آنالیز مودال عملیاتی خودکار سه مرحلهای با استفاده از حذف مودهای ریاضی به روش خوشهبندی بر اساس چگالی

امیر سالار مهرآباد^۱، احمد شوشتری^۲ ۱- دانشجو دکتری سازه، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد ۲- استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی مشهد

> پست الکترونیکی نویسندگان: <u>amir.salarmehr@gmail.com</u> - ۱ <u>ashoosht@um.ac.ir</u> -۲

چکیدہ:

از جمله موارد چالشبرانگیز در آنالیز مودال عملیاتی، وابسته بودن روشهای آن به قضاوت کاربر در جداسازی مودهای فیزیکی از مودهای جعلی و تفکیک مودهای واقعی سازه از یکدیگر است. در سالهای اخیر تحقیقات گستردهای در خصوص خودکارسازی روشهای آنالیز مودال عملیاتی صورت گرفته است. در غالب این پژوهشها تلاش شده است که با استفاده از تکنیکهای یادگیری ماشین نیاز به دخالت کاربر در محاسبه پارامترهای مودال به حداقل برسد. در این پژوهش به منظور جداسازی مودهای فیزیکی از مودهای جعلی از روش خوشهبندی DBSCAN بهره گرفته شده است. در نهایت به کمک روش خوشهبندی سلسلهمراتبی مودهای فیزیکی شناسایی شده از یکدیگر تفکیک شدهاند. الگوریتم معرفی شده بر روی یک سازه ۶ درجه آزادی و یک پل واقعی پیادهسازی شد. نتایج نشان میدهد استفاده از الگوریتم خوشهبندی DBSCAN نسبت به الگوریتمهای ماند درجه آزادی و یک پل واقعی پیادهسازی شد. نتایج نشان میدهد استفاده از الگوریتم خوشبندی MBSCAN نسبت به الگوریتمهای ماند

واژگان کلیدی:

آنالیز مودال عملیاتی خودکار، یادگیری ماشین، خوشهبندی، پایش سلامت سازه

Three-stage automatic operational modal analysis using mathematical mode elimination by density-based clustering method

A. Salar Mehrabad', A. Shooshtari'

1- PhD Student, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

Y- Associate Professor, Department of Civil Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

Abstract:

Estimating the modal parameters of a structure is essential for a variety of applications, including health monitoring, damage detection, design verification, and model updating. Modal parameters are the natural frequencies, mode shapes, and damping ratios of a structure. They can be used to understand the dynamic behavior of the structure and to identify any changes that may occur over time. Operational modal analysis (OMA) is a technique that uses the response of a structure to environmental loads to estimate modal parameters. OMA is a non-destructive testing method that can be used on structures in their operating environment. This makes it a valuable tool for health monitoring and damage detection of buildings, bridges, wind turbines, and stadiums. One of the challenges of OMA is that its methods rely on the user's judgment to separate physical modes from spurious modes and to distinguish between real modes of the structure. Spurious modes are not caused by the actual structure, but by noise or other environmental factors. Real modes are caused by the structure itself. In recent years, there has been extensive research on automating OMA methods for modal parameter estimation. Most of these studies have attempted to minimize the need for user intervention in modal parameter calculation by using machine learning techniques. Machine learning techniques can be used to automatically identify physical modes and to distinguish between real modes of the structure. This research uses the Stochastic Subspace Identification (SSI) method for OMA. The DBSCAN clustering method is used to separate physical modes from spurious modes. Finally, the hierarchical clustering method is used to distinguish between real modes of the structure. The proposed algorithm was implemented on a ۶-degree-of-freedom structure and a real bridge. The results show that the proposed method has a higher power to separate physical modes from spurious modes than previous methods.

Keywords: Automatic operational modal analysis, machine learning, clustering, structural health monitoring

۱ ــ مقدمه

بررسی ارتعاشات یک سازه میتواند اطلاعات ارزشمندی در خصوص سلامت و ایمنی آن سازه در اختیار قرار دهد. مشخصات دینامیکی سازه و تغییرات آن میتواند در بهروز رسانی مدل [۱]، تشخیص آسیب [۲]، پایش سلامت [۳]، صحت سنجی طراحی، تخمین نیروهای وارد بر سازه [۴] و توسعه سیستم هشدار در پلها و ساختمانهای بلند [۵] استفاده شود. دامنه کاربرد بررسی ارتعاش سازهها تنها محدود به سازههای بزرگ مقیاس نبوده و در سازههایی با ابعاد بسیار کوچک مثل نانوتیرها نیز کاربرد دارد. از موارد کاربرد این سازهها میتوان به نانوحسگرها، نانومحرکها و میکروسکوپهای مقیاس نانو اشاره کرد. در چند دهه اخیر بررسی رفتار این سازهها از جمله ارتعاش آنها مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. جهت اطلاع بیشتر در میتوان به مراجعی مانند [۶–۱۰] رجوع نمود.

