

مدل سازی میرایی رایلی و توابع شکل شعاعی مختلف در ساختارهای متخلخل با استفاده از روش بدون شبکه تحت بارهای دینامیکی

حمیدرضا کاظمی (دانشجوی دکتری)

فرزاد شهبان* (استاد)

سیده محمود حسینی (استاد)

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

مهندسی عمران شریف، تابستان (۱۳۹۱)
دوره ۲-۱۳۶، شماره ۱/۲، ص. ۲۷-۳۵

کاربرد زیاد مواد متخلخل در بسیاری از شاخه های مهندسی سبب شده است که پژوهشگران مطالعاتی در زمینه تحلیل استاتیکی و دینامیکی در سازه ها و محیط های متخلخل انجام دهند. تحلیل سازه های مذکور به سبب پیچیدگی معادله های دیفرانسیل حاکم بر آن ها به روش های عددی امکان پذیر است. یکی از روش های عددی نوین که در دهه های اخیر به آن توجه شده است، روش بدون شبکه است. نوع تابع شکل انتخابی از ویژگی های تأثیرگذار در نتایج در روش بدون شبکه است. از این رو، انواع توابع شکل بر روی ستونی از ساختارهای متخلخل بررسی و تابع شکل مناسب برای تحلیل انتخاب شده است. در نظر گرفتن اثر میرایی در مدل سازی تحلیل های دینامیکی، امری اجتناب ناپذیر است. از این رو به مدل سازی تأثیر میرایی در قسمت جامد در رفتار جابه جایی و تنش ایجاد شده در سازه های متخلخل اشاره شده است. مطابق نتایج به دست آمده، در نسبت میرایی های متداول برای قسمت جامد مواد متخلخل، با افزایش نسبت میرایی ذکر شده، دامنه ارتعاش جابه جایی و تنش کاهش می یابد و مشخص می شود که زمان تناوب ارتعاش رفتار دینامیکی مواد متخلخل، مستقل از نسبت میرایی قسمت جامد است.

واژگان کلیدی: تابع شکل شعاعی، مواد متخلخل، میرایی رایلی، روش بدون شبکه، بارهای دینامیکی.

۱. مقدمه

برای نخستین بار، ترزاگی،^[۱] نظریه ی تحکیم مواد متخلخل اشباع را ارائه کرده است که مبنای مطالعات در خصوص رفتار مواد متخلخل بوده است. سال ها بعد، بر پایه ی مطالعات ترزاگی، بیوت،^[۲] ضمن گسترش رابطه های مواد متخلخل اشباع، نظریه ی انتشار امواج کشسان در محیط های متخلخل را ارائه کرد. کاربرد زیاد مواد متخلخل در بسیاری از شاخه های مهندسی سبب شده است که پژوهشگران در زمینه ی تحلیل استاتیکی و دینامیکی تنش و کرنش در سازه ها و محیط های متخلخل پژوهش هایی انجام دهند.^[۳] مطابق مطالعات چنگ و همکاران (۱۹۹۱)،^[۴] تحلیل این گونه سازه ها به سبب پیچیدگی معادله های دیفرانسیل تعادل حاکم بر آن ها به روش های عددی امکان پذیر است. شانز^[۵] (۲۰۰۹)،^[۶] تاریخچه ی مختصری از

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۷/۳/۵، اصلاحیه ۱۳۹۷/۵/۲۰، پذیرش ۱۳۹۷/۸/۲۲

DOI:10.24200/J30.2018.50810.2354

hamidrezakazemi29@yahoo.com
shaha bf@um.ac.ir
sm_hosseini@um.ac.ir

رابطه های مواد متخلخل و مقایسه بین روش های مختلف عددی ارائه داده است. یکی از روش های عددی نوین که در دهه های اخیر به آن توجه شده است، روش بدون شبکه است. اسلادک^۳ و همکاران (۲۰۱۳)،^[۷] کاربردهای روش بدون شبکه را در حل مسائل مختلف مهندسی و سایر علوم ارائه داده اند. اسلادک و همکاران،^[۸] با استفاده از روش بدون شبکه، مسائل دارای تقارن محوری مواد متخلخل اشباع پیوسته و ناهمگن و همچنین آثار تغییرات سختی و نفوذپذیری مواد در پاسخ های جابه جایی، تنش ها و فشار منفذی در مواد متخلخل را بررسی کرده اند. کاظمی و همکاران (۲۰۱۷)،^[۱۰] نیز با استفاده از روش بدون شبکه به تحلیل احتمالاتی سازه های ساخته شده از مواد متخلخل تحت بار دینامیکی پرداخته اند.

یکی از ویژگی های مهم روش بدون شبکه، استفاده از توابع شکل است که منجر به ایجاد رویکردهای مختلف در روش بدون شبکه شده است. برای تولید توابع شکل، روش هایی از جمله کمینه ی مربعات متحرک^۴،^[۱۱] کریگینگ محلی^۵،^[۱۲]

درون‌یابی همسایگی طبیعی^{۶، ۱۳} و درون‌یابی نقاط شعاعی^{۷، ۱۴} وجود دارد. در

پژوهش حاضر، برای تولید تابع شکل از روش درون‌یابی نقاط شعاعی استفاده شده است. با استفاده از روش درون‌یابی نقاط شعاعی، برای هر نوع توزیع دلخواه گره‌ی متفاوت، ماتریس ضرایب تابع شکل وارون‌پذیر و همچنین ویژگی مجموع واحد و تابع دلتای کرونگر ارضاء می‌شود.^{۱۵} توابع MQ^{۸، ۱۶}، EXP^{۹، ۱۷}، TPS^{۱۰، ۱۸}، Log^{۱۱، ۱۹} چند نمونه از توابع شکل شعاعی پرکاربرد از روش درون‌یابی نقاط هستند. در پژوهش حاضر، با استفاده از نتایج تحلیل دقیق برای ستونی از مواد متخلخل، انتخاب مناسب‌ترین تابع شکل شعاعی در روش بدون شبکه ارزیابی و نتیجه‌گیری شده است که تابع شکل شعاع MQ، بهترین تطبیق با نتایج تحلیلی را دارد. یکی از مهم‌ترین کاستی‌های پژوهش‌های انجام شده بر روی ساختارهای متخلخل، در نظر نگرفتن اثر میرایی قسمت جامد در تحلیل‌های دینامیکی است. از این رو، میرایی براساس مفاهیم میرایی رابلی مدل‌سازی شده است. مطابق نتایج به‌دست آمده، در نسبت میرایی‌های متداول قسمت جامد، با افزایش نسبت میرایی، دامنه ارتعاش جابه‌جایی و تنش کاهش یافته و مشخص شده است که زمان تناوب ارتعاش رفتار دینامیکی مواد متخلخل، مستقل از نسبت میرایی است.

