

مدل سازی عددی فرونشست زمین ناشی از استخراج آب های زیرزمینی با لحاظ کردن اثرات غیر اشباع به روش بدون المان گالرکین (EFG)

احمد تورئی (کارشناس ارشد)

علی پاک* (استاد)

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

محمد علی ایرانمنش (استادیار)

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

مهندسی عمران شریف، (پاییز ۱۴۰۳)
دوره ۴۰، شماره ۳، صص. ۲۳-۳۴، (پژوهشی)

در پژوهش حاضر، به کمک یک مدل عددی کاملاً همبسته‌ی هیدرومکانیکال، پدیده‌ی فرونشست ناشی از استخراج آب‌های زیرزمینی از آبخوان‌ها با در نظر گرفتن آثار غیراشباع به روش بدون المان گالرکین (EFG) شبیه‌سازی شده است. به کمک مدل اخیر می‌توان یک پیش‌بینی مناسب برای تغییرات هد هیدرولیکی و میزان فرونشست زمین ارائه کرد. پس از حل مسائل محک، مدل نهائی برای حل مسئله‌ی فرونشست استفاده شد. نتایج پژوهش حاضر با نتایج روش المان محدود (FEM) برای یک آبخوان همسان و با در نظر گرفتن شرایط غیراشباع مقایسه و خطای فرونشست زمین ۵/۵۱٪ و خطای افت هد هیدرولیکی ۱۳/۳۵٪ محاسبه شد، که نشان از تطابق مناسب بین نتایج دو روش اخیر است. نتایج نشان می‌دهند که روش EFG قابلیت مدل‌سازی پدیده‌ی فرونشست را دارد. همچنین آثار غیرخطی استخراج آب‌های زیرزمینی در کاهش هد هیدرولیکی و افزایش فرونشست قابل تعیین است. در نهایت، یک مطالعه‌ی پارامتری به منظور بررسی میزان تأثیر ویژگی‌های ژئوتکنیکی آبخوان در میزان فرونشست انجام شد. پارامترهای مدول کشسان و ضریب پواسون بیشترین تأثیر را در میزان فرونشست زمین دارند و لازم است پیش از اجرای پروژه‌های برداشت آب‌های زیرزمینی، پارامترهای مذکور با دقت قابل قبول در نظر گرفته شوند.

واژگان کلیدی: فرونشست زمین، استخراج آب‌های زیرزمینی، مدل‌سازی عددی، تحلیل همبسته جریان-تغییر شکل، روش بدون شبکه EFG، اثرات غیراشباع.

ahmad.tourei@alum.sharif.edu
pak@sharif.edu
iranmanesh@kntu.ac.ir

۱. مقدمه

مخاطره‌های طبیعی (مانند زلزله یا روانگرایی) و یا فعالیت‌های انسانی (مانند استخراج سیال‌های مختلف از زمین) باشد. در گزارش مربوط به برنامه‌ی جهانی هیدرولوژی، که توسط سازمان یونسکو در سال ۲۰۱۳ تهیه شده است، فرونشست ناشی از استخراج آب از آبخوان‌های زیرزمینی، یکی از تهدیدهای عمده‌ی توسعه‌ی پایدار عنوان شده است.^{[۱] و [۲]} بنابراین لازم است عوامل مؤثر در پدیده‌ی فرونشست دقیقاً شناسایی و اقدام‌هایی در جهت پیش‌بینی میزان فرونشست در آبخوان‌ها با شرایط بهره‌برداری مختلف جهت مدیریت بحران انجام شود. در پژوهش حاضر سعی شده است تا مدلی برای پیش‌بینی فرونشست ناشی از استخراج آب از آبخوان‌ها با در نظر گرفتن آثار غیراشباع به روش بدون المان گالرکین (EFG)^۱ ارائه شود، تا درک بهتری از پدیده‌ی ذکر شده به دست آید.

با رشد سریع جمعیت و گسترش فعالیت‌های صنعتی و کشاورزی بسیاری از نقاط جهان، نیاز به برداشت آب از منابع آب زیرزمینی افزایش پیدا کرده است. این به خصوص آب، تأمین اصلی منبع به‌عنوان آب زیرزمینی ذخایر با رابطه در موضوع به طوری شده است؛ بحرانی تبدیل مسئله‌ی به و نیمه‌خشک، خشک مناطق در امکان که شده است سبب حد آب از سفره‌های آب زیرزمینی از بیش استخراج که -دهه در باشد. نداشته طبیعی پیشین وجود زیرزمینی تحت شرایط منابع تغذیه‌ی نقاط در را گسترده‌ی بیش از حد آب، آثار زیست‌محیطی برداشت این اخیر، های براساس مشاهده‌ها و مطالعه‌ها، فرونشست است. کرده ایجاد جهان بسیاری از گسترده‌ترین خطرهای ایجاد شده در اثر استخراج بی- و عمده‌ترین از زمین یکی رویه از منابع آب زیرزمینی است. به‌طور کلی، فرونشست زمین می‌تواند ناشی از

*نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۱۵، تاریخ اصلاحیه: ۱۴۰۲/۰۸/۱۳، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۰.

استناد به این مقاله:

تورئی، احمد، پاک، علی، و ایرانمنش، محمدعلی، ۱۴۰۳. مدل‌سازی عددی فرونشست زمین ناشی از استخراج آب‌های زیرزمینی با لحاظ کردن آثار غیر اشباع به روش بدون المان گالرکین (EFG)، مهندسی عمران شریف، ۴۰(۳)، صص. ۲۳-۳۴. DOI:10.24200/J30.2023.59625.3256

تاکنون به مدل سازی عددی پدیده ی اخیر به روش های: المان محدود، حجم محدود، تفاضل محدود، و برخی روش های بدون شبکه پرداخته اند. روش های بدون شبکه، مزایای بسیاری از جمله توانایی استفاده از پیوستگی مرتبه ی بالاتر برای درون یابی، دستیابی به نمایش دقیق میدان های تنش، مدل سازی تغییر شکل های بزرگ، و انتشار ترک را ارائه می دهند.^[۶] اگرچه تاکنون از روش EFG برای مدل سازی عددی برخی از مسائل ژئوتکنیکی استفاده شده است،^[۶-۸] تاکنون پژوهشی در زمینه ی مدل سازی همبسته ی جریان- تغییر شکل (هیدرومکانیکال) برای بررسی و پیش بینی پدیده ی فرونشست به این روش صورت نگرفته است. در ادامه، تعدادی از مطالعات صورت گرفته در زمینه ی مدل سازی فرونشست زمین ارائه شده است.

خوش قلب و خلیلی (۲۰۱۰)،^[۹] به منظور حل معادله ی بیو (Biot)،^[۱۰] الگوریتمی کاملاً همبسته و بدون شبکه ارائه کرده اند، که برای گسسته سازی مکانی از روش درون یابی نقطه ی شعاعی (RPIM)^۶ و برای گسسته سازی زمانی از روش تقریبی سه نقطه یی استفاده می کند. ایشان به کمک حل تعدادی مسئله ی تحلیلی، کاربرد مدل بدون شبکه ی خود را برای شبیه سازی مسائل همبسته ی جریان- تغییر مکان در محیط های متخلخل اشباع نشان دادند.

اسدی و عطائی آشتیانی (۲۰۱۵)،^[۱۱] یک مدل مفهومی برای ترکیب معادله های یک بعدی- دوفاز و دویعدی- تک فاز جهت محاسبه ی نشست به ترتیب در لایه های اشباع و غیر اشباع در یک محیط متخلخل کشسان ارائه و معادلات جریان و تعادل را به صورت همبسته و به روش گسسته سازی حجم محدود مدل سازی کرده اند. در نهایت، پس از ترکیب مدل عددی دوفازه ی هیدرومکانیکی با مدل عددی اشباع دویعدی جهت مدل سازی لایه های اشباع و غیر اشباع، فرونشست ناحیه یی در دشت تهران به عنوان مطالعه ی موردی بررسی شده است.

برای پیش بینی میزان فرونشست دشت علی آباد در استان های قم و مرکزی، نظری (۲۰۱۷)،^[۱۱] با استفاده از نرم افزار المان محدود مادفلو^۷ به مدل سازی جریان آب زیرزمینی پرداخته و سپس با وارد کردن نتایج حاصل از بخش دیگری از پژوهش، که در آن با استفاده از روش تداخل سنجی ماهواره یی میزان فرونشست در دشت علی آباد شبیه سازی شده بود، شرایط فرونشست منطقه برای شرایط مختلف در آینده را پیش بینی کرده است. در واقع به کمک تحلیلی غیر همبسته و با استفاده از داده های ماهواره یی موجود، میزان فرونشست زمین را بررسی کرده است.

رجبی (۲۰۱۸)،^[۱۲] به کمک نرم افزار پلکسیس سه بعدی^۸ به روش المان محدود و با در نظر گرفتن تغییرات فشار آبخوان، داده های هیدرولوژیکی، و ژئوتکنیکی موجود به شبیه سازی پدیده ی فرونشست دشت علی آباد قم با استفاده از تئوری تحکیم و در نظر گرفتن مدل کشسان با رفتار خمیری ایده آل^۹ پرداخته است.