آنالیز مودال عملیاتی^۱ یکی از از موثرترین تکنیکهای تخمین پارامترهای دینامیکی است که میتواند فرکانسهای طبیعی، شکلهای مودی و نسبت میرایی را برای هر مود با توجه به پاسخ سازه به بارهای خارجی تخمین بزند. از دیگر مزایای این روش عدم نیاز به تحریک خارجی سازه به صورت مصنوعی (که برای سازههای بزرگ هزینه و مشکلات زیادی دارد) و همچنین عدم نیاز به توقف بهرهبرداری از سازه در زمان انجام آنالیز مودال است.

در طی دهههای اخیر OMA تبدیل به یک ابزار قدرتمند به منظور محاسبه پارامترهای دینامیکی سازههایی چون پلها [۱۱]، سدها، ساختمانها [۱۲]، سازههای تاریخی [۱۳]، سکوهای دریایی، توربینهای بادی و استادیومها شده است. تکنیکهای OMA به دو دسته کلی دامنه فرکانس^۲ و دامنه زمان^۳ تقسیم میشوند. شناخته شدهترین روشهای دامنه فرکانس در بین روشهای آنالیز مودال عملیاتی روش انتخاب قله^۴ [۱۴] و روش تجزیه دامنه فرکانس^۵ [۱۵]، هستند. از شناختهشدهترین روشهای دامنه زمان نیز میتوان به روش دامنه زمان ابراهیم^۶ [۱۶]، الگوریتم تحقق سیستم ویژه^۷ [۱۷]

و روش زیرفضاهای اتفاقی^۸ [۱۸] اشاره کرد. روش زیرفضاهای اتفاقی به دلیل توانایی بالا در تعیین پارامترهای مودال در شرایط تحریک ضعیف و تفکیک مودهای با فرکانس نزدیک به یکدیگر، به عنوان یکی از قویترین روشهای این حوزه شناخته میشود.

با توجه به آن که در تخمین مودهای سازه با روش زیرفضاهای اتفاقی ممکن است تعدادی مود غیر سازهای (جعلی) نیز ظاهر شوند، جهت اطمینان از دستیابی به مودهای فیزیکی قابل مشاهده، مرتبه مدل به اندازه کافی بزرگ فرض میشود. در آنالیز مودال عملیاتی، مرتبه مدل به مفهوم تعداد مودهای فرض شده برای سازه در آن آنالیز است. بنابراین چنانچه مرتبه درنظر گرفته شده برای مدل به اندازه کافی بزرگتر از تعداد مودهای فیزیکی سازه باشه، امکان رویت نشدن مودهای فیزیکی کاهش مییابد.

هرچند که بالا رفتن مرتبه مدل احتمال مشاهده مودهای فیزیکی را افزایش میدهد، اما سبب به وجود آمدن تعداد قابل توجهی مود ریاضی میشود. روش مرسوم جهت تفکیک این دسته از مودها استفاده از دیاگرام پایداری^۹ و قضاوت کاربر است. این مرحله از آنالیز مودال عملیاتی غالباً به صرف وقت قابل توجهی نیاز داشته و امکان پایش مستمر سازه را دشوار میسازد [۱۹].

با توجه به مزایای خودکارسازی آنالیز مودال عملیاتی، طی دو دهه اخیر پژوهشهای گسترده بر روی این موضوع صورت گرفته است. وربون و همکاران [۲۰] و ساینتی و همکاران [۲۱] با استفاده از روش خوشهبندی فازی روشی جهت دستهبندی مودهای سازه ارائه دادند. ماگالهیز و همکاران [۲۲] از آنالیز مودال عملیاتی خودکار جهت تخمین پارامترهای دینامیکی پل قوسی بهره جستن. ریندرز و همکاران [۳۳] برای اولین بارالگوریتم سه مرحلهای خودکارسازی آنالیز مودال عملیاتی را ارائه دادند. کابوی و همکاران [۲۴] و کاردوسو و همکاران [۳۵] از روش خوشهبندی سلسلهمراتبی جهت جدا سازی مودها استفاده کردند. سو و همکاران [۲۶] از پردازش تصویر جهت پردازش دیاگرام پایداری استفاده کردند.