۲. رابطه‌ی بین تنش و کرنش در مواد متخلخل

مواد متخلخل متشکل از دو بخش جامد و مایع است. در نوشتار حاضر، برای برابری معادله‌ی تعادل از روش مبتنی بر جابه‌جایی‌های قسمت جامد و مایع معرفی شده توسط بیوت (۱۹۵۶)^{۲۱} استفاده شده است. برای مسائل متقارن محوری در مواد متخلخل از مختصات استوانه‌یی (r, θ, z) با محور تقارن z استفاده می‌شود. بنا بر تقارن در مختصات استوانه‌یی، مؤلفه‌های مماسی جابه‌جایی صفر خواهند شد و تمام متغیرهای مواد از مختصه‌ی زاویه‌ی θ مستقل خواهند بود. بر این مبنا مجهولات مطابق رابطه‌ی ۱، جابه‌جایی محوری (پایین‌نویس r) و جابه‌جایی شعاعی (پایین‌نویس z) برای قسمت جامد (بالانویس s) و مایع (بالانویس f) خواهند بود.

$$\{u\} = \{u_r^s, u_z^s, u_r^f, u_z^f\} \quad (۱)$$

برای مختصات استوانه‌یی، تنش‌های غیرصفر مطابق رابطه‌ی ۲ از جمع تنش‌های قسمت جامد در رابطه‌ی ۳ و تنش‌های قسمت مایع در رابطه‌ی ۴ به‌دست می‌آیند.^{۲۱} شایان ذکر است، در رابطه‌ی ۲، نماد δ_{ij} ، بیانگر تابع دلتای کرونگر است.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^s + \delta_{ij} \sigma^f \quad (۲)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr}^s \\ \sigma_{\theta\theta}^s \\ \sigma_{zz}^s \\ \sigma_{rz}^s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^s \\ \varepsilon_{\theta\theta}^s \\ \varepsilon_{zz}^s \\ \varepsilon_{rz}^s \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} Q \\ Q \\ Q \\ 0 \end{bmatrix} (\varepsilon_{kk}^f) \quad (۳)$$

$$\sigma^f = [Q \ Q \ Q] \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^f \\ \varepsilon_{\theta\theta}^f \\ \varepsilon_{zz}^f \end{pmatrix} + [R \ R \ R] \begin{pmatrix} \varepsilon_{rz}^f \\ \varepsilon_{\theta\theta}^f \\ \varepsilon_{zz}^f \end{pmatrix} \quad (۴)$$

در رابطه‌های ۳ و ۴، ضرایب‌های $\{c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{22}\}$ به‌صورت رابطه‌های ۵ الی ۷

تعریف می‌شوند:

$$c_{11} = \frac{4}{3}G + K + \frac{Q^r}{R} \quad (۵)$$

$$c_{12} = c_{13} = K - \frac{2}{3}G + \frac{Q^r}{R} \quad (۶)$$

$$c_{22} = G \quad (۷)$$

در رابطه‌های اخیر فرض شده است که بخش جامد مواد متخلخل به‌صورت همسانگرد با ضریب حجمی K و ضریب برشی G باشد. پارامترهای Q و R ، آثار اندرکنش بین جامد و مایع هستند که براساس مطالعات دوتورنی و چنگ^{۱۲، ۲۰} (۱۹۹۳) به‌دست می‌آیند. می‌توان، کرنش‌های غیرصفر را به‌صورت ماتریسی در رابطه‌های ۸ و ۹ نوشت.^{۲۱}

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^f \\ \varepsilon_{\theta\theta}^f \\ \varepsilon_{zz}^f \\ \varepsilon_{kk}^f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} & \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_r^s \\ u_z^s \\ u_r^f \\ u_z^f \end{pmatrix} \quad (۸)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^s \\ \varepsilon_{\theta\theta}^s \\ \varepsilon_{zz}^s \\ \varepsilon_{rz}^s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_r^s \\ u_z^s \\ u_r^f \\ u_z^f \end{pmatrix} \quad (۹)$$

به علت عدم دسترسی به مقدار دقیق تابع جابه‌جایی، مقادیر مذکور بر حسب مقادیر گره‌یی با استفاده از توابع شکل تخمین زده می‌شوند (رابطه‌ی ۱۰).^{۲۱} در پژوهش حاضر، از یک نوع تابع شکل پایه‌ی شعاعی برای تخمین هر دو جابه‌جایی محوری و شعاعی استفاده شده است.

$$\begin{pmatrix} u_r^s \\ u_z^s \\ u_r^f \\ u_z^f \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{pmatrix} \phi_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_i \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_{ri}^s \\ u_{zi}^s \\ u_{ri}^f \\ u_{zi}^f \end{pmatrix} = \phi_i \times u_i \quad (۱۰)$$

که در آن، ϕ_i ماتریس تابع شکل، n تعداد گره‌های میدانی و بردار u_i جابه‌جایی نقطه‌های میدانی هستند. با جای‌گذاری رابطه‌ی ۱۰ در رابطه‌های ۸ و ۹، می‌توان کرنش‌ها را بر حسب توابع شکل و جابه‌جایی نقطه‌های میدانی در رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ نوشت:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^s \\ \varepsilon_{\theta\theta}^s \\ \varepsilon_{zz}^s \\ \varepsilon_{rz}^s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\phi_i}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & 0 & 0 \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & \frac{\partial \phi_i}{\partial r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} u_{ri}^s \\ u_{zi}^s \\ u_{ri}^f \\ u_{zi}^f \end{pmatrix} \quad (۱۱)$$

$$(\varepsilon_{kk}^f) = \left(0 \quad 0 \quad \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \quad \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right) \times \begin{pmatrix} u_{ri}^s \\ u_{zi}^s \\ u_{ri}^f \\ u_{zi}^f \end{pmatrix} \quad (۱۲)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr}^s \\ \sigma_{\theta\theta}^s \\ \sigma_{zz}^s \\ \sigma_{rz}^s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{12} \frac{\phi_i}{r} & c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & Q(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \\ c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{11} \frac{\phi_i}{r} & c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & Q(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \\ c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{11} \frac{\phi_i}{r} & c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & Q(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \\ c_{22} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & c_{22} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} & \circ & \circ \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_{ri}^s \\ u_{zi}^s \\ u_{ri}^f \\ u_{zi}^f \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{rz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{12} \frac{\phi_i}{r} + Q(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & (R+Q)(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & (R+Q) \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \\ c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{11} \frac{\phi_i}{r} + Q(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & (R+Q)(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & (R+Q) \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \\ c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{11} \frac{\phi_i}{r} + Q(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & (R+Q)(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & (R+Q) \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \\ c_{22} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & c_{22} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} & \circ & \circ \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{ri}^s \\ u_{zi}^s \\ u_{ri}^f \\ u_{zi}^f \end{Bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & + \int_{\Omega_q} \rho_f \varphi \ddot{u}_r^f(r, z, \tau) r d\Omega_q \\ & = - \int_{\Gamma_{qt}} r(\sigma_{rr} n_r + \sigma_{rz} n_z) d\Gamma \\ & \int_{\Gamma_{qi} + \Gamma_{qu}} r(\sigma_{zr} n_r + \sigma_{zz} n_z) d\Gamma \\ & - \int_{\Omega_q} (\lambda - \varphi) \rho_s \ddot{u}_z^s(r, z, \tau) r d\Omega_q \\ & + \int_{\Omega_q} \rho_f \varphi \ddot{u}_z^f(r, z, \tau) r d\Omega_q \\ & = - \int_{\Gamma_{qt}} r(\sigma_{rr} n_r + \sigma_{rz} n_z) d\Gamma \\ & \int_{\Gamma_{qi} + \Gamma_{qu}} r \sigma^f n_r d\Gamma - \int_{\Omega_q} \varphi_f d\Omega_q \\ & - \int_{\Omega_q} \varphi \rho_f \ddot{u}_r^f(r, z, \tau) r d\Omega_q \\ & - \int_{\Omega_q} \rho_A [\ddot{u}_r^f(r, z, \tau) - \ddot{u}_r^s(r, z, \tau)] r d\Omega_q \\ & - \int_{\Omega_{qt}} \frac{\varphi^T}{\kappa} [\dot{u}_r^f(r, z, \tau) - \dot{u}_r^s(r, z, \tau)] r d\Omega_q \\ & = - \int_{\Gamma_{qt}} r \sigma^f n_r d\Gamma \\ & \int_{\Gamma_{qi} + \Gamma_{qu}} r \sigma^f n_z d\Gamma - \int_{\Omega_q} \varphi \rho_f \ddot{u}_z^f(r, z, \tau) r d\Omega_q \\ & - \int_{\Omega_q} \rho_A [\ddot{u}_z^f(r, z, \tau) - \ddot{u}_z^s(r, z, \tau)] r d\Omega_q \\ & - \int_{\Omega_q} \frac{\varphi^T}{\kappa} [\dot{u}_z^f(r, z, \tau) - \dot{u}_z^s(r, z, \tau)] r d\Omega_q \\ & = - \int_{\Gamma_{qt}} r \sigma^f n_z d\Gamma \end{aligned} \quad (16)$$