به منظور شبیه سازی جریان آب های زیرزمینی در آبخوان های محصور نشده، پاتانیا^{۱۰} و همکاران (۲۰۱۹)،^[۱۳] به مدل سازی عددی جریان به کمک روش

۱.۱. مروری بر مطالعات پیشین در زمینه ی فرونشست ناشی از برداشت آب های زیرزمینی

تراکم آبخوان از خروج آب و کاهش فضا های بین دانه یی در آبخوان حاصل می شود، که باعث فرونشست زمین و عوارض جانبی ناشی از آن می شود. تراکم آبخوان با تغییر در فشار سیال منفذی بین خلل و فرج دانه های جامد صورت می گیرد. کاهش سطح آب و یا تغییرات پروفیل رطوبتی در بالای سطح آب زیرزمینی ممکن است باعث آرایش مجدد دانه های خاک و یا تراکم کلی لایه ی خاکی موجود نظیر خاک رس شود. فرونشست ماندگار زمین عمدتاً به علت فشردن و تحکیم لایه های رس و سیلت میان آبخوان است. لایه ی رسی که تحکیم می شود، هرگز مجدداً آب از دست داده ی خود را باز نخواهد یافت و در نتیجه فرونشست زمین ماندگار خواهد بود. بنابراین، تغذیه ی سفره ی آب زیرزمینی و رساندن آن به ترازهای اولیه، سبب بازگشت سطح زمین به تراز اولیه خواهد شد.^[۱]

مطالعات صورت گرفته در سراسر جهان نشان می دهد که تغییر مکان در سطح زمین تابعی از تغییرات تراز آب های زیرزمینی است. برای مثال، دشت لاس وگاس^۱ در نوادا آمریکا، دشت آنتلوپ^۲ و دشت سانتا کلارا^۳ در کالیفرنیا آمریکا، شهر جاکارتا^۴ در اندونزی، و شهر پاریس در فرانسه نمونه هایی از پدیده ی مذکور هستند. نکته ی جالب توجه این است که موقعیت مکانی بیشترین مقدار فرونشست همیشه منطبق بر موقعیت مکانی بیشترین افت تراز آب های زیرزمینی مشاهده شده نیست. مثلاً در لاس وگاس، موقعیت بیشترین افت تراز آب های زیرزمینی متفاوت از موقعیت مکانی بیشترین فرونشست مشاهده شده بوده است. همچنین در برخی از مکان ها، مانند ممفیس^۵ در آمریکا، علی رغم وجود افت شدید تراز آب های زیرزمینی، هیچ فرونشست قابل ملاحظه یی گزارش نشده است؛^[۱۴] که علت آن می تواند تراکم بسیار بالای مخزن و یا وجود مخزن سنگی باشد. این موضوع حاکی از اهمیت مدل سازی پدیده ی فرونشست زمین است. برخی از پژوهشگران ضمن مطالعه ی پاسخ مکانیکی سازند به استخراج سیال، کاهش تراکم پذیری کل لایه با افزایش تنش مؤثر یا افزایش کرنش در آزمایشگاه را بررسی کرده اند. خطی بودن رابطه بین استخراج سیال و فرونشست منطقه نیز مطرح شده است. لازم به توضیح است که رابطه ی بین استخراج سیال و فرونشست منطقه گرچه ممکن است در موارد خاصی خطی باشد، ولی غالباً خطی نیست و به دلیل آثار متقابل پارامترهای هیدرولیکی و فرونشست، غیر خطی است.^[۱۵]

۲.۱. مرور تحقیقاتی در زمینه ی مدل سازی عددی فرونشست ناشی از برداشت آب های زیرزمینی

در بخش کنونی به بررسی برخی از مطالعات صورت گرفته در زمینه ی مدل سازی عددی پدیده ی فرونشست پرداخته شده است. با توجه به اهمیت پیش بینی رفتار زمین در اثر برداشت آب های زیرزمینی و همچنین عدم امکان بررسی پدیده ی فرونشست در آزمایشگاه، پژوهشگران بسیاری از گذشته

^۶ Radial Point Interpolation Method

^۷ MODFLOW

^۸ Plaxis 3D

^۹ Elastic-perfectly plastic

^{۱۰} Pathania

^۱ Las Vegas

^۲ Antelope

^۳ Santa Clara

^۴ Jakarta

^۵ Memphis

حاکم بر مسئله، ابتدا به فرم انتگرالی تبدیل و سپس فرم انتگرالی با انتگرال-گیری عددی در نقاط گوسی^۶ در دامنه‌ی مسئله به دستگاه معادلات جبری تبدیل می‌شود. روش EFG به دلیل برقرار نبودن خاصیت تابع کروونکر دلنا^۷ برای توابع شکل از روش MLS، معمولاً از ضرایب لاگرانژ یا روش پنالتی استفاده می‌کند، تا شرایط مرزی ضروری به‌درستی اعمال شوند.

۲. مبانی تئوریک و معادلات حاکم

در بخش حاضر، به بررسی مبانی تئوریک یک مدل عددی کاملاً همبسته‌ی هیدرومکانیکی در حالت غیراشباع جهت تحلیل پدیده‌ی فرونشست ناشی از استخراج آب‌های زیرزمینی از آبخوان‌ها پرداخته شده است. معادله‌های دیفرانسیلی حاکم بر مسئله، شامل: معادله‌ی تعادل کل سیستم^۸، معادله‌ی پیوستگی جریان^۹ سیال ترک‌کننده، و معادله‌ی پیوستگی سیال غیرترک‌کننده در محیط متخلخل است. در رویکرد عددی EFG، فرم ضعیف معادلات حاکم با اعمال روش باقیمانده‌ی وزنی بر معادله‌های اصلی و با استفاده از روش پنالتی جهت وضع شرایط مرزی ضروری به‌دست می‌آید. معادله‌های جبری نیز از طریق مجزاسازی معادله‌های انتگرالی با به‌کارگیری روش EFG در مکان، و با استفاده از روش تفاضل محدود به‌صورت کاملاً ضمنی^{۱۰} در زمان به‌دست می‌آیند. دستگاه معادله‌های جبری به‌دست آمده نیز با روش تکرار مستقیم حل شده و در نتیجه، میدان‌های جابجایی و فشار سیال‌های منفذی به‌طور همبسته به‌دست آمده‌اند.^[۱۸]

۱.۲. معادله‌های حاکم

شرایط هیدرومکانیکی غیراشباع حفره‌های محیط متخلخل توسط دو یا چند سیال منفذی شامل یک فاز سیال ترک‌کننده^{۱۱} (مانند آب) و چند فاز سیال غیرترک‌کننده^{۱۲} (مانند هوا یا بخار آب) پُر می‌شوند. این تذکر لازم است که در پژوهش حاضر ضمن فرض ثابت بودن دما، از تبدیل فازها به یکدیگر صرف‌نظر شده است. همچنین هر دو سیال ترک‌کننده (آب) و غیرترک‌کننده (هوا)، لزج و امتزاج‌ناپذیر^{۱۳} (مخلوط‌نشده) در نظر گرفته شده‌اند. سه معادله‌ی اصلی، شامل معادله‌ی تعادل کل سیستم و دو معادله‌ی پیوستگی جریان برای سیال‌های ترک‌کننده و غیرترک‌کننده در محیط متخلخل به ترتیب مطابق روابط ۱ الی ۳ برقرارند:

$$\sigma_{ij,j} + \rho g_i = 0 \quad (1)$$

$$\left[S_w \frac{\alpha - n}{K_s} (S_w + \frac{\partial S_w}{\partial p_c} p_c) + \frac{n S_w}{K_w} - n \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \right] \frac{Dp_w}{Dt} + \left[S_w \frac{\alpha - n}{K_s} (1 - S_w - \frac{\partial S_w}{\partial p_c} p_c) + n \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \right] \frac{Dp_{nw}}{Dt} + \alpha S_w \dot{u}_{i,i} + \frac{1}{\rho_w} \left[\rho_w \frac{k_{ij} k_{rw}}{\mu_w} (-p_{w,i} + \rho_w g_j) \right]_i = 0 \quad (2)$$

معادله‌های مجزاسازی شده،

۳. ایجاد شبکه‌ی پس‌زمینه جهت انتگرال‌گیری به‌منظور محاسبه‌ی ماتریس-های سیستم.

روش EFG مانند FEM از فرمول‌بندی‌هایی استفاده می‌کند که بر مبنای اصل کار مجازی یا روش‌های باقی‌مانده‌ی وزنی است. این فرمول‌بندی‌ها منجر به تشکیل فرم ضعیف معادلات دیفرانسیل می‌شود، که پایدارتر از فرم قوی است. بنابراین در روش EFG نیز مانند FEM معادلات دیفرانسیلی

بدون شبکه‌ی EFG برای گسسته‌سازی مکانی و رویکرد جابجایی کمینه‌ی مربعات (MLS)^۱ برای ساخت توابع شکل پرداخته‌اند. سایر مطالعات پیشین به کمک روش‌های عددی وابسته به مش، مانند روش المان محدود و روش تفاضل محدود صورت گرفته است و طبیعتاً روش‌های مذکور مستلزم وجود یک شبکه‌ی محاسباتی اولیه هستند، که تولید مش مذکور می‌تواند در هندسه‌های پیچیده از لحاظ محاسباتی غیراقتصادی باشد و همچنین زمانی که شبکه‌بندی انطباقی^۲ نیاز باشد، روش‌های اخیر صرفه‌ی محاسباتی بالایی ندارند. از این رو، مطالعه‌ی اخیر با روش EFG که یک روش بدون شبکه است، صورت گرفت. پس از راستی‌آزمایی مدل به کمک چند مثال یک‌بعدی و دو‌بعدی، مدل‌سازی جریان در آبخوان محصور دریاچه‌ی بلو^۳ در شمال کالیفرنیا آمریکا انجام و نتایج عددی با نتایج به‌دست‌آمده از نرم‌افزار مادفلو مقایسه شد. این تذکر لازم است که ایشان در سال ۲۰۱۴ نیز به بررسی کارکرد روش EFG به‌منظور مدل‌سازی جریان آب‌های زیرزمینی در آبخوان‌های محصور شده پرداخته بودند.^[۱۱]

از مطالعات صورت‌گرفته‌ی پیشین نتیجه می‌شود که تاکنون مطالعه‌ی در زمینه‌ی مدل‌سازی همبسته‌ی تغییرشکل-جریان به‌منظور مدل‌سازی پدیده‌ی فرونشست به روش EFG انجام نشده و پژوهش حاضر می‌تواند تکمیل‌کننده‌ی سایر مطالعات صورت‌گرفته در زمینه‌ی مدل‌سازی عددی پدیده‌ی فرونشست باشد.