- [^] Stochastic Subspace Identification (SSI)
- ¹ Stabilization diagram

- ¹ Operational Modal Analysis (OMA)
- ^r frequency domain

- * The Basic Frequency Domain (Peak-Picking) Method
- ^a Frequency Domain Decomposition (FDD)

^{*} Ibrahim Time Domain (ITD)

^v Eigensystem Realization Algorithm (ERA)

^r time domain

در پژوهش حاضر از یک الگوریتم سه مرحلهای در خودکارسازی تفسیر اطلاعات دیاگرام پایداری استفاده شده است. در مرحله اول مودهایی که به طور قطعی جعلی هستند توسط معیار سخت جدا می شوند. در مرحله دوم شاخص هایی برای مودها تعریف شده و به کمک روش تحلیل مولفههای اصلی ' تعداد ابعاد این روشها کاهش یافته تا قابل مشاهده شوند. در این مرحله به کمک روش خوشهبندی فضایی مبتنی بر چگالی <mark>در کار</mark>بردهای دارای نویز ^۲ مودها به دو دسته مودهای احتمالاً فیزیکی و مودهای قطعاً جعلی تقسیم میشوند. مرحله دوم با استفاده از الگوریتم خوشهبندی K-میانگین^۳ نیز جهت مقایسه انجام می شود. در نهایت در مرحله سوم به کمک الگوریتم خوشەبندى سلسلەمراتېي مودھاى باقيماندە، از يكديگر تفكيك مى شوند. وجه تمایز این پژوهش نسبت به پژوهشهای پیشین، مشاهدهپذیر کردن پراکندگی مودها با استف<mark>اده از ا</mark>لگوریتم PCA و استفاده از الگوريتم DBSCAN به عنوان الگوريتم مناسب خوشهبندی جهت تفکیک مودهای واقعی از مودهای جعلی می باشد. الگوریتم معرفی شده بر روی یک قاب شش طبقه مدلساز<mark>ی شده در</mark> OpenSees و یک پل واقعی بررسی میشود.

۲- الگوریتم زیرفضاهای اتفاقی کوواریانس مح<mark>ور</mark>

روش زیرفضاهای اتفاقی به عنوان یکی از محبوب ترین روش های دامنه زمان آنالیز مودال عملیاتی شناخته شده و به دو دسته داده محور و کواریانس محور تقسیم می شود. در این قسمت خلاصهای از روش زیرفضاهای اتفاقی کوواریانس محور^۵ که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است ارائه می شود. جهت اطلاع بیشتر از جزئیات این روش می توان به مراجعی مانند [۲۷] مراجعه نمود.

روش زیرفضاهای اتفاقی، سازه را بر اساس یک مدل فضای حالت^۶ گسستهزمانی، تحت تحریک نامعلوم در نظر می گیرد.

 $\{s_{k+1}\} = [A]\{s_k\} + \{w_k\}$ (1)

 $\{y_k\} = [C]\{s_k\} + \{v_k\}$ (Y)

¹ Principal Component Analysis (PCA)⁷Density-Based Spatial Clustering of Applications with

Noise (DBSCAN) [°] K-means

[A] در رابطه فوق $\{s_k\}$ بردار حالت، $\{y_k\}$ بردار خروجی، [A] ماتریس حالت و [C] ماتریس خروجی است. با توجه به در دسترس نبودن بارهای اعمالی به سازه در رابطه فوق $\{w_k\}$ به صورت نویز سفید گوسی⁷، که ناشی از نویز پردازش و اثرات ورودی در بردار حالت است در نظر گرفته می شود. همچنین $\{v_k\}$ نیز به صورت نویز سفید گوسی فرض شده و ترکیبی است از نویز اندازه گیری و اثرات ورودی در بردار در بردار در بردار خروجی.