حال با جای‌گذاری رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ در تعریف ارائه شده برای تنش قسمت جامد در رابطه ۳، تنش قسمت جامد بر حسب جابه‌جایی‌ها مطابق رابطه ۱۳ به دست می‌آید. همچنین تنش قسمت مایع با جای‌گذاری رابطه ۱۱ در رابطه ۴، بر حسب توابع شکل و جابه‌جایی‌های گریبی مطابق رابطه ۱۴ بازنویسی می‌شود. همان‌طور که در رابطه ۲ عنوان شد، تنش در مواد متخلخل حاصل برهم‌نهی تنش قسمت جامد و مایع است. بر این اساس و مطابق رابطه ۱۵، ماتریس ضرایب ارائه شده بین تنش و جابه‌جایی، $[K]$ نامیده می‌شود.

$$\begin{pmatrix} \sigma^f \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & R(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r}) & R \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_{ri}^s \\ u_{zi}^s \\ u_{ri}^f \\ u_{zi}^f \end{Bmatrix} \quad (14)$$

۳. معادله‌های حاکم برای مواد متخلخل

برای استخراج معادله‌های حاکم برای مواد متخلخل بر مبنای توازن اندازه‌ی حرکت با در نظر نگرفتن نیروهای حجمی در مختصات استوانه‌یی از روش بدون شبکه استفاده شده است. در پژوهش حاضر، از تابع وزنی هویساید به‌عنوان تابع وزنی در روش بدون شبکه استفاده شده است. با اعمال نظریه‌ی دیورژانس گوس بر روی معادله‌های حاکم، مشتق‌های نسبی توابع تنش تبدیل به مشتق‌های نسبی از توابع وزنی می‌شوند. از آنجا که مشتق تابع وزنی هویساید برابر صفر است، معادله‌های حاکم را می‌توان به صورت رابطه‌های ۱۶ الی ۱۹ نوشت.^[۸] در رابطه‌های اخیر، r مقدار مؤلفه‌ی شعاعی در مختصات استوانه‌یی و n_r و n_z به ترتیب تصویر بردار یک‌ه‌ی عمود بر سطح مرز ناحیه‌ی انتگرال‌گیری در راستای r و z است.

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma_{qi} + \Gamma_{qu}} r(\sigma_{rr} n_r + \sigma_{rz} n_z) d\Gamma + \int_{\Omega_q} -\sigma_{\theta\theta} d\Omega_q \\ & - \int_{\Omega_q} (\lambda - \varphi) \rho_s \ddot{u}_r^s(r, z, \tau) r d\Omega_q \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 [K] &= [K]_{\Gamma_{qi} + \Gamma_{qu}} + [K]_{\Omega_q} \\
 &= \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & rn_r \left\{ (R+Q) \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) \right\} & rn_r \left\{ (R+Q) \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right\} \\
 k_{11} & k_{12} & rn_z \left\{ (R+Q) \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) \right\} & rn_z \left\{ (R+Q) \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right\} \\
 rn_r Q \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) & rn_r Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & rn_r R \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) & rn_r R \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \\
 rn_z Q \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) & rn_z Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & rn_z R \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) & rn_z R \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \end{bmatrix}_{\Gamma_{qi} + \Gamma_{qu}} \\
 + \begin{bmatrix} - \left\{ c_{1r} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{1z} \frac{\phi_i}{r} + Q \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) \right\} & - \left\{ c_{1r} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right\} & - \left\{ (R+Q) \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) \right\} & - \left\{ (R+Q) \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right\} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 -Q \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) & Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} & R \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) & R \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{\Omega_q} \quad (23)
 \end{aligned}$$

گروهی به دست می‌آید:

$$[M]\{\Delta \ddot{u}\} + [C]\{\Delta \dot{u}\} + [K]\{\Delta u\} = \{\Delta P\} \quad (22)$$

که در آن، بردارهای $\{\Delta \ddot{u}\}$ ، $\{\Delta \dot{u}\}$ ، $\{\Delta u\}$ ، $\{\Delta P\}$ به ترتیب بردارهای نمودی شتاب، سرعت، جابه‌جایی، و نیروهای خارجی گروهی سازه را تشکیل می‌دهند. همچنین ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی مماسی به ترتیب با $[M]$ ، $[C]$ و $[K]$ نشان داده شده‌اند. با استفاده از رابطه‌ی ۱۵ به کمک ماتریس $[K]$ تنش‌ها بر حسب جابه‌جایی‌های نقاط میدانی جایگزین خواهند شد. همان‌طور که عنوان شد، ضرایب بردار جابه‌جایی به عنوان ماتریس سختی $[k]$ شناخته خواهند شد. بدین ترتیب ماتریس سختی $[K]$ به قرار رابطه‌های ۲۳ الی ۲۷ روی مرز و دامنه تعریف می‌شود. همچنین بر مبنای معادله‌های ذکر شده، ماتریس جرم $[M]$ و میرایی $[C]$ به ترتیب به صورت رابطه‌های ۲۸ و ۲۹ حاصل می‌شوند. در پژوهش حاضر، از روش نیومارک برای تحلیل دینامیکی استفاده شده است. که در آن، پارامترهای k_{11} ، k_{12} ، k_{21} ، k_{22} ، $[M]$ ، $[C]$ از روابط ۲۴ الی ۲۹ به دست می‌آیند:

$$k_{11} = rn_r \left\{ c_{11} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{12} \frac{\phi_i}{r} + Q \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) \right\} + rn_z c_{22} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \quad (24)$$

$$k_{21} = rn_z \left\{ c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} + c_{11} \frac{\phi_i}{r} + Q \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} + \frac{\phi_i}{r} \right) \right\} + rn_r c_{22} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \quad (25)$$

$$k_{12} = rn_r \left\{ c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right\} + rn_z c_{22} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} \quad (26)$$

$$k_{22} = rn_z \left\{ c_{12} \frac{\partial \phi_i}{\partial z} + Q \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right\} + rn_r c_{22} \frac{\partial \phi_i}{\partial r} \quad (27)$$

$$[M] = \begin{bmatrix} -(\lambda - \varphi)\rho_s & \circ & \rho_f \varphi & \circ \\ \circ & -(\lambda - \varphi)\rho_s & \circ & \rho_f \varphi \\ \rho_A & \circ & -\rho_f \varphi - \rho_A & \circ \\ \circ & -\rho_f & \circ & \rho_f \varphi - \rho_A \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ \\ \frac{\varphi}{\kappa} & \circ & -\frac{\varphi}{\kappa} & \circ \\ \circ & \frac{\varphi}{\kappa} & \circ & -\frac{\varphi}{\kappa} \end{bmatrix} \quad (29)$$