۳.۱. روش بدون المان گالرکین (EFG)

روش بدون المان گالرکین (EFG)، تکامل‌یافته‌ی روش DEM^۴،^[۱۵] است، که توسط بلیشکو^۵ و همکاران (۱۹۹۴)،^[۱۶] ارائه شده است؛ که مشخصه‌های اصلی آن به این شرح است:^[۱۷]

۱. استفاده از تقریب MLS جهت ساخت توابع شکل،

۲. استفاده از فرم ضعیف معادله‌ی انتگرالی مقید گالرکین برای ایجاد سیستم

^۸ Momentum balance equation

^۹ Mass balance equation

^{۱۰} Fully implicit scheme

^{۱۱} Wetting phase

^{۱۲} Non-wetting phase

^{۱۳} Immiscible

^۱ Moving Least Squares

^۲ Adaptive remeshing

^۳ Blue Lake

^۴ Diffuse Element Method

^۵ Belytschko

^۶ Quadrature points

^۷ Kronecker delta

شود. از آنجایی که مؤلفه های تشکیل دهنده ی ماتریس های ضرایب در دستگاه معادلات جبری اخیر، خود توابعی از متغیرهای اصلی مسئله هستند، این دستگاه معادلات یک دستگاه معادله ی غیرخطی است و برای تعیین مقدار مجهول ها در هر گام زمانی نیاز به استفاده از روش های تکرار است. برای این منظور، در پژوهش حاضر از یک روش حل از نوع نقطه ی ثابت^۲ جهت خطی سازی دستگاه معادله های جبری به فرم رابطه ی ۵ استفاده شده است:

$$K(X_i^{n+1})(X_{i+1}^{n+1}) = F(X_i^{n+1}) \quad (5)$$

که در آن، بردار مجهول ها در گام زمانی $n+1$ و در تکرار شماره ی i است. همچنین در معادله ی جبری اخیر، K ماتریس ضرایب است. شرط همگرایی تکرار برای حل دستگاه معادله ی غیرخطی به صورت رابطه ی ۶ تعیین شده است:

$$\varepsilon = \max \left(\frac{X_{i+1}^{n+1} - X_i^{n+1}}{X_{i+1}^{n+1}} \right) \quad (6)$$

که در آن، ε حد رواداری است، که در پژوهش حاضر به میزان 10^{-4} تنظیم شده است. الگوریتم و حلقه های تکرار برنامه ی رایانه یی EFG به این شرح است: [۲۰ و ۲۶]

- ۱- تعریف هندسه ی مسئله، مرزها، شرایط اولیه، و پارامترهای محیط.
- ۲- تعیین مختص های گره ها و تعیین دامنه ی تأثیر هر گره.
- ۳- تعیین المان های انتگرال گیری در محیط روی مرزهای ضروری و طبیعی (جابجایی و فشار حفره یی، تنش، و شار جریان).
- ۴- تعیین مختصات، وزن، و ژاکوبین نقاط انتگرال گیری برای هر المان درون محیط و روی مرز برای شبکه ی انتگرال گیری پس زمینه.
- ۵- پیمایش حلقه روی گام زمانی:
- ۱.۵. تعیین مقادیر شرایط مرزی ضروری و طبیعی.
- ۲.۵. محاسبه ی ماتریس ها و بردارهای مرزی روی نقاط انتگرال گیری المان های مرزی:

- انتخاب توابع شکل و مشتق های آن ها برای هر گره ی همسایه.
- محاسبه ی ماتریس ها و بردارهای گره یی مرزی.
- برهم نهی ماتریس ها و بردارهای گره یی مرزی و ایجاد ماتریس ها و بردارهای کل آن ها.
- ۳.۵. شروع حلقه ی تکرار (حل دستگاه معادله غیرخطی):
- پیمایش حلقه روی نقاط انتگرال گیری المان های درون محیط جهت محاسبه ی ماتریس ها و بردارهای مرتبط:
- الف) انتخاب گره های همسایه ی یک نقطه ی انتگرال گیری براساس دامنه ی تأثیر گره ها.

$$\left[(1-S_w) \frac{\alpha-n}{K_s} (S_w + \frac{\partial S_w}{\partial p_c} p_c) + n \frac{\partial S_w}{\partial p_c} \right] \frac{Dp_w}{Dt} + \left[(1-S_w) \frac{\alpha-n}{K_s} (1-S_w - \frac{\partial S_w}{\partial p_c} p_c) \right] \frac{Dp_{nw}}{Dt} + \left[-n \frac{\partial S_w}{\partial p_c} + \frac{n(1-S_w)}{K_{nw}} \right] \alpha(1-S_w) \dot{u}_{i,j} + \frac{1}{\rho_w} \left[\rho_w \frac{k_{ij} k_{rw}}{\mu_w} (-p_{w,i} + \rho_w g_j) \right]_{,i} = 0 \quad (3)$$

که در آن ها، σ_{ij} تانسور تنش کلی، $\rho = (1-n)\rho_s + n(S_w\rho_w + S_{nw}\rho_{nw})$ چگالی متوسط محیط، n تخلخل، ρ_s چگالی فاز جامد، ρ_w چگالی فاز سیال ترکننده و غیرترکننده ($\pi = w, nw$)، \dot{u}_i سرعت فاز جامد، S_w درجه ی اشباع فازهای سیال، μ_w ، μ_π ، ρ_π به ترتیب ویسکوزیته ی دینامیکی، فشار، و چگالی فازهای سیال، $k_{r\pi}$ ضریب نفوذپذیری نسبی فاز سیال π ، k_{ij} تانسور نفوذپذیری ذاتی، z بردار شتاب زمین، α ثابت Biot $p_c = p_{mw} - p_w$ مکش ساختاری^۱، t زمان، K_s و K_π به ترتیب مدول بالک فاز جامد فازهای سیال هستند. [۱۹] از حل هم زمان روابط ۱ الی ۳، مقادیر مجهول بردار جابجایی و فشار سیال ترکننده و غیرترکننده محاسبه خواهد شد.

۲.۲. گسسته سازی مکانی و زمانی

به منظور مجزاسازی مکانی معادله های دیفرانسیلی با مشتق های جزئی حاکم بر مسئله با استفاده از روش بدون شبکه ی EFG، در ابتدا با اعمال روش باقیمانده ی وزنی^۲، فرم انتگرالی معادله های دیفرانسیلی مرتبط به دست می آید. سپس با در نظر گرفتن جابجایی و فشار سیال های حفره یی به عنوان متغیرهای اصلی مسئله و استفاده از توابع شکل EFG برای تقریب زدن مقدار متغیرهای مذکور در هر نقطه ی دلخواه در بازه ی مکانی مسئله، معادله های انتگرالی حاصل به معادله های ماتریسی تبدیل می شوند. برای مجزاسازی دستگاه معادله ها در زمان از روش تفاضل محدود با رویکرد ضمنی استفاده می شود. بدین ترتیب دستگاه معادله های ماتریسی مطابق آنچه در مرجع [۱۹] شرح داده شده است، به صورت رابطه ی ۴ حاصل می شود:

$$\begin{bmatrix} C_{11} + C_u^\alpha & -C_{1r} & -C_{1r} \\ C_{r1} & C_{rr} + \Delta t (K_{rr} + K_{pw}^\alpha) & C_{rr} \\ C_{r1} & C_{rr} & C_{rr} + \Delta t (K_{rr} + K_{pw}^\alpha) \end{bmatrix}^{n+1} \begin{Bmatrix} U \\ P_w \\ P_{mw} \end{Bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} C_{11} + C_u^\alpha & -C_{1r} & -C_{1r} \\ C_{r1} & C_{rr} & C_{rr} \end{bmatrix}^n \begin{Bmatrix} U \\ P_w \\ P_{mw} \end{Bmatrix}^n + \Delta t \begin{Bmatrix} \partial/\partial t (F_u + F_u^\alpha) \\ (F_{pw} + F_{pw}^\alpha) \\ (F_{rpw} + F_{rpw}^\alpha) \end{Bmatrix}^{n+1} \quad (4)$$