می توان نشان داد که اطلاعات مودال مانند فرکانس طبیعی، شکلهای مودی و میرایی هرمود در ماتریسهای حالت و خروجی وجود دارند. در روش شناسایی زیرفضاهای اتفاقی کواریانس محور ابتدا ماتریس کوواریانس دادهها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\begin{split} & [\hat{R}_{i}] = [C][A]^{i-1}[G] = \frac{1}{N-i} [Y_{(i:N-i)}] [Y_{(i:N)}]^{T} \qquad (\texttt{\r{r}}) \\ & \text{ cr} (\texttt{r}) \\ & \text{ cr} (\texttt$$



* Hierarchical clustering

- $^{\circ}$ SSI-COV
- [°] State space
- $^{\nu}$ Gaussian white noise

در این رابطه $[O_i]$ و $[\Gamma_i]$ به ترتیب ماتریس رویتپذیریⁱ و کنترل پذیری معکوس⁷ هستند و ابعاد آنها به ترتیب برابر $n \times s^i$ و $n \times li$, میباشند. در شرایطی که سیستم به طور کامل قابل رویت و کنترل باشد، مرتبه ماتریس قطری $[T_{Ni}]$ برابر با n است. میتوان این ماتریس را حاصلی از ضرب ماتریس $[O_i]$ با n ستون و $[\Gamma_i]$ با n سطر دانست. با تجذیه مقادیر تکین ماتریس $[T_{Ni}]$ داریم:

$$[T_{\eta_i}] = [U][\Sigma][V]^T = [[U_{\eta}][U_{\eta}]] \begin{bmatrix} [\Sigma_{\eta}] & [\cdot] \\ [\cdot] & [\cdot] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_{\eta}]^T \\ [V_{\eta}]^T \end{bmatrix}$$
(8)

می توان به صورت رابطهی (۷) و (۸)، ماتریس های [*O*] و [Γ] را با تقسیم نمودن ماتریس های تجزیه به دو قسمت محاسبه کرد:

$$[O_i] = [U_1][\Sigma_1]^{\mathsf{v}} \tag{V}$$

 $[\Gamma_i] = [\Sigma_i]^{\overline{\mathbf{v}}} [V_i]^T$

در صورتی که ماتریس قطر ثابت $[T_{\eta i}]$ به اندازه یک گام زمانی به جلو انتقال یابد داریم:

(λ)

$$[T_{\mathsf{v}[i+1}] = \begin{bmatrix} [\hat{R}_{i+1}] & [\hat{R}_{i}] & \dots & [\hat{R}_{\mathsf{v}}] \\ [\hat{R}_{i+1}] & [\hat{R}_{i+1}] & \ddots & [\hat{R}_{\mathsf{v}}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\hat{R}_{\mathsf{v}i}] & [\hat{R}_{\mathsf{v}i-1}] & \dots & [\hat{R}_{i+1}] \end{bmatrix} = [O_{i}][A][\Gamma_{i}]$$
(9)

:بنابر رابطه (۹) ماتریس حالت به صورت زیر قابل محاسبه است $[A] = [O_i]^+ [T_{\mathsf{r}|i+1}] [\Gamma_i]^+ = [\Sigma_1]^{-1/\mathsf{T}} [U_1]^T [T_{\mathsf{r}|i+1}] [V_1] [\Sigma_1]^{-1/\mathsf{T}}$ (۱・)

به منظور محاسبه پارامترهای مودال سازه با تجزیه مقادیر ویژه ماتریس [A] داریم: $[A]=[\Psi][\Lambda][\Psi]^{-1}$

در این رابطه
$$[\Lambda] = diag(\mu_i)$$
 ماتریس مقادیر ویژه ماتریس
[A] و [Y] ماتریس بردارهای ویژه [A] هستند. مقادیر ویژه
برای یک سیستم پیوستهزمانی به صورت زیر به دست میآید:

 $[\lambda_m] = \frac{\ln(\mu_m)}{\Delta t} \tag{17}$

در رابطه فوق [∆1] فاصله گامهای زمانی است. در نهایت مقادیر فرکانسهای طبیعی، نسبتهای میرایی و شکلهای مودی به صورت زیر به دست میآید:

$$f_r = \frac{|\lambda_r|}{\tau \pi} \tag{17}$$

$$\xi_r = -\frac{\operatorname{Re}(\lambda_r)}{|\lambda_r|} \tag{14}$$

$$\phi_i = C \Psi_i \tag{10}$$

۳- حذف مودهای غیر سازهای

نتیجه نهایی آنالیز مودال عملیاتی با استفاده از روش SSI شامل چندین مدل با مرتبههای متفاوت است. با توجه به بزرگتر بودن مرتبه مدل از مودهای فیزیکی قابل مشاهده سازه و وجود نویزهای اندازه گیری، تعداد قابل توجهی از مودهای شناسایی شده، مودهای جعلی بوده و جنبه فیزیکی ندارد. بنابراین جهت حذف آنها و تفکیک مودهای فیزیکی از یکدیگر توسط کاربر، دیاگرام پایداری ترسیم میشود. حذف مودهای ریاضی از دیاگرام پایداری به صورت خودکار تحت دو مرحله زیر صورت می گیرد.