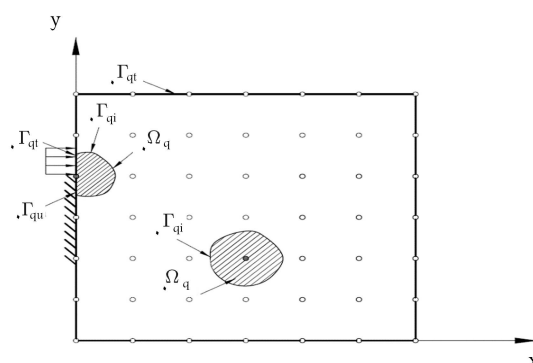
که در آن‌ها، پارامترهای φ ، α و κ به ترتیب نسبت تخلخل، ضریب تنش مؤثر بیوت و میزان نفوذپذیری را نشان می‌دهند. ρ_s چگالی جرم قسمت جامد، ρ_f چگالی جرم قسمت مایع و ρ_A چگالی جرم ظاهری است که براساس مطالعات شانز (۲۰۰۹)، [۶] با استفاده از رابطه‌ی ۲۰ تعریف می‌شود که در آن پارامتر c_n به هندسه‌ی فضا‌های خالی و بسامد تحریک وابسته است. در پژوهش حاضر، براساس مطالعات بونت و آریالت (۱۹۸۵)، [۲۲] مقدار پارامتر مذکور برابر با ۰٫۶۶ در نظر گرفته شده است.

$$\rho_A = c_n \varphi \rho_f \quad (20)$$

برای یافتن ۴ مجهول رابطه‌ی ۱، ۴ معادله‌ی دیفرانسیل با مشتق‌های نسبی به دست می‌آیند. در رابطه‌های اخیر، Γ_q مرزهای دامنه‌ی تحت پوشش Ω_q است. همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، در حالت کلی، مرز Γ_q مربوط به زیردامنه‌ی محلی Ω_q مطابق رابطه‌ی ۲۱ می‌تواند از ۳ بخش تشکیل شود.

$$\Gamma_q = \Gamma_{qi} \cup \Gamma_{qu} \cup \Gamma_{qt} \quad (21)$$

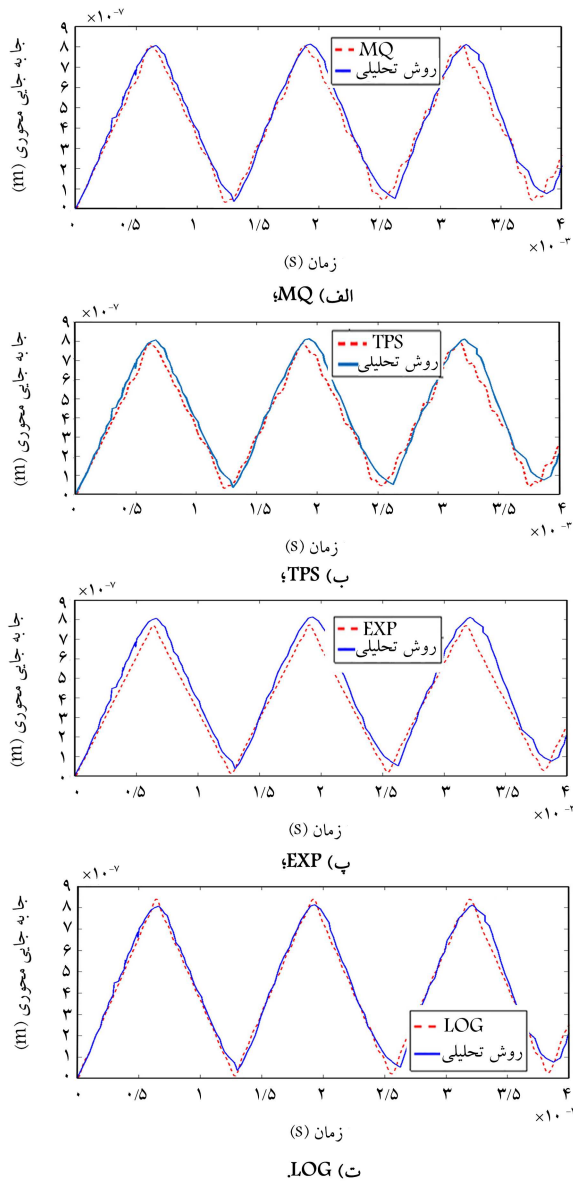
که در آن، Γ_{qi} بخش داخلی مرز زیردامنه‌ی محلی است که با مرز کلی مسئله تداخل ندارد. Γ_{qu} و Γ_{qt} بخش‌هایی از مرز زیردامنه‌ی محلی هستند که بر روی مرز کلی مسئله واقع شده‌اند و بر روی آن‌ها به ترتیب، شرایط مرزی اساسی (جابه‌جایی) و طبیعی (نیرویی) تعریف می‌شوند. [۲۳] با گسسته‌سازی رابطه‌های تعادل دینامیکی در دامنه‌ی مسئله، معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه‌ی دو مطابق رابطه‌ی ۲۲ بر حسب متغیرهای



شکل ۱. تعریف دامنه و مرزهای مسئله با شرایط مرزی مختلف در روش بدون شبکه. [۲۳]

جدول ۱. انواع تابع‌های شکل شعاعی پرکاربرد در روش بدون شبکه. [۲۳]

عنوان تابع پایه‌ی شعاعی	رابطه‌ی ریاضی	پارامترها
Multiquadrics (MQ)	$R_i(\mathbf{x}) = (r_i^q + C^q)^q$	C, q
Gaussian (EXP)	$R_i(\mathbf{x}) = \exp(-cr_i^q)$	c
Thinplatespline (TPS)	$R_i(\mathbf{x}) = r_i^\eta$	η
Logarithmic (LOG)	$R_i(\mathbf{x}) = r_i^\eta \log r_i$	η



شکل ۳. مقایسه‌ی تاریخچه‌ی زمانی جابه‌جایی محوری در نقطه‌ی میانی سطح بالایی حاصل از روش بدون شبکه با تابع‌های شکل مختلف با روش تحلیلی.

