).
7. Al-Defae, A.H. and Knappett, J.A. "Centrifuge modeling of the seismic performance of pile-reinforced slopes", *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, **140**(6), pp. 1-16 (2014).
8. Yu, Y.-Zh., Deng, L.-J., Sun, X. and et al. "Centrifuge modelling of dynamic behavior of pile-reinforced slopes during earthquakes", *J. Central South Univ. Technol*, **17**(5), pp. 1070-1078 (2010).
9. Newmark, N.M. "Effect of earthquakes on dams and embankments", *Geotechnique*, **15**(2), pp.139-159 (1965).
10. Al-Defae, A.H. and Knappett, J.A. "Newmark sliding block model for pile-reinforced slopes under earthquake loading", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **75**, pp. 265-278 (2015).
11. Ozden, G. and Akdag, C.T. "Lateral load response of steel fiber reinforced concrete model piles in cohesionless soil", *Construction and Building Materials*, **23**(2), pp. 785-794 (2009).
12. Zhang, L. "Nonlinear analysis of laterally loaded rigid piles in cohesionless soil", *J. Comp. and Geotech.*, **36**(5), pp. 718-724 (2009).
13. Muthukkumaran, K., Sundaravadevelu, R. and Gandhi, S.R. "Effect of slope on p-y curves Due to surcharge load", *J. soils and Foundations, Japanese Geotechnical Society*, **48**(3), pp. 353-361 (2008).
14. Kondner, R.L. "Hyperbolic stress-strain response: Cohesive 115-144 soils", *J. Soil Mech. and Fund. Div., ASCE*, **89**(1), pp. (1963).
15. Mezazigh, S. and Levacher, D. "Laterally loaded piles in sand: Slope effect on P.Y reaction curves", *Can. Geotech. J., NRC Canada*, **35**(3), pp. 433-441 (1998).
16. Chae, K.S., Ugai, K. and Wakai, A. "Lateral resistance of short single piles and pile groups located near slopes", *Int. J. Geomech., ASCE*, **4**(2), pp. 93-103 (2004).
17. Sawant, V.A. and Shukla, S.K. "Finite element analysis for laterally loaded piles in sloping ground", *Coupled Systems Mechanics*, **1**(1), pp. 59-78 (2012).
18. Heidari, M., El Naggar, M.H., Jahanandish, M. and et al. "Generalized cyclic p-y curve modeling for analysis of laterally loaded piles", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **63**, pp. 138-149 (2014).
19. Kim, Y. and Jeong, S. "Analysis of soil resistance on laterally loaded piles based on 3D soil-pile interaction", *J. Comp. and Geotech.*, **38**(2), pp. 248-257 (2011).
20. Murchison, J.M. and O'Neill, M.W. "Evaluation of p-y relationships in cohesionless soil", In: *Analysis and Design of Pile Foundations*, New York: ASCE, pp. 174-191 (1984).
21. API. "Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms", API-RP2A-WSD, Washington, DC, American Petroleum Institute (API) (1993).
22. Al-Defae, A.H., Caucis, K. and Knappett, J.A. "After-shocks and the whole-life seismic performance of granular slopes", *Gotechnique*, **63**(14), pp. 1230-1244 (2013).
23. Ng, W.W.C., Wei, J., Poulos, H. and et al. "Effects of multipropped excavation on an adjacent floating pile", *J. Geotech. Geoenviron. Eng., ASCE*, **143**(7) (2017).