معادله ی ۴، سیستم معادله های مجزاسازی شده ی نهایی برای تحلیل هیدرومکانیکی کاملاً همبسته ی یک محیط متخلخل تغییر شکل پذیر غیر اشباع به روش EFG است، که از حل آن مقادیر مجهول بردار جابجایی و فشار سیال ترکننده و غیرترکننده محاسبه خواهد شد. برای شرح کامل فرمول بندی و متغیرهای ماتریس ضرایب به نوشتار صمیمی و پاک (۲۰۱۶)، [۱۹] مراجعه

^۲ Fixed point method

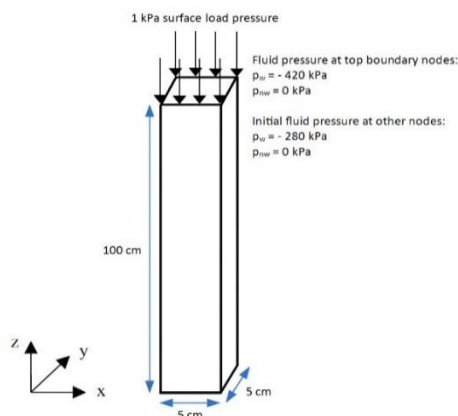
^۱ Capillary pressure

^۲ Weighted residual method

از سطح بررسی شده است. در مسئله مذکور، تبخیر سطحی از یک ستون خاک غیراشباع تحت تنش سطحی یک کیلوپاسکالی با فشار آب منفذی مطلق اولیه ۰/۵۲- کیلوپاسکال، متناظر با درجه اشباع اولیه ۰/۵۲ صورت گرفته است. هندسه مسئله در شکل ۱ مشاهده می شود. مرزهای کناری و تحتانی نفوذناپذیر هستند و مرز فوقانی نفوذپذیر و دارای فشار آب منفذی ۰/۲۲- کیلوپاسکال و فشار هوای منفذی صفر است. همچنین مرزهای جانبی مدل فقط اجازه ی جابجایی در راستای قائم را دارند و مرز پایینی در مقابل تمامی مؤلفه های جابجایی مقید شده است، اما برای مرز بالایی قیدی

جدول ۱. روابط بین نفوذپذیری، درجه اشباع، و موئینگی.

ردیف	پژوهشگر	ضرایب نفوذپذیری و درجه اشباع
۱	ون گنختن ^[۲۱]	$k_{rw} = \sqrt{s_e} [1 - (1 - s_e^{1/\gamma})^\gamma]^\alpha$ $k_{r_{nw}} = \sqrt{1 - s_e} (1 - s_e^{1/\gamma})^{1-\alpha}$ $s_e = (1 + (\alpha p_c)^\beta)^{-\gamma}$
۲	هویاکارن ^۲ و همکاران ^[۲۲]	$k_{rw} = s_e^n$ $k_{r_{nw}} = (1 - s_e)^n$ $s_e = (1 + (\alpha p_c)^\beta)^{-\gamma}$



شکل ۱. هندسه و شرایط مرزی مسئله ی تحکیم خاک غیراشباع

جدول ۲. تعریف متغیرهای استفاده شده در روابط جدول ۱.

ردیف	متغیر	واحد	توضیح
۱	s_e	-	درجه اشباع مؤثر یا نرمال شده
۲	p_c	Pa	فشار موئینگی یا مکش: $p_c = p_{mw} - p_w$
۳	α	m^{-1}	ضریب تجربی مدل ون گنختن ^[۲۱]
۴	β	-	ضریب تجربی ون گنختن ^[۲۱]
۵	γ	-	ضریب تجربی ون گنختن ^[۲۱]
۶	n	-	ضریب تجربی مدل هویاکارن و همکاران ^[۲۲]
۷	p_d	Pa	فشار جابجایی یا کمینه ی فشار موئینگی مدل مدل بروکس-کوری ^[۲۳]
۸	λ	-	شاخص توزیع اندازه ی منافذ ^۱ یا ناهمگنی محیط مدل بروکس-کوری ^[۲۳]

(ب) تعیین توابع شکل و مشتق های آن ها برای هر گره ی همسایه.
 (ج) تعیین مقدار متغیرهای مسئله در نقطه ی انتگرال گیری و سپس محاسبه ی ماتریس ها و بردارهای گره یی.
 (د) برهم نهی ماتریس ها و بردارهای گره یی و ایجاد ماتریس ها و بردارهای کل آن ها.
 • تشکیل دستگاه معادله ها و تحلیل آن ها برای به دست آوردن مقادیر گره یی جابجایی و فشار سیال های حفره یی در هر گره.
 • کنترل معیار همگرایی حلقه ی تکرار و شروع تکرار بعدی در صورت عدم ارضاء معیار همگرایی.
 • پایان حلقه ی تکرار در صورت ارضاء معیار همگرایی.

۴.۵. تعیین میدان جابجایی، فشار سیال های منفذی، و تنش مؤثر در گره ها.
 ۵.۵. تعیین کرنش، تنش مؤثر، و شار سیال های حفره یی در نقاط انتگرال گیری المان های درون محیط.
 ۶.۵. ثبت تاریخچه ی متغیرهای اصلی و مشتق های آن ها و بازگشت به مرحله ی ۱.۵ و شروع گام زمانی بعدی.
 ۶- پایان گام های زمانی (پایان تحلیل).

۳.۲. روابط رفتاری سیستم های چندفازی

برای تحلیل عددی مسائل غیراشباع لازم است روابط بین نفوذپذیری و درجه اشباع سیستم با فشار موئینگی مشخص باشد. برای سیال های منفذی، روابط مختلفی بین درجه اشباع، نفوذپذیری، و فشار موئینگی پیشنهاد شده است. موارد به کار رفته در برنامه ی کامپیوتری استفاده شده بر حسب شرایط مسئله ی مورد نظر در جدول ۱ ارائه شده است.

در جدول اخیر، k_{rw} و $k_{r_{nw}}$ به ترتیب ضریب نفوذپذیری نسبی سیال ترکننده و سیال غیرترکننده هستند. سایر پارامترهای ذکر شده در روابط جدول ۱ نیز در جدول ۲ معرفی شده اند.

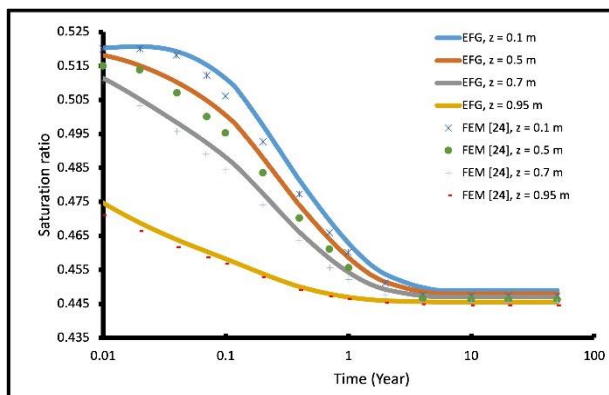
۳. راستی آزمایی نرم افزار EFG

به منظور راستی آزمایی روش EFG برای حل همزمان معادله های پیوستگی جریان فازهای سیال ترکننده و غیرترکننده و معادله ی تعادل مومنتم در یک محیط متخلخل تغییر شکل پذیر، مطابق با مطالعه ی صمیمی و پاک (۲۰۱۶)^[۱۹]، مسئله ی تحکیم یک ستون خاک غیراشباع در اثر تبخیر

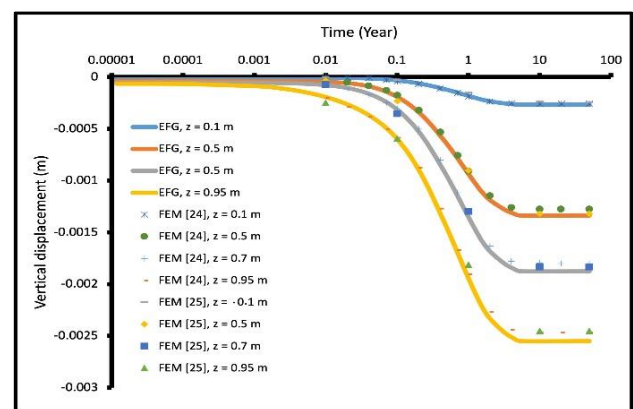
روش EFG با نتایج پژوهش رحمان و همکاران (۱۹۹۹)^[۲۴] و خوئی و محمدنژاد (۲۰۱۱)^[۲۵] که با استفاده از روش المان محدود این مسئله را حل کرده اند، مقایسه شده است. با توجه به دو نمودار مذکور، تحکیم خاک تا حدود ۴ روز طول کشیده و پس از آن درجهی اشباع خاک به مقدار ۰/۴۴۵ ثلثیت ملته است. مشاهده می شود که با وجود تفاوت در روش عددی استفاده شده و تفاوت روش مجزاسازی زمانی و مکانی استفاده شده در پژوهش حاضر با روش المان محدود، پیش بینی های مدل تطابق بسیار خوبی با نتایج ارائه شده با روش المان محدود داشته و بیشینه خطای نسبی نشست ۴٪ و بیشینه خطای نسبی درجهی اشباع مربوط به آب کمتر از ۱٪ بوده است. در شکل ۴، پروفیل فشار آب حفره ای در ستون خاک در زمان های ۰/۱، ۰/۵، ۱ و ۲ روز رسم شده و به منظور ارزیابی دقت کد رایانه ای EFG استفاده شده، نتایج به دست آمده از روش EFG با نتایج روش المان محدود پژوهش های ۲۴ و ۲۵ مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می شود، با گذشت زمان و خروج هوا از سطح خاک، مقدار فشار آب حفره ای از ۲۸۰-

وجود ندارد. در مسئله ذکر شده از شتاب گرانش صرف نظر شده است. مجزاسازی مکانی دامنه مسئله به کمک ۸۴ گره به فاصله ی گره ی یکنواخت ۵ سانتی متر (۲۱ گره در راستای Z و ۲ گره در راستای X و Y) صورت گرفته است. مجزاسازی زمانی نیز در ابتدا به کمک بازه های زمانی ۱ ثانیه ای آغاز شده و سپس با بازه های زمانی ۱۰^۲، ۱۰^۳ و ۱۰^۴ ثانیه ای ادامه یافته است. برای مدل سازی مکش و نفوذ پذیری نسبی از روابط پیشنهادی بروکس-کوری (۱۹۶۴)^[۲۳] مطابق جدول ۱ استفاده شده و پارامترهای آن و مشخصات خاک در جدول ۳ ارائه شده است. در ابتدا، فشار آب منفذی محیط به صورت یکنواخت و ۲۸۰- کیلو پاسکال است. سپس فشار آب منفذی مطلق در سطح فوقانی سریعاً به مقدار ۴۸۰- کیلو پاسکال کاهش یافته و تبخیر هوا از سطح خاک آغاز شده است.