مقایسه شده‌اند. به‌منظور تعیین مناسب‌ترین تابع شکل، بیشینه‌ی جابه‌جایی محوری در روش بدون شبکه و روش تحلیلی در عمق‌های مختلف از استوانه‌ی ساخته شده از مواد متخلخل در جدول ۲ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای به دست آوردن میزان خطای ایجاد شده در هر روش از رابطه‌ی ۳۲ استفاده شده است. بر این اساس، در جدول ۳ و شکل ۴، میزان درصد خطای جابه‌جایی محوری در روش بدون شبکه

۴. راستی آزمایی و انتخاب تابع شکل مناسب

به منظور راستی‌آزمایی برنامه‌ی نوشته شده، از یک استوانه‌ی معرفی شده در نوشتار اسلادک و همکاران (۲۰۱۴) [۸] و ساخته شده از مواد متخلخل اشباع استفاده شده است که در شکل ۲، نمایی از آن مشاهده می‌شود (مقدار ارتفاع و شعاع استوانه برابر ۱ متر است).

سطح جانبی و سطح پایینی استوانه، نفوذناپذیر و جابه‌جایی‌های قائم در سطح ذکرشده، صفر در نظر گرفته شده است. در سطح بالایی، امکان نفوذپذیری وجود دارد و تنش محوری مطابق با رابطه‌ی ۳۰ به سطح بالایی اعمال شده است.

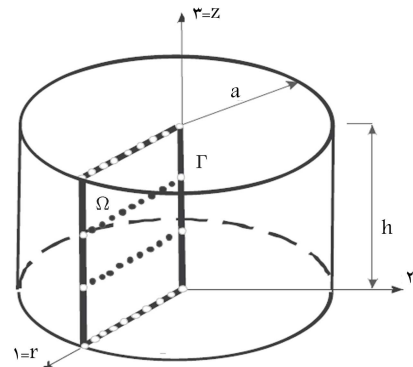
$$\sigma_{zz}(t) = -10^4 (Pa) \quad (30)$$

درجه‌های آزادی برای راستی‌آزمایی مذکور، جابه‌جایی‌های بخش جامد u^e و بخش مایع w^f در نظر گرفته شده است. با توجه به وجود تقارن محوری برای مثال ذکر شده می‌توان از حل تحلیلی استفاده کرد. حل تحلیلی برای استوانه‌ی معرفی شده ساخته شده از مواد متخلخل کشسان به کمک تبدیلات لاپلاس در نوشتار اسلادک و همکاران (۲۰۱۴) [۸] ارائه شده است. برای مثال حاضر، از نوع خاصی از مواد متخلخل با نام بریا^{۱۳} با مشخصات رابطه‌ی ۳۱ استفاده شده است. همچنین در مثال حاضر، فرض بر اشباع بودن مواد متخلخل است.

$$\begin{aligned} K &= 1.7 \times 10^9 (N/m^2) \\ G &= 6.7 \times 10^8 (N/m^2) \\ R &= 4.7 \times 10^8 (N/m^2) \\ Q &= 1.511 \times 10^8 (N/m^2) \\ \kappa &= 1.9 \times 10^{10} (m^2/Ns) \\ \rho_s &= 2800 (kg/m^3), \alpha = 0.18, \phi = 0.19 \\ \rho_f &= 1000 (kg/m^3), \rho_A = 0.66 \phi \rho_f \end{aligned} \quad (31)$$

نوع تابع شکل انتخابی، اثر مستقیمی در نتیجه‌های حاصل از روش بدون شبکه می‌گذارد. در ادامه، به‌منظور تعیین مناسب‌ترین تابع شکل شعاعی در تحلیل مواد متخلخل، انواع تابع‌های شکل شعاعی پرکاربرد در روش بدون شبکه، که در جدول ۱ ارائه شده است، بررسی شده است.

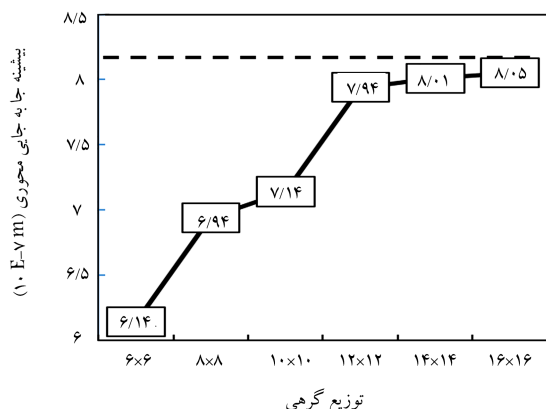
تاریخچه‌ی زمانی جابه‌جایی محوری در نقطه‌ی میانی سطح بالایی حاصل از روش بدون شبکه با تابع‌های شکل مختلف با روش تحلیلی در شکل ۳ با یکدیگر



شکل ۲. نمونه‌ی استوانه‌ی ساخته شده از مواد متخلخل برای راستی‌آزمایی. [۸]

جدول ۴. درصد اختلاف بیشینه‌ی جابه‌جایی محوری در نقطه‌ی میانی سطح بالایی حاصل از روش بدون شبکه با توزیع‌های مختلف نقاط گره‌ی نسبت به تحلیل دقیق.

توزیع گره‌ی	بیشینه‌ی جابه‌جایی محوری ($10^{-7}m$)	درصد اختلاف (%)
۶ × ۶	۶٫۱۴	۲۴٫۶۵
۸ × ۸	۶٫۹۴	۱۴٫۸۰
۱۰ × ۱۰	۷٫۱۴	۱۲٫۳۴
۱۲ × ۱۲	۷٫۹۴	۲٫۵۲
۱۴ × ۱۴	۸٫۰۱	۱٫۶۶
۱۶ × ۱۶	۸٫۰۵	۱٫۲۱



شکل ۵. مقایسه‌ی بیشینه‌ی جابه‌جایی محوری در نقطه‌ی میانی سطح بالایی حاصل از روش بدون شبکه با توزیع‌های مختلف نقاط گره‌ی با تحلیل دقیق.

بررسی و بیشینه‌ی جابه‌جایی محوری با توزیع‌های مختلف گره‌ی در مقابل تحلیل دقیق مشاهده می‌شود. که مطابق این شکل استفاده از توزیع گره‌ی ۱۵ × ۱۵ برای راستی‌آزمایی دقت قابل قبولی خواهد داشت.

۶. مدل‌سازی میرایی در مواد متخلخل

خاصیت میرایی، در تحلیل دینامیکی سازه‌ها، اهمیت بسیاری دارد. یکی از پرکاربردترین روش‌های در نظر گرفتن میرایی در تحلیل دینامیکی، استفاده از میرایی رایلی است که در آن ماتریس میرایی به صورت ضریبی از ماتریس سختی و ماتریس جرم مطابق رابطه‌ی ۳۳ بیان می‌شود: [۲۴]

$$[C'] = a[M] + b[K] \quad (33)$$

که در آن، a و b ضرایب ثابت به ترتیب با واحدهای s^{-1} و s هستند. استفاده از ماتریس میرایی به فرم رابطه‌ی ۳۳ این مزیت را دارد که شرط تعامد در ماتریس میرایی برآورده می‌شود. مطابق روش مذکور، نسبت میرایی (نسبت میرایی مود به میرایی بحرانی) برای هر مود به صورت رابطه‌ی ۳۴ تعریف می‌شود: [۲۴]

$$\xi_m = \frac{a}{2\omega_m} + \frac{b\omega_m}{2} \quad (34)$$

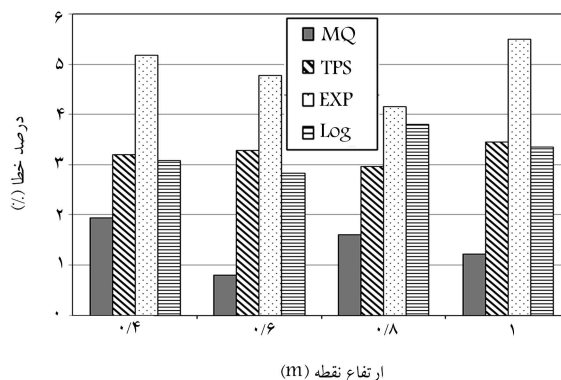
که در آن، ω_m بسامد طبیعی m امین مود است. ضرایب a و b در روش رایلی، با انتخاب نسبت میرایی دو مود i و j به ترتیب برابر با ξ_i و ξ_j و استفاده از رابطه‌ی

جدول ۲. بیشینه‌ی جابه‌جایی محوری در روش بدون شبکه و روش دقیق تحلیلی.