۲_۱_۳ معیار سخت در حذف مودهای غیر فیزیکی

عدم تحقق بعضی از مشخصات در مودهای شناسایی شده می تواند نشان از غیر فیزیکی بودن این مودها باشد. به عنوان مثال در سازههای ساختمانی انتظار از نسبت میرایی اعدادی بین ۰ تا ۲۰ درصد است. اعداد خارج از این محدود نشان از محاسباتی بودن مود مورد نظر دارد. استفاده از معیار سخت جهت حذف مودهای به طور قطع ریاضی توسط [۱۷] ارائه شد. معیار سخت در نظر گرفته شده جهت حذف مودهای ریاضی در این پژوهش به شرح زیر هستند: $\operatorname{Re}(\lambda_{r}) \geq 0$

 $\operatorname{Im}(\lambda_{r}) \neq 0 \tag{1Y}$

$$0\% < \xi_r < 20\% \tag{11}$$

 r reversed controllability

^v Observability matrix

مودهای شناسایی شده که پارامترهای آنها خارج از معیار فوق است بلافاصله حذف میشوند. لازم به ذکر است که تمامی مودهای باقیمانده الزاما مود فیزیکی نیستند.

۳ ـ ۲ ـ معیار نرم حذف مودهای غیر فیزیکی

پیش از تشخیص مودهای واقعی یک سازه نیاز است که تا حد امکان مودهای غیر فیزیکی موجود در دیاگرام پایداری حذف شوند. در مرحله دوم حذف مودهای ریاضی از تکنیک خوشهبندی استفاده میشود. در این مرحله با توجه به خاصیت نزدیک بودن پارامترهای مودال در مودهای فیزیکی نسبت به مودهای ریاضی، مودهای باقی مانده در مرحله قبل به دو دسته جعلی و احتمالاً واقعی تفکیک میشوند. پارامترهای در نظر گرفته شده در خوشهبندی مودها شامل اختلاف مقدار ویژه، اختلاف فرکانس طبیعی، اختلاف میرایی، اختلاف شکل مودی و اختلاف میانگین انحراف فاز هر مود با نزدیک ترین مود ری موجود در مدل با یک مرتبه بالاتر است. نحوه محاسبه هریک از پارامترهای فوق در روابط زیر مشاهده میشود:

$$\lambda_{ij} = \frac{\left|\lambda_i - \lambda_j\right|}{\max(\left|\lambda_i\right|, \left|\lambda_j\right|)} \tag{19}$$

$$df_{ij} = \frac{|f_i - f_j|}{\max(|f_i|, |f_j|)} \tag{(7.)}$$

$$MAC(\phi_i, \phi_j) = \frac{\left|\phi_i^* \phi_j\right|^{\mathsf{r}}}{\left\|\phi_i\right\|_{\mathsf{r}}^{\mathsf{r}} \left\|\phi_j\right\|_{\mathsf{r}}^{\mathsf{r}}} \tag{(11)}$$

بردار مشخصات هرکدام از مودهای تخمین زده شده جهت خوشهبندی به صورت زیر برپا می شوند:

$$[P_i] = \begin{bmatrix} d\lambda_{ij} & df_{ij} & d\xi_{ij} & 1 - (MAC_{ij}) & dMPD_{ij} \end{bmatrix}$$
(YY)

۳ ــ ۳ ــ تحلیل مولفههای اصلی

با توجه آن که مشخصات هر مود جهت خوشهبندی در برداری ۵ بعدی قرار دارد، مشاهده پراکندگی دادههای امکان پذیر نمی باشد. بدین جهت نیاز است که مشخصات مودها از فضای ۵ بعدی به فضای ۲ یا ۳ بعدی منتقل می شوند. یکی از پرکار بردترین روش ها جهت

کاهش ابعاد پارامترها استفاده از تکنیک PCA است. کاهش ابعاد پارامترها عمدتاً به دو منظور بالا بردن دقت خوشهبندی در دادههای با ابعاد بسیار بالا و همچنین نمایش دادهها کاربرد دارد. PCA یک روش آماری چند متغیره خطی برای تحلیل دادهها است که هدف آن کاهش ابعاد داده با از دست دادن حداقل میزان اطلاعات میباشد. ایده اصلی روش تحلیل مولفههای اصلی پیدا کردن راستایی است که تصویر دادهها بر روی آن راستا دارای بیشترین پراکندگی باشد. به همین ترتیب راستاهای بعدی نیز سعی میشود در جهتی انتخاب شوند که با حذف راستاهای قبل دارای بیشترین پراکندگی از تصویر دادهها بر روی آن باشند.