در شکل های ۲ و ۳، به ترتیب پروفیل های جابجایی قائم و درجهی اشباع آب در نقاط مختلف ستون خاک بر حسب زمان مشاهده می شود و نتایج



شکل ۳. درجهی اشباع نقاط مختلف خاک بر حسب زمان در طی تحکیم خاک.



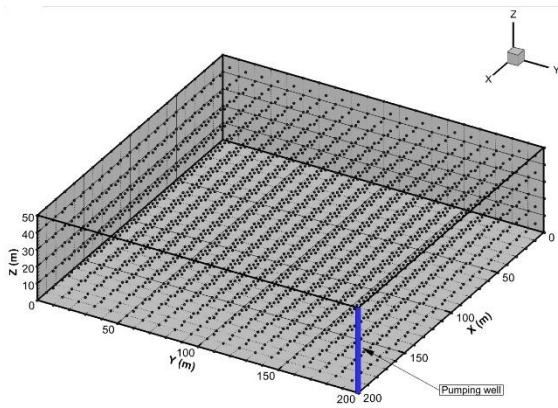
شکل ۲. نشست نقاط مختلف خاک بر حسب زمان در طی تحکیم خاک.

جدول ۳. مشخصات خاک مسئله ی نفوذ ناشی از فشار.^[۲۴]

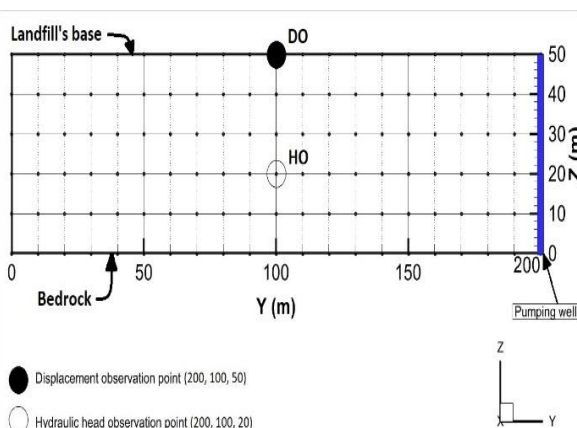
ردیف	متغیر	مقدار	واحد	توضیح
۱	n	۰/۳۶۸	-	پوکی
۲	k	$۴/۶ \times 10^{-12}$	m^2	نفوذ پذیری ذاتی خاک
۳	E	۶×10^6	Pa	مدول کشسان
۴	ν	۰/۴	-	ضریب پواسون
۵	ρ_s	۲۰۰۰	kg/m^3	چگالی دانه های جامد
۶	ρ_w	۱۰۰۰	kg/m^3	چگالی سیال ترکننده
۷	ρ_{mw}	۱/۲۲	kg/m^3	چگالی سیال غیر ترکننده
۸	K_s	$1/4 \times 10^9$	Pa	مدول بالک دانه های جامد
۹	K_w	$۴/۳ \times 10^{12}$	Pa	مدول بالک سیال ترکننده
۱۰	K_{mw}	10^{-5}	Pa	مدول بالک سیال غیر ترکننده
۱۱	μ_w	10^{-3}	Pa.s	لزجت سیال ترکننده
۱۲	μ_{mw}	10^{-3}	Pa.s	لزجت سیال غیر ترکننده
۱۳	S_{w_c}	۰/۳۹۶۶	-	درجهی اشباع پسماند
۱۴	P_d	$۲/۲۵ \times 10^5$	Pa	فشار جابجایی ^۱ یا کمینه ی فشار مویبندی مدل بروکس-کوری ^[۲۳]
۱۵	λ	۳	-	شاخص توزیع اندازه ی منافذ ^۲ یا ناهمگنی محیط مدل بروکس-کوری ^[۲۳]

^۲ Pore size distribution index

^۱ Displacement (Air entry) pressure



شکل ۵. مدل سه بُعدی و آرایش گره‌ی مسئله.



شکل ۶. سطح جانبی مدل (سطح Y-Z) و نقاط بررسی شده برای مشاهده تغییرات هد هیدرولیکی و فرونشست.

توسط هویاکان و همکاران (۱۹۸۴)^[۲۲] که در جدول ۱ ارائه شده است، استفاده شده است.

مشخصات و ویژگی‌های مصالح آبخوان همسان در جدول ۴ ارائه شده است. این تذکر لازم است که تراکم‌پذیری و وزن مخصوص آب به ترتیب $10^{-4} \times 4/4$ مترمربع بر نیوتن و $9/81$ متر بر مجذور ثانیه در نظر گرفته شده است.^[۲۷] همچنین حد رواداری برای ارضاء شرط همگرایی تحلیل غیرخطی مقدار 10^{-4}

در هر تکرار در نظر گرفته شد. زمان نهایی تحلیل ۱۰ سال در نظر گرفته شد، تا از برقراری حالت پایدار^۳ اطمینان حاصل شود.

در شکل ۷، نمودار تغییرات هد هیدرولیکی بر حسب زمان پمپاژ در نقطه‌ی مشاهده‌ی HO به مختصات (۲۰، ۱۰۰، ۰) و در فاصله‌ی ۱۰۰ متری از چاه ارائه و نتایج پژوهش حاضر با نتایج پژوهش کیم (۲۰۰۵)^[۲۷] به روش المان محدود برای آبخوان مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با وجود یکسان‌بودن شرایط اولیه در هر دو روش، در ساعت‌های ابتدایی پمپاژ نتایج پژوهش حاضر مقادیر کمتری برای میزان کاهش هد هیدرولیکی گزارش می‌دهد. برای مثال، پس از گذشت فقط یک ساعت از شروع پمپاژ،

کیلوپاسکال به ۴۲۰- کیلوپاسکال نزدیک شده است. ملاحظه می‌شود که تطابق بسیار خوبی بین نتایج پژوهش حاضر و نتایج خوئی و محمدنژاد (۲۰۱۱)^[۲۵] به روش المان محدود وجود دارد. مثال‌های دیگری از راستی‌آزمایی نرم‌افزار استفاده‌شده در مراجع [۱۸، ۱۹، ۲۶] ارائه شده است.

۴. مدل‌سازی عددی فرونشست غیراشباع به روش EFG

به‌منظور مدل‌سازی عددی فرونشست ناشی از استخراج آب‌های زیرزمینی به روش EFG، مسئله‌ی که پیشتر توسط کیم^۱ (۲۰۰۵)^[۲۷] توسط برنامه‌ی

هیدرومکانیکال کواد^۲ و به روش المان محدود مدل شده است، بررسی شده است. در این مسئله، یک آبخوان به عمق ۵۰ متر مدنظر است. یک چاه قائم با بدنه‌ی متخلخل در میان سایت با هدف پایین‌آوردن سطح آب زیرزمینی و استخراج آب زیرزمینی منطقه حفر شده است. ابعاد مدل پس از آنالیز ابعادی مرزها، 400×400 متر در نظر گرفته شده است. البته به علت تقارن، فقط یک چهارم سایت، یعنی ابعاد 200×200 متر) مدل‌سازی شده است. طرح شماتیک مدل و آرایش گره‌ی استفاده‌شده در شکل ۵ مشاهده می‌شود. برای گسسته‌سازی مکانی از 2646 گره و به فاصله‌ی گره‌ی ۱۰ متر در راستاهای X ، Y ، و Z استفاده شده است. این تعداد گره پس از تعدادی سعی و خطا به‌دست آمد. بدین صورت که اگر فاصله‌ی گره‌ی بیش از این میزان باشد، مقادیر مجهول در گره‌ها همگرا نمی‌شوند یا خطای قابل توجهی پیدا می‌کنند. از طرفی تعداد گره‌ی بیشتر باعث افزایش غیرمنطقی هزینه‌ی محاسباتی می‌شود. در شکل ۶، مدل دوبعدی در صفحه‌ی Y-Z و نقاط مشاهده‌ی نشان داده شده است.