ارتفاع نقطه (m)	روش تحلیلی	MQ	TPS	EXP	LOG
۰٫۴	۳٫۳۹۹	۳٫۳۳۳	۳٫۲۸۲	۳٫۲۱۲	۳٫۵۱۳
۰٫۶	۵٫۰۳۱	۴٫۹۹۱	۴٫۸۸۲	۴٫۸۲۲	۵٫۲۲۲
۰٫۸	۶٫۶۷۲	۶٫۵۶۵	۶٫۴۵۳	۶٫۳۵۳	۶٫۸۶۱
۱	۸٫۱۴۶	۸٫۰۴۷	۷٫۸۸۶	۷٫۷۲۵	۸٫۳۹۷

جدول ۳. درصد خطای بیشینه جابه‌جایی محوری در روش بدون شبکه.

ارتفاع نقطه (m)	MQ	TPS	EXP	LOG
۰٫۴	۱٫۹۴	۳٫۴۴	۵٫۵۱	۳٫۳۵
۰٫۶	۰٫۷۹	۲٫۹۶	۴٫۱۵	۳٫۷۹
۰٫۸	۱٫۶۰	۳٫۲۸	۴٫۷۸	۲٫۸۳
۱	۱٫۲۱	۳٫۱۹	۵٫۱۷	۳٫۰۸



شکل ۴. درصد خطای بیشینه‌ی جابه‌جایی محوری در روش بدون شبکه با توابع شکل مختلف.

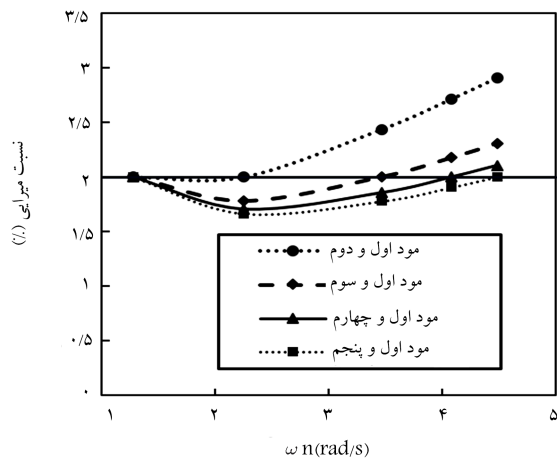
برای ۴ نقطه با توابع شکل مختلف مشاهده می‌شود.

$$e(\%) = \left| \frac{u^{Analytical} - u^{MLPG}}{u^{Analytical}} \right| \times 100 \quad (32)$$

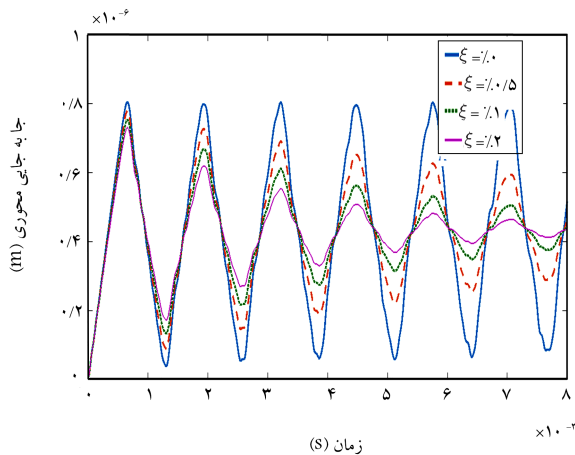
مطابق شکل ۴، هر چهار نوع تابع شکل استفاده شده، دقت قابل قبولی دارند و با استفاده از روش بدون شبکه با دقت بالایی می‌توان رفتار مواد متخلخل را تحلیل کرد. از آنجا که کمترین خطای به دست آمده مربوط به تابع پایه‌ی شعاعی (MQ) است، در پژوهش حاضر، از تابع پایه‌ی شعاعی (MQ) استفاده شده است. لازم به ذکر است که برای بررسی توابع شکل از توزیع نقاط گره‌ی ۱۵ × ۱۵ که دقت کافی برای مثال راستی‌آزمایی دارند، استفاده شده است. در بخش ۵، هم‌گرایی برنامه‌ی نوشته شده بررسی شده است.

۵. بررسی هم‌گرایی برنامه‌ی نوشته شده

به منظور بررسی هم‌گرایی روش بدون شبکه، بیشینه‌ی جابه‌جایی محوری در نقطه‌ی میانی سطح بالایی حاصل از روش بدون شبکه با توزیع‌های مختلف نقاط گره‌ی با تحلیل دقیق در جدول ۴ مقایسه شده است که مطابق آن، توزیع انتخابی دقت قابل قبولی داشته و همچنین هم‌گرایی به دست آمده است. در شکل ۵، روند هم‌گرایی



شکل ۶. بسامد طبیعی سازه در مقابل نسبت میرایی برای انتخاب‌های مود متفاوت.



شکل ۷. تاریخچه‌ی زمانی جابه‌جایی محوری در نقطه‌ی میانی سطح بالایی برای نسبت‌های میرایی مختلف.

۲.۶. بررسی تأثیر میرایی در جابه‌جایی و تنش قسمت جامد

برای بررسی تأثیر میرایی در رفتار دینامیکی جابه‌جایی و تنش قسمت جامد مواد متخلخل، مثال بخش راستی‌آزمایی در نظر گرفته شده است. ماتریس میرایی نهایی از جمع ماتریس میرایی ابتدایی مطابق رابطه ۲۹ و ماتریس میرایی قسمت جامد مطابق رابطه ۳۳ شکل می‌گیرد. در شکل ۷، تاریخچه‌ی زمانی جابه‌جایی محوری در نقطه‌ی میانی سطح بالایی برای نسبت‌های میرایی مختلف مشاهده می‌شود که مطابق آن میرایی قسمت جامد سبب کاهش دامنه‌ی ارتعاش با گذشت زمان شده است، اما در محدوده‌ی نسبت میرایی‌های اعمال شده، تأثیر چندانی در زمان تناوب نوسان نداشته است. در شکل‌های ۸ الی ۱۰، تاریخچه‌ی زمانی تنش محوری در نقطه‌ی میانی استوانه برای نسبت میرایی‌های به ترتیب ۰/۵٪، ۱٪، و ۲٪ مشاهده می‌شود که مطابق آن‌ها، همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش نسبت میرایی در قسمت جامد، دامنه‌ی ارتعاش تنش محوری کاهش یافته است. در انتها، برای بررسی اثر میرایی در قسمت جامد در تنش شعاعی، تاریخچه‌ی زمانی تنش شعاعی در نقطه‌ی میانی استوانه برای نسبت میرایی‌های ۰/۵٪، ۱٪، و ۲٪ در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود که مطابق آن از یک سو، کاهش دامنه‌ی ارتعاش مشهود است و از سوی دیگر، مشخص است که زمان تناوب ارتعاش تنش شعاعی، مانند سایر رفتار دینامیکی مواد متخلخل، مستقل از نسبت میرایی قسمت جامد است.