۳ – ۴ – الگوریتمهای خوشهبندی استفاده شده جهت تفکیک مودهای واقعی از مودهای جعلی

خوشهبندی یکی از پرکاربردترین روشهای دستهبندی دادههای بدون برچسب است. این روش با استفاده از دستهبندی دادهها با توجه به خصوصیات مشترک شان در علوم مختلف چون یادگیری ماشین، هوش مصنوعی، گیاهشناسی و پزشکی کاربرد دارند. در آنالیز مودال عملیاتی استفاده از خوشهبندی به دو منظور تفکیک مودهای فیزیکی از جعلی و همچنین تفکیک مودهای فیزیکی از یکدیگر کاربرد دارد. در این بخش سه الگوریتم خوشهبندی که در این پژوهش جهت حذف مودهای ریاضی از فیزیکی استفاده شده است به اختصار شرح داده میشود.

K-means خوشهبندی – ۴ – ۳

یکی از پرکاربردترین روشهای خوشهبندی دادهها استفاده از الگوریتم K-means است. عبارت K-means برای اولینبار توسط مککوین مورد استفاده قرار گرفت. در این روش دادهها بر اساس فاصله اقلیدوسی از یکدیگر تفکیک میشوند و هدف آن است که مجموع مربع اختلاف دادههای یک خوشه از میانگین آن خوشه، کمینه شود.

$$\arg\min\sum_{i=1}^{k}\sum_{X\in S_{l}}^{n}\left\|X-\mu_{i}\right\|^{r}$$
(YY)

در رابطه فوق k تعداد خوشهها و μ_i میانگین دادههای خوشه k میانگین دادههای خوشه k ماست. رایجترین الگوریتم جهت خوشهبندی K-means بدین

صورت است که ابتدا تعداد خوشهها توسط کاربر تعیین شده و به تعداد خوشههای فرض شده نقاطی به صورت تصادفی روی مجموعه دادهها به عنوان مرکز خوشه در نظر گرفته می شود. با توجه به فاصله هر یک از دادهها از مراکز خوشههای فرض شده، آن داده به یکی از خوشهها منصوب می شود. پس از انتصاب تمامی دادهها به خوشهها، مرکز هر خوشه بر اساس میانگین گیری موقعیت دادههای آن خوشه تعیین می گردد. دو مرحله انتصاب دادهها به خوشهها و تعیین مراکز تعیین می گردد. دو مرحله انتصاب دادهها به خوشهها و تعیین مراکز جدید خوشهها آنقدر ادامه پیدا می کند که تغییری در خوشهبندی ایجاد نشود. جهت اطلاع بیشتر از این الگوریتم میتوان به [۲۸] رجوع کرد. شکل (۱) تصویری از خوشهبندی داده به روش K-means برای کرد. شکل (۱) تصویری از خوشهبندی داده به روش K-means



شکل ۱: دستهبندی دادههای ۲بعدی به ۶ خوشه توسط روش K-means DBSCAN خوشهبندی ۲-۴ -۴ -۳

الگوریتم خوشهبندی DBSCAN یک الگوریتم خوشهبندی بر اساس چگالی تجمع دادهها است. دو پارامتر اساسی در این الگوریتم، شعاع همسایگی (٤) و حداقل دادههای موجود در شعاع همسایگی شعاع همسایگی (٤) و حداقل دادههای موجود در شعاع سمایگی موجود در شعاع ممایگی است. است:

۱- برای هر نقطه، تعداد نقاط موجود در شعاع همسایگی آن به دست میآید.

۲- در صورتی که تعداد نقاط موجود در آن همسایگی بیش از MinPts باشد، تمامی این نقاط به عنوان یک خوشه در نظر گرفته میشود و اگر در شعاع همسایگی نقطه، تعداد نقاط کمتر از MinPts باشد، آن نقطه به عنوان نویز فرض میشود.