سطح اولیه‌ی آبخوان در ۴۵ متری از کف (۵ متری از سطح زمین) قرار دارد و ۵ متر فوقانی آبخوان در حالت غیراشباع قرار دارد. بنابراین، فشار آب منفذی هیدرواستاتیک منفی برای عمق ۰ تا ۵ متر و فشار آب منفذی هیدرواستاتیک مثبت برای عمق ۵ تا ۴۵ متری آبخوان به عنوان شرایط اولیه بر مدل اعمال شد. همچنین فشار هوای منفذی برابر با فشار اتمسفر (صفر) فرض شد. آبخوان بر روی سنگ بستر (صلب و نفوذناپذیر) قرار گرفته است. میزان بارش سالانه‌ی منطقه ۱۵۳۹ میلی‌متر بر طبق آمار اداره‌ی هواشناسی سنول در کره‌ی جنوبی در نظر گرفته شد.^[۲۷] بنابراین سطح فوقانی آبخوان نفوذپذیر فرض شده و میزان بارش مشخصی بر آن اعمال شده است. همچنین سطح بالایی مدل در مقابل هرگونه جابجایی آزاد فرض شده است. مرزهای جانبی مدل به‌صورت نفوذناپذیر و مقید در برابر جابجایی در راستای بردار عمود بر صفحه خود در نظر گرفته شدند. همچنین فرض می‌شود پمپ درون کیسینگ (لوله‌ی جدار چاه) قرار دارد و در نتیجه در راستای X و Y مقید شده است. در هنگام شروع پمپاژ، به یک‌باره سطح آب در داخل چاه از ۴۵ متری به ارتفاع ۲۰ متری سطح نفوذناپذیر کاهش داده می‌شود و نرخ پمپاژ طوری تنظیم می‌شود که این میزان ثابت باقی بماند. بنابراین، به منظور مدل‌سازی پمپاژ آب، هد هیدرولیکی ثابتی برابر با ۲۰ متر بر ارتفاع $0-20$ متری پمپ اعمال شده است. برای در نظر گرفتن شرایط غیراشباع در ۵ متر بالای مدل از روابط درجه‌ی اشباع و ضریب نفوذپذیری نسبی ارائه‌شده

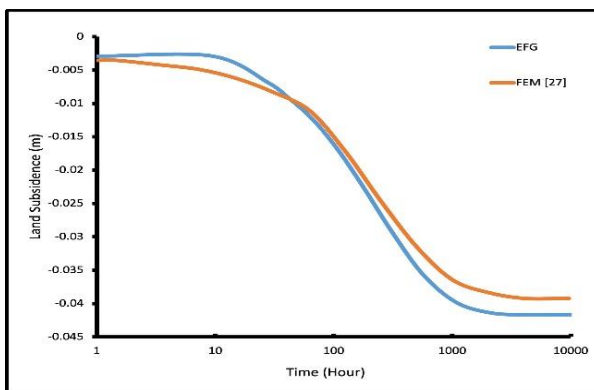
^۳ Steady-state

^۱ Kim

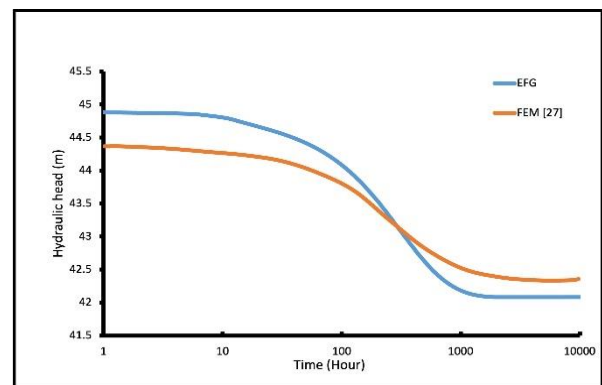
^۲ COWADE 123D

جدول ۴. مشخصات آبخوان. [۲۷]

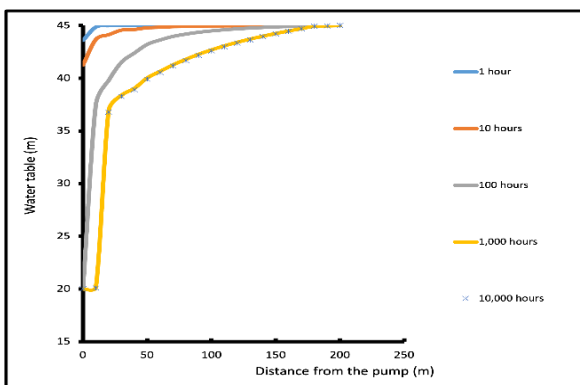
ردیف	متغیر	مقدار	واحد	توضیح
۱	n	۰/۲۵	-	پوکی
۲	k	$۳/۶۵ \times 10^{-۵}$	m/s	ضریب هدایت هیدرولیکی
۳	E	$۱/۴۷ \times 10^۷$	Pa	مدول کشسان
۴	G	$۵/۸۸ \times 10^۶$	Pa	مدول برشی
۵	ν	۰/۲۵	-	ضریب پواسون
۶	ν_s	۰/۲۵	-	ضریب پواسون دانه های جامد
۷	ρ_s	$۲/۶۵ \times 10^۳$	kg/m ^۳	چگالی دانه های جامد
۸	E_s	$۱/۶۷ \times 10^۹$	Pa	مدول کشسان دانه های جامد
۹	S_{wr}	۰/۰۵	-	درجه ی اشباع پسماند
۱۰	h_a	۰	m	هد فشار ورود هوا
۱۱	α_{BV}	۰/۵	m ^{-۱}	ضریب مدل غیر اشباع هوپاکارن و همکاران [۲۲]
۱۲	β_{BV}	۲	-	ضریب مدل غیر اشباع هوپاکارن و همکاران [۲۲]
۱۳	γ_{BV}	۱	-	ضریب مدل غیر اشباع هوپاکارن و همکاران [۲۲]
۱۴	n_{BV}	۲	-	ضریب مدل غیر اشباع هوپاکارن و همکاران [۲۲]



شکل ۸. نمودار فرونشست در نقطه ی DO بر حسب زمان در آبخوان.



شکل ۷. نمودار تغییرات هد هیدرولیکی در نقطه ی HO بر حسب زمان.



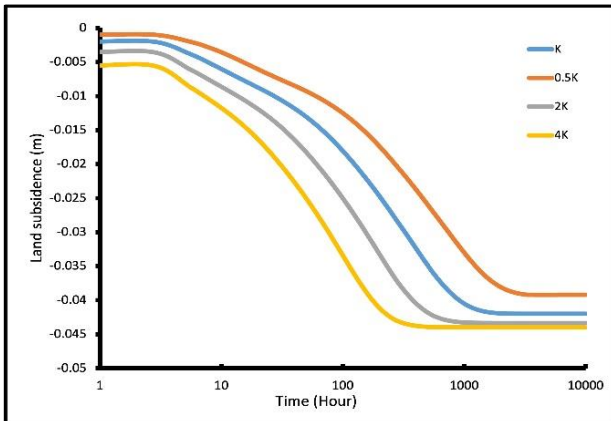
شکل ۹. تغییرات سطح آب نسبت به بستر نفوذناپذیر بر حسب فاصله از چاه و با گذشت ۱، ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ ساعت.

پمپاژ بر حسب فاصله از چاه مشاهده می شود؛ که مطابق آن، با گذشت زمان سطح آب به تدریج کاهش یافته است. با توجه به نتایج مشخص است که تغییر اساسی سطح آب در آبخوان پس از گذشت ۱۰۰ ساعت ایجاد شده و

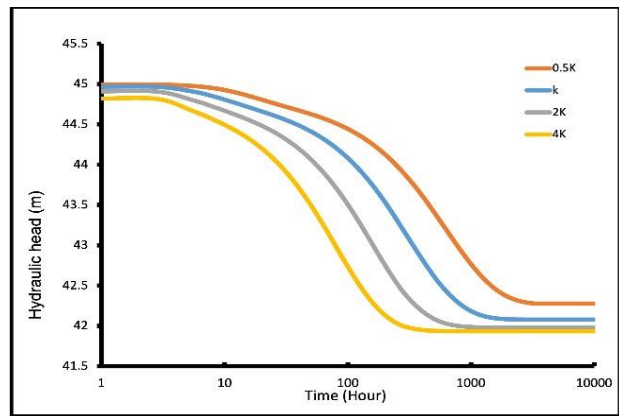
مقدار هد هیدرولیکی گزارش شده توسط روش EFG در نقطه ی مورد بررسی و از ۴۵ متر به ۴۴/۹ متر می رسد، اما نتایج روش المان محدود، [۲۷] بیان می کند که در یک ساعت ابتدایی بیش از ۰/۶ متر تغییر هد رخ داده است. پس از گذشت زمان، نتایج نهایی هد هیدرولیکی در روش EFG به نتایج روش FEM بسیار نزدیک می شود. برای مقایسه ی کمی نتایج EFG، FEM، RMSE، افت هد هیدرولیکی ۱۳/۳۵٪ به دست آمد، که نشان دهنده ی تطابق قابل قبول نتایج مدل سازی است.