جدول ۵. بسامدهای طبیعی ۵ مود اول سازه.

شماره‌ی مود	$(\text{rad/sec})\omega_m$
۱	۱,۲۷۶
۲	۲,۲۴۸
۳	۳,۴۶۹
۴	۴,۰۸۳
۵	۴,۴۸۱

جدول ۶. ضرایب روش رایلی در حالت‌های مختلف انتخاب مود.

شماره‌ی مود	a	b
اول - دوم	۰/۰۳۲	۰/۰۱۱
اول - سوم	۰/۰۳۷	۰/۰۰۸
اول - چهارم	۰/۰۳۹	۰/۰۰۷
اول - پنجم	۰/۰۴۰	۰/۰۰۶

۳۴، مطابق رابطه ۳۵ به دست می‌آید:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_i} & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_j} & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a \\ b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (35)$$

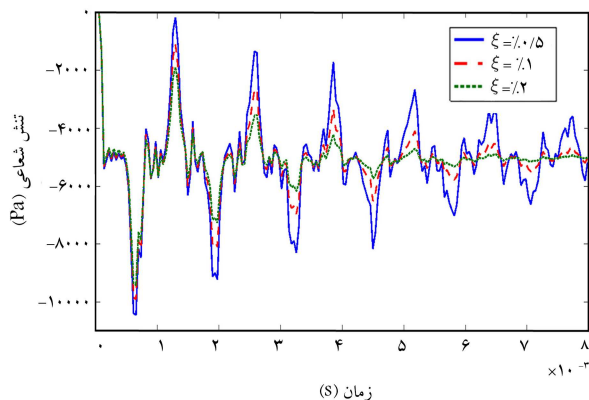
بر مبنای نتایج آزمایشگاهی نسبت میرایی را برای مودهای مختلف می‌توان یکسان و برابر با ξ دانست.^[۲۴] لذا با فرض اخیر، ضرایب a و b از رابطه ۳۶ به دست می‌آیند. حال با داشتن ضرایب a و b و بسامد طبیعی هر مود، نسبت میرایی هر مود توسط رابطه ۳۴ به دست می‌آید، که باید در محدوده‌ی نسبت میرایی انتخابی برای سازه باشد.

$$a = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j}, \quad b = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (36)$$

۱.۶. نحوه‌ی انتخاب دو مود مناسب

برای انتخاب دو مود مناسب در رابطه ۳۵، برای مثال معرفی شده در راستی‌آزمایی مطابق جدول ۵ بسامدهای ۵ مود اول سازه به دست آمده‌اند. برای بررسی انتخاب دو مود مناسب نسبت میرایی سازه برابر با ۲٪ در نظر گرفته شده است. یکی از دو مود انتخابی، مود اول فرض شده است. در این صورت مطابق جدول ۶ مقادیر ضرایب روش رایلی برای انتخاب مود اول - مود دوم، مود اول - مود سوم، مود اول - مود چهارم و مود اول - مود پنجم به دست آمده است.

نمودار بسامد طبیعی سیستم برای نسبت میرایی با انتخاب‌های مود متفاوت در شکل ۶ رسم شده است که مطابق آن، با انتخاب مود اول و مود دوم برای به دست آوردن ضرایب روش رایلی، نسبت میرایی در سایر مودها بیشتر از نسبت میرایی برای سازه شده است. مطابق شکل ۶ مشاهده می‌شود که با انتخاب مود اول و مود چهارم، نسبت میرایی در سایر مودها به میرایی انتخابی ۲٪ نزدیک‌تر است. از این رو در پژوهش حاضر، ضرایب روش رایلی با انتخاب مود اول و چهارم به دست آمده‌اند. لازم به ذکر است که این محاسبات برای سایر نسبت‌های میرایی انتخابی نیز انجام شده و انتخاب مود اول و مود چهارم در سایر نسبت‌های میرایی نیز مناسب بوده است.



شکل ۱۱. تاریخچه‌ی زمانی تنش شعاعی در نقطه‌ی شعاعی در نقطه‌ی میانی استوانه برای نسبت‌های میرایی مختلف.

۷. نتایج

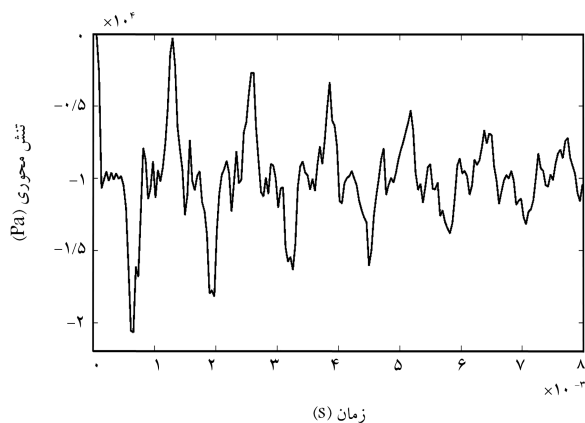
در پژوهش حاضر، به مدل‌سازی میرایی ریل‌ای برای قسمت جامد مواد متخلخل و توابع شکل شعاعی مختلف در سازه‌ی استوانه‌یی ساخته شده از مواد متخلخل با استفاده از روش بدون شبکه تحت بارهای دینامیکی پرداخته شده است. در روش بدون شبکه، انتخاب تابع شکل منجر به ایجاد رویکردهای مختلف می‌شود. چهار نوع تابع شکل بر مبنای روش درون‌یابی نقاط شعاعی بررسی شده است که برای یافتن بهترین تابع شکل شعاعی در روش اخیر، از نتایج حل سازه‌ی استوانه‌یی شکل و ساخته شده از مواد متخلخل، که حل تحلیلی دارد، استفاده شده است. همچنین به علت وجود بارهای دینامیکی، به مدل‌سازی میرایی برای قسمت جامد و بررسی تأثیر آن در رفتار تنش و جابه‌جایی پرداخته شده و این نتایج به‌دست آمده است:

- هر چهار نوع تابع شکل استفاده‌شده، دقت قابل قبولی دارند و با استفاده از روش بدون شبکه با دقت بالایی می‌توان رفتار مواد متخلخل را تحلیل کرد.
- برای مثال حل شده در نوشتار حاضر، تابع شکل شعاعی MQ بهترین تطبیق را با نتایج تحلیلی دارد.
- در نسبت میرایی‌های متداول مواد متخلخل در قسمت جامد، با افزایش نسبت میرایی، دامنه‌ی ارتعاش جابه‌جایی محوری، تنش محوری و تنش شعاعی کاهش می‌یابد.
- در نسبت میرایی‌های متداول مواد متخلخل در قسمت جامد، زمان تناوب ارتعاش رفتار دینامیکی مواد متخلخل، مستقل از نسبت میرایی است.