۳- برای تمامی نقاط موجود در خوشه اختصاص داده شده، مرحله ۲ تکرار میشود تا خوشه گسترش یابد. این گسترش خوشه تا جایی

' Gaussian Mixture Model

که هیچ نقطه دیگری با حداقل Minpts داده از خوشه، دارای همسایگی باشد ادامه مییابد.

۴- روند فوق برای تمامی دادههای موجود انجام شده تا تمامی آنها به عنوان عضوی از یک خوشه و یا نویز برچسبگذاری شوند. روند خوشهبندی DBSCAN در شکل (۲) مشاهده می شود.



۳ - ۴ -۳- مدلهای مخلوط گوسی^۱

در این روش خوشهبندی، مدل سازی داده ها با استفاده از ترکیبی از توزیع های گوسی انجام می شود. در روش GMM هر داده با درجه ای از عضویت، عضوی از تمامی خوشه ها است. احتمال عضویت یک داده در یک خوشه خاص عددی بین ۰ تا ۱ است. مساله اساسی در این روش پیدا کردن مراکز گوسی و کواریانس داده ها است. در رابطه ۲۴ یک مدل مخلوط گوسی مشاهده می شود.

 $p(x) = \sum_{k=1}^{K} \pi_k N(x \mid \mu_k, \Sigma_k)$

در این رابطه K تعداد توزیعهای گوسی و یا تعداد خوشهها است. بردار میانگین و Σ_k ماتریس کواریانس خوشه kام است. همچنین π_k وزن موثر خوشه kام است.

(24)

(14)

 $\sum_{k=1}^{K} \pi_k = 1$

جهت تعیین مشخصات هر خوشه از الگوریتم EM استفاده می شود. این الگوریتم شامل ۲ گام است. گام اول متوسط گیری (Maximization) و گام دوم بیشینه سازی (Maximization) نام دارد. به طور خلاصه در ابتدا فرضیاتی در خصوص پارامترهای هر توزیع گوسی انجام می شود. در بخش بعد درجه عضویت هریک از داده ها نسبت به هر توزیع محاسبه می شود. در مرحله بعد پارامترهای توزیعهای گوسی بر اساس درجه عضویت داده ها اصلاح می شوند. این دو مرحله محاسبه درجه عضویت و اصلاح پارامترهای گوسی تا همگرا

شدن ادامه مییابد. <mark>شکل (۳)</mark> خوشهبندی دادهها توسط دو خوشه با توزیع گوسی را نمایش میدهد.



شکل ۳: خوشهبندی مجموعه دادهها با استفاده از ۲ خوشه و الگوریتم مدلهای مخلوط گوسی [۳۰]

۴– تفکیک <mark>مودهای سازهای از</mark> یکدیگر

پس از جداسازی مودهای جعلی از مودهای واقعی نیاز است که هریک از مودهای فیزیکی از یکدیگر تفکیک شده و پارامترهای دینامیکی شامل فرکانس طبیعی، شکل مودی و نسبت میرایی هر مود محاسبه شود. در این بخش نیز میتوان از الگوریتمهای خوشهبندی استفاده کرد. در پژوهش حاضر با بهره گیری از اشکال مودی و ضریب MAC و برپایی ماتریس فاصله بین مودهای باقی مانده و بهره گیری از خوشهبندی سلسلهمراتبی، مودهای سازه از یکدیگر تفکیک شدند. توضح مختصری از خوشهبندی سلسلهمراتبی در ادمه میآید.

۴ – ۱ – خوشەبندى سلسلەمراتبى

در این روش خوشهبندی در ابتدا هر یک از دادهها به عنوان یک خوشه مستقل در نظر گرفته میشود. سپس دادهها بر اساس شباهت و نزدیکی به یکدیگر با هم ادغام میشوند. روند ادغام دادهها و کاهش خوشهها تا جایی که فاصله خوشهها به حد مشخصی برسد ادامه پیدا میکند. شکل (۴) روند خوشهبندی سلسلهمراتبی را نشان میدهد.



فلوچارت مربوط به الگوریتم ارائه شده مطابق شکل (۵) است. مراحل ۲ تا ۴ این فلوچارت، ۳ مرحله خودکارسازی آنالیز مودال عملیاتی را نشان میدهد.