در شکل ۸، میزان فرونشست زمین در طول زمان پمپاژ در نقطه ی مشاهده یی DO به مختصات (۵۰، ۱۰۰، ۰) در سطح زمین گزارش و نتایج روش های EFG و FEM مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می شود، نتایج روش EFG با دقت بسیار خوبی به نتایج روش FEM نزدیک است و RMSE فرونشست زمین ۵/۵۱٪ به دست آمده است، که نشانگر تطابق بسیار خوب نتایج مدل سازی است. در شکل ۹، تغییرات سطح آب نسبت به بستر نفوذناپذیر با گذشت ۱، ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ ساعت از آغاز

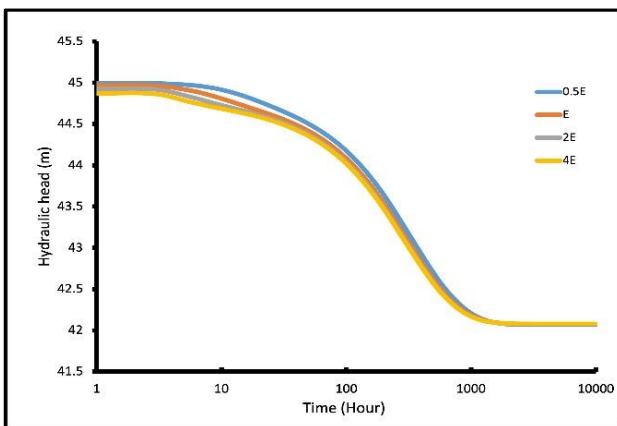
^۱ Root Mean Square Error



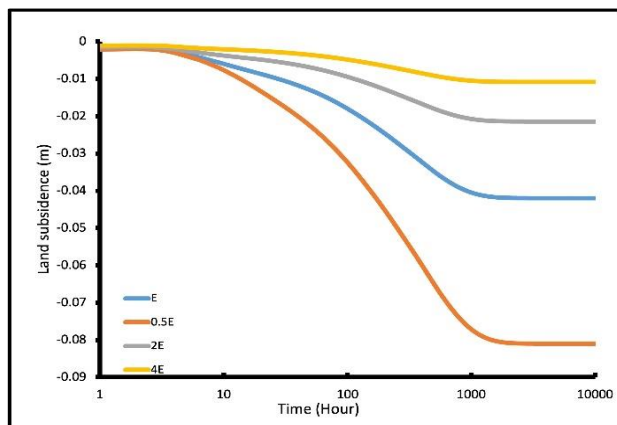
شکل ۱۱. نمودار تأثیر ضریب هدایت هیدرولیکی در فرونشست در نقطه‌ی DO بر حسب زمان.



شکل ۱۰. نمودار تأثیر ضریب هدایت هیدرولیکی در هد در نقطه‌ی DO بر حسب زمان $(K = 3/65 \times 10^{-5} \text{ m/s})$



شکل ۱۲. نمودار تأثیر مدول کشسان در تغییرات هد هیدرولیکی در نقطه‌ی HO بر حسب زمان



شکل ۱۳. نمودار تأثیر مدول کشسان در فرونشست در نقطه‌ی DO بر حسب زمان $(E = 14/7 \text{ GPa})$.

می‌شود که با برقراری شرایط پایدار، هد هیدرولیکی برای مقادیر مختلف مدول کشسان یکسان به دست می‌آید. بنابراین، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که مدول کشسان آبخوان تأثیر چندانی در میزان کاهش نهایی هد هیدرولیکی نداشته است.

در شکل ۱۳، تأثیر مدول کشسان آبخوان در فرونشست آبخوان مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، مدول کشسان آبخوان تأثیر چشمگیری در روند و

سطح آب در نقطه‌ی در راستای پمپ به ۲۰ متر رسیده است. پس از گذشت ۱۰۰۰ ساعت و برقراری حالت جریان دائمی، سطح آب در نقطه‌ی در راستای پمپ به ۲۰ متر رسیده و پس از آن سطح آب ثابت مانده است.

۵. تحلیل پارامتریک

به منظور بررسی تأثیر پارامترهای مختلف در فرونشست ناشی از استخراج آب‌های زیرزمینی، یک سری تحلیل پارامتریک انجام و تأثیر ضریب هدایت هیدرولیکی، مدول کشسان و ضریب پواسون آبخوان در فرونشست زمین و تغییرات هد هیدرولیکی بررسی شده است.

۱.۵ ضریب هدایت هیدرولیکی

برای بررسی تأثیر ضریب هدایت هیدرولیکی آبخوان در میزان فرونشست و تغییرات هد هیدرولیکی در آبخوان، مسئله‌ی مورد بررسی برای ۴ مقدار نفوذپذیری مختلف مدل‌سازی شده است. در شکل ۱۰، تغییرات هد هیدرولیکی برای مقادیر مختلف نفوذپذیری در نقطه‌ی بررسی‌شده‌ی HO در فاصله‌ی ۱۰۰ متری از چاه بر حسب زمان مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، مقادیر نفوذپذیری آبخوان فقط در زمان رسیدن به حالت پایدار تأثیر دارد و چندان در میزان کاهش نهایی هد هیدرولیکی آبخوان مؤثر نیست.

در شکل ۱۱، فرونشست آبخوان برای مقادیر مختلف ضریب نفوذپذیری در نقطه‌ی بررسی‌شده در فاصله‌ی ۱۰۰ متری از چاه بر حسب زمان مشاهده می‌شود. مشخص است که تغییر نفوذپذیری آبخوان، تأثیر چندانی در میزان فرونشست نهایی آبخوان نداشته و فقط در میزان لازم برای رسیدن به فرونشست مؤثر بوده است. بدین صورت که هر چه ضریب هدایت هیدرولیکی آبخوان بیشتر باشد، در بازه‌ی زمانی کوتاه‌تری فرونشست رخ می‌دهد. بنابراین، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که پارامتر ضریب هدایت هیدرولیکی، تأثیر چندانی در میزان فرونشست نهایی ندارد.

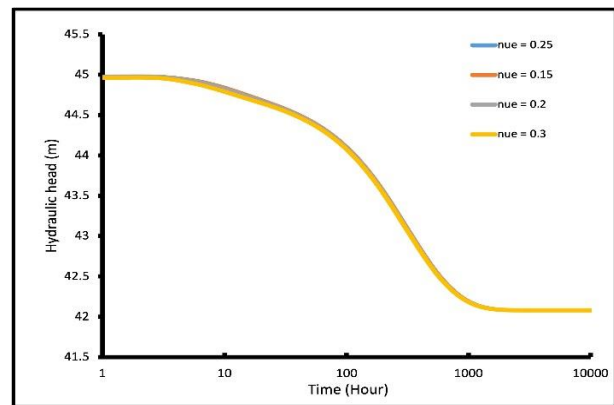
۲.۵ مدول کشسان آبخوان

مسئله‌ی بررسی‌شده مجدداً برای مقادیر مختلف مدول کشسان مدل‌سازی شده و بررسی تأثیر پارامتر مذکور در میزان فرونشست و تغییرات هد هیدرولیکی آبخوان صورت گرفته است. در شکل ۱۲، تأثیر مدول کشسان آبخوان در کاهش هد هیدرولیکی آبخوان مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، مدول کشسان آبخوان تأثیر بسیار کمی در روند کاهش هد هیدرولیکی آبخوان دارد. مشاهده

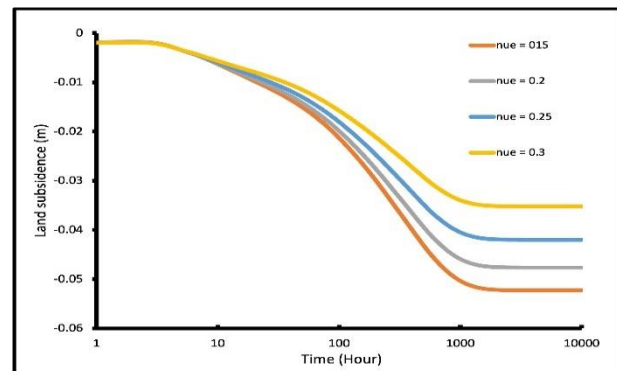
تقریباً تأثیری در روند کاهش هد هیدرولیکی و مقدار نهایی هد هیدرولیکی در حلت جریان پایدار ندارد. اما پارامتر اخیر، تأثیر نسبتاً مهمی در میزان فرونشست نهایی آبخوان دارد. بدین صورت که هر چه ضریب پواسون بیشتر باشد، فرونشست ایجاد شده نیز بیشتر است. این نتیجه مطابق با رابطه مدول بالک با ضریب پواسون است $(K = E / 3(1 - 2\nu))$. با توجه به رابطه عکس تراکم پذیری و مدول بالک، می توان نتیجه گرفت که هر چه ضریب پواسون به 0.5 نزدیک تر شود، تراکم پذیری مدل و در نتیجه میزان تغییر شکل قائم (با توجه به مقید بودن سطوح جانبی مدل) کمتر می شود.