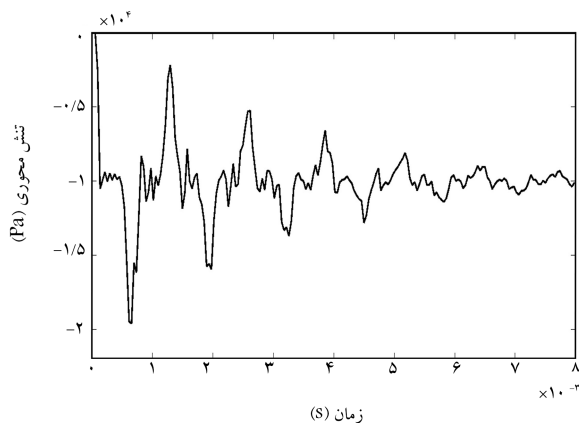
پانوشته‌ها

1. Biot

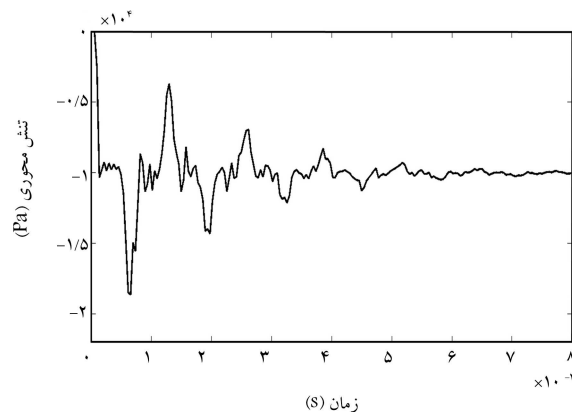
2. Schanz
3. Sladek
4. moving least squares
5. local kriging method



شکل ۸. تاریخچه‌ی زمانی تنش محوری در نقطه‌ی میانی استوانه برای نسبت میرایی $\xi = 0.05$.



شکل ۹. تاریخچه‌ی زمانی تنش محوری در نقطه‌ی میانی استوانه برای نسبت میرایی $\xi = 0.1$.



شکل ۱۰. تاریخچه‌ی زمانی تنش محوری در نقطه‌ی میانی استوانه برای نسبت میرایی $\xi = 0.2$.

6. natural neighbor interpolation
7. radial point interpolation method
8. multi quadrics
9. gaussian
10. thin plate spline
11. logarithmic
12. Detournay & Cheng
13. Berea sandstone

منابع (References)

1. De Boer, R. "Highlights in the historical development of the porous media theory: Toward a consistent macroscopic theory", *Applied Mechanics Reviews*, **49**(4), pp. 201-262 (1996).
2. Biot, M.A. "General theory of three-dimensional consolidation", *Journal of Applied Physics*, **12**, pp. 155-164 (1941).
3. Biot, M.A. "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. higher frequency range", *The Journal of the acoustical Society of america*, **28**(2), pp. 179-191 (1956).
4. Kazemi, H., Shahabian Moghadam, F. and Hosseini, S.M. "Two dimensional stress and displacement wave propagation under shock loading in saturated porous materials with two dimensional functionally graded materials using MLPG method", *AUT Journal of Civil Engineering*, **1**(2), pp. 167-176 (2017).
5. Cheng, A.H.D., Badmus, T. and Beskos, D.E. "Integral equation for dynamic poroelasticity in frequency domain with BEM solution", *Journal of Engineering Mechanics*, **117**(5), pp. 1136-1157 (1991).
6. Schanz, M. "Poroelastodynamics: linear models, analytical solutions, and numerical methods", *Applied Mechanics Reviews*, **62**(3), 15 p. (2009).
7. Sladek, J., Stanak, P., Han, Z. and et al. "Applications of the MLPG method in engineering & sciences: a review", *Computational Mechanics*, **92**(5), pp. 423-475 (2013).
8. Sladek, J., Sladek, V. and Schanz, M. "A meshless method for axisymmetric problems in continuously non-homogeneous saturated porous media", *Computers and Geotechnics*, **62**, pp. 100-109 (2014).
9. Sladek, J., Sladek, V. and Schanz, M. "The MLPG applied to porous materials with variable stiffness and permeability", *Meccanica*, **49**(10), pp. 2359-2373 (2014).
10. Kazemi, H., Shahabian, F. and Hosseini, S.M. "Shock-induced stochastic dynamic analysis of cylinders made of saturated porous materials using MLPG method: considering uncertainty in mechanical properties", *Acta Mechanica*, **228**(11), pp. 3961-3975 (2017).
11. Rad, M.H.G., Shahabian, F. and Hosseini, S.M. "A meshless local Petrov-Galerkin method for nonlinear dynamic analyses of hyper-elastic FG thick hollow cylinder with Rayleigh damping", *Acta Mechanica*, **226**(5), pp. 1497-1513 (2015).
12. Lam, K., Wang, Q. and Li, H. "A novel meshless approach-Local Kriging (LoKriging) method with two-dimensional structural analysis", *Computational Mechanics*, **33**(3), pp. 235-244 (2004).
13. Yongchang, C. and Hehua, Z. "A meshless local natural neighbour interpolation method for stress analysis of solids", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, **28**(6), pp. 607-613 (2004).
14. Liu, G. and Gu, Y. "A local radial point interpolation method (LRPIM) for free vibration analyses of 2-D solids", *Journal of Sound and Vibration*, **246**(1), pp. 29-46 (2001).
15. Wang, J. and Liu, G. "Radial point interpolation method for elastoplastic problems", in *ICSSD 2000: 1st Structural Conference on Structural Stability and Dynamics*, pp. 703-708 (2000).
16. Wertz, J., Kansa, E.J. and Ling, L. "The role of the multiquadric shape parameters in solving elliptic partial differential equations", *Computers & Mathematics with Applications*, **51**(8), pp. 1335-1348 (2006).
17. Fornberg, B., Lehto, E. and Powell, C. "Stable calculation of Gaussian-based RBF-FD stencils", *Computers & Mathematics with Applications*, **65**(4), pp. 627-637 (2013).
18. Ferreira, A.J. "Thin-plate splines for thick composite plate analysis", in *Composite Technologies for 2020*, ed: Elsevier, pp. 229-234 (2004).
19. Buhmann, M.D. "Radial basis functions: Theory and implementations", Cambridge University Press (2003).
20. Detournay, E. and Cheng, A.H.D. "Fundamentals of poroelasticity, Volume 11 of comprehensive rock engineering: Principles, practice and projects, Pergamon Press, Oxford (1993).
21. Liu, G.-R. and Gu, Y.-T. "An introduction to meshfree methods and their programming", Springer Science & Business Media (2005).
22. Bonnet, G. and Auriault, J. "Dynamics of saturated and deformable porous media: Homogenization theory and determination of the solid-liquid coupling coefficients", *Physics of Finely Divided Matter*, Springer, pp. 306-316 (1985).
23. Liu, G. "Meshfree methods: Moving beyond the finite element method", CRC Press, 2003, pp. 937-938 (2003).
24. Chopra, A.K. "Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (2007).