۶. نتیجه گیری

با رشد جمعیت و افزایش تقاضا برای آب شیرین، استفاده از سفره های آب زیرزمینی روند رو به افزایشی در چند دهه ی گذشته داشته است. از آنجا که برداشت آب از آبخوان ها باعث تحکیم لایه های آبخوان می شود، لازم است پیش از اجرای پروژه های استخراج آب های زیرزمینی مطالعاتی در رابطه با میزان فرونشست احتمالی انجام شود، تا از آسیب به محیط طبیعی و رخداد بحران فرونشست در سطح کلان جلوگیری شود. در پژوهش حاضر، به کمک یک مدل هیدرومکانیکی سه بعدی کاملاً همبسته، پدیده ی فرونشست ناشی از استخراج آب های زیرزمینی از آبخوان های غیراشباع همسان با فرض برقراری رابطه ی کشسان خطی به روش EFG شبیه سازی و نتایج مدل سازی عددی با نتایج روش FEM مقایسه شد. افت نهایی هد هیدرولیکی و فرونشست نهایی ناشی از استخراج آب با دقت بسیار خوبی پیش بینی شد. بنابراین، مدل ارائه شده به خوبی توانایی مدل سازی پدیده ی فرونشست در آبخوان ها با در نظر گرفتن آثار لایه ی غیراشباع را دارد. در بخش پایانی پژوهش، مطالعه ی پارامتریک صورت گرفته و تأثیر پارامترهای ضریب هدایت هیدرولیکی آبخوان، مدول کشسان آبخوان و ضریب پواسون در فرونشست زمین بررسی شده است. مؤثرترین پارامتر، ضریب کشسان آبخوان است و پس از آن ضریب پواسون، تأثیر نسبتاً قابل توجهی در فرونشست زمین بدین صورت که با کاهش مدول کشسان و ضریب پواسون، فرونشست زمین افزایش می یابد. همچنین مشاهده شد اگر چه ضریب هدایت هیدرولیکی آبخوان در روند فرونشست تأثیرگذار است، پارامتر اخیر در میزان فرونشست نهایی زمین در حلت پایدار تأثیر چندانی ندارد. بنابراین، پارامترهای مدول کشسان و ضریب پواسون بیشترین تأثیر را در میزان فرونشست نهایی زمین دارند و لازم است پیش از اجرای پروژه های برداشت آب های زیرزمینی، پارامترهای اخیر با دقت قابل قبول در نظر گرفته شوند.



شکل ۱۴. نمودار تأثیر ضریب پواسون (ν) در تغییرات هد هیدرولیکی در نقطه ی HO بر حسب زمان.



شکل ۱۵. نمودار تأثیر ضریب پواسون (ν) در فرونشست در نقطه ی DO بر حسب زمان.

میزان نهایی فرونشست آبخوان داشته است. همان طور که انتظار می رفت، با افزایش میزان مدول کشسان سیستم آبخوان، میزان فرونشست کاهش یافته است. مشاهده می شود که با نصف شدن مدول کشسان آبخوان، فرونشست به میزان قابل توجهی افزایش یافته است و بنابراین لازم است پارامتر مدول کشسان با دقت بیشینه ی ممکن توسط روش های برجا یا آزمایشگاهی به دست آید.

۳.۵. ضریب پواسون آبخوان

در شکل های ۱۴ و ۱۵، به ترتیب تأثیر پارامتر ضریب پواسون در تغییرات هد هیدرولیکی و فرونشست مشاهده می شود. مشخص است که ضریب پواسون

References- منابع

- Asadi, R. and Ataie-Ashtiani, B., 2015. A comparison of finite volume formulations and coupling strategies for two-phase flow in deforming porous media. *Computers and Geotechnics*, 67, pp.17-32. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.02.004>
- Donoso, M., Di Baldassarre, G., Boegh, E., Browning, A., Oki, T., Tindimugaya, C., Vairavamoorthy, K., Vrba, J., Zalewski, M. and Zubari, W. K., 2012. International hydrological programme (ihp) eighth phase: water security: Responses to local, regional and global challenges. *Strategic Plan, Ihp-Viii (2014-2021)*. Catalog number p.218061, UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/images/0021/002180/218061e.pdf>
- Fulton, A., 2006. Land subsidence: What is it and why is it an important aspects of groundwater management.

- Sacramento: California Department of Water Resources. Available: <https://shorturl.at/euGY7>
4. Motagh, M., Djamour, Y., Walter, T.R., Wetzel, H.U., Zschau, J. and Arabi, S., 2007. Land subsidence in Mashhad Valley, northeast Iran: Results from InSAR, levelling and GPS. *Geophysical Journal International*, 168(2), pp.518–526. <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2006.03246.x>
 5. Mousavi, M., 1998. Analysis of mutual effects of hydraulic parameters and ground subsidence due to groundwater extraction. Sharif University of Technology. Available: <https://shorturl.at/oLMP8>. [In Persian].
 6. Tey, W. Y., Asako, Y., Ng, K. C. and Lam, W. H., 2020. A review on development and applications of element-free galerkin methods in computational fluid dynamics. <https://doi.org/10.1080/15502287.2020.1821126>.
 7. Iranmanesh, M. A. and Pak, A., 2023. Three-dimensional numerical simulation of hydraulically driven cohesive fracture propagation in deformable reservoir rock using enriched EFG method. *Computational Geosciences*, 27(2), pp.317–335. <https://doi.org/10.1007/S10596-023-10198-2/METRICS>.
 8. Dinesh, P., Ranjith, P. G., Behera, M. R. and Muthu, N., 2021. Experimental and numerical (EFG method) studies on sedimentary rock under varied salinity conditions. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 148, p.104909. <https://doi.org/10.1016/J.IJRMMS.2021.104909>.
 9. Khoshghalb, A. and Khalili, N., 2010. A stable meshfree method for fully coupled flow-deformation analysis of saturated porous media. *Computers and Geotechnics*, 37(6), pp.789–795. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2010.06.005>.
 10. Biot, M. A., 1941. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 12(2), pp.155–164. <https://doi.org/10.1063/1.1712886>.
 11. Nazari, A. and Haji Hosseini Mesgar, A., 2017. Prediction of subsidence caused by exploitation of underground water resources using mathematical modeling (case study: Aliabad Plain). *The 16th Iranian Hydraulic Conference*, Mohaghegh Ardabili University, 1, pp.1–8 [In Persian].
 12. Rajabi, A. M., 2018. A numerical study on land subsidence due to extensive overexploitation of groundwater in Aliabad plain, Qom-Iran. *Natural Hazards*, 93(2), pp.1085–1103. <https://doi.org/10.1007/s11069-018-3448-z>.
 13. Pathania, T., Eldho, T. I. and Bottacin-Busolin, A., 2020. Coupled simulation of groundwater flow and multispecies reactive transport in an unconfined aquifer using the element-free Galerkin method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 121, pp.31–49. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2020.08.019>.
 14. Pathania, T. and Rastogi, A. K., 2017. Groundwater flow simulation in confined aquifer by meshless element free galerkin method. *European Water*, 57(2000), pp.505–512. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2020.08.019>.
 15. Nayroles, B., Touzot, G. and Villon, P., 1992. Generalizing the finite element method: Diffuse approximation and diffuse elements. *Computational Mechanics*, 10(5). <https://doi.org/10.1007/BF00364252>
 16. Belytschko, T., Lu, Y. Y. and Gu, L., 1994. Element-free galerkin methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37(2), pp.229–256. <https://doi.org/10.1002/nme.1620370205>.
 17. Liu, G. R., 2002. Mesh free methods: Moving beyond the finite element method. In *Mesh Free Methods: Moving beyond the Finite Element Method*. <https://doi.org/10.1299/jsmecmd.2003.16.937>.
 18. Samimi, S. and Pak, A., 2014. A novel three-dimensional element free Galerkin (EFG) code for simulating two-phase fluid flow in porous materials. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 39(1). <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2013.10.011>.
 19. Samimi, S. and Pak, A., 2016. A three-dimensional mesh-free model for analyzing multi-phase flow in deforming porous media. *Meccanica*, 51. <https://doi.org/10.1007/s11012-015-0231-z>.
 20. Iranmanesh, M. A., Pak, A. and Samimi, S., 2018. Non-isothermal simulation of the behavior of unsaturated soils using a novel EFG-based three dimensional model. *Computers and Geotechnics*, 99, pp.93–103. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2018.02.024>
 21. van Genuchten, M. Th., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), pp.892–898. <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>
 22. Huyakorn, P.S., Thomas, B.M. and Thompson, B.M., 1984. Techniques for making finite elements competitive in modeling flow in variably saturated porous media. *Water Resources Research*, 20(8), pp.1099–1115. <https://doi.org/10.1029/WR020i008p01099>
 23. Brooks, R. and Corey, A., 1964. Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Papers*, Colorado State University, 3(March), 37 pp. [Online]. Available: <http://www.citeulike.org/group/1336/article/711012>
 24. Rahman, N. A. and Lewis, R. W., 1999. Finite element modelling of multiphase immiscible flow in deforming porous media for subsurface systems. *Computers and Geotechnics*, 24(1), pp.41–63. [https://doi.org/10.1016/S0266-352X\(98\)00029-9](https://doi.org/10.1016/S0266-352X(98)00029-9)
 25. Khoei, A.R. and Mohammadnejad, T., 2011. Numerical modeling of multiphase fluid flow in deforming porous media: A comparison between two- and three-phase models for seismic analysis of earth and rockfill dams. *Computers and Geotechnics*, 38(2), pp.142–166. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2010.10.010>

26. Tourei, A., 2021. Numerical modelling of land subsidence induced by groundwater extraction in aquifers, considering the unsaturated effects and using the element-free Galerkin method. Sharif University of Technology. Available: <https://shorturl.at/blqvQ>. [In Persian].
27. Kim, J. M., 2005. Three-dimensional numerical simulation of fully coupled groundwater flow and land deformation in unsaturated true anisotropic aquifers due to groundwater pumping. *Water Resources Research*, 41(1), pp.1–16. <https://doi.org/10.1029/2003WR002941>.