شکل۵: فلوچارت الگوریتم آنالیز مودال عملیاتی خودکار ۳ مرحلهای ارائه شده

۵- مطالعه موردی عددی

در آین بخش با استفاده از مدل عددی از یک قاب ۶ طبقه مدل سازی شده در برنامه OpenSees و اطلاعات موجود از ارتعاش واقعی یک پل، الگوریتم معرفی شده جهت آنالیز مودال عملیاتی خودکار مورد بررسی قرار می گیرد.

۵ – ۱ آنالیز مودال عملیاتی خودکار بر روی قاب ۶ طبقه

به منظور بررسی الگوریتم ارائه شده جهت خودکار سازی آنالیز مودال عملیاتی، یک قاب دو بعدی شش طبقه در برنامه OpenSees مدل سازی شد. مطابق شکل (۶) ، ارتفاع هر طبقه ۴ متر و طول دهانه این قاب ۶ متر در نظر گرفته شد. مقطع ستونها به صورت قوطی مربع شکل با عرض و ارتفاع ۱۴۰ میلیمتر و ضخامت ۴ میلیمتر، و مقطع تیرها به صورت ۱۳۵۰ فرض شده است. مدول الاستیسیته فرض شده برای تیرها و ستونها ۲۱۰ گیگاپاسکال در نظر گرفتهشد. همچنین در هر طبقه جرم متمرکزی به مقدار ۱۰۰۰ کیلوگرم مدل

شد. نسبت میرایی درنظر گرفتهشده در این مدل برای هر کدام از شش مود در جدول (۱) مشاهده میشود.

ارتعاش قاب شش طبقه به صورت اعمال شتاب به پایه آن صورت گرفت. شتاب اعمالی به صورت نویز سفید گوسی درنظر گرفته شد و سازه به مدت ۳۰۰ ثانیه توسط روش نیومارک تحلیل شد. فرکانس برداشت اطلاعات مربوط به جابجایی هر طبقه ۱۰۰ هرتز درنظر گرفته



شد.

شکل ۶.: قاب ۶ طبقه مدل شده در برنامه OpenSees

جدول ۱: نسبت میرایی مدل شده برای هر مود

6			•	
	-16 v.			
	\$2.5			
0				
,	••			

شمار مود ۶ مود ۵ مود ۴ مود ۳ مود ۲ مود ۱ مود نسبت 1. 10 1. • 10 7.1 7.1 7.7 7.1 ميرايى

پاسخ سازه به بار اعمالی توسط روش زیر فضاهای اتفاقی کواریانس محور تحلیل شد. حداقل و حداکثر مرتبه در نظر گرفته شده در این روش برابر با ۱ و ۲۵ بود. شکل (۷) دیاگرام پایداری به دست آمده از این روش را پس از حذف مودهایی که به طور قطع موهومی هستند نشان میدهد.



شکل ۲: دیاگرام پایداری بر اساس SSI-COV پس از حذف مودهای قطعی



شکل ۸: (الف) تصاویر ۲ بعدی و (ب) تصویر ۳ بعدی ساخته شده توسط الگوریتم PCA از بردار ۵ بعدی مشخصات مودها

شکل (۸) تصاویر دو بعدی و سه بعدی که توسط الگوریتم PCA از بردار ۵ بعدی رابطه ۲۳ به دست آمده است را نشان میدهد. همانطور که در این دو تصویر مشخص است چگالی دادهها در محدوده اطراف مرکز مختصات زیاد بوده که نشاندهنده مودهای فیزیکی احتمالی است. با توجه به بالا بودن چگالی مودهای فیزیکی در مرکز مختصات، انتظار میرود الگوریتم خوشهبندی بر مبنای چگالی، در تفکیک مودهای جعلی از فیزیکی نسبت به سایر الگوریتمهای خوشهبندی معرفی شده بهتر عمل کند.

شکل (۹) دیاگرام پایداری تفکیک مودهای فیزیکی از جعلی توسط الگوریتمهای خوشهبندی GMM، K-means و DBSCAN و DBSCAN را نشان میدهد. در این تصاویر نقاط قرمز به عنوان مود جعلی شناسایی شده است. همانطور که انتظار میرفت الگوریتم DBSCAN و GMM عملکرد به مراتب بهتری در حذف مودهای موهومی نسبت به الگوریتم K-means از خود نشان میدهند.

در <mark>جدول (۲)</mark> اختلاف فرکانسهای مودی تحلیلی و تخمین زده شده مشاهده میشود.



شکل ۹: تفکیک مودهای سازهای از جعلی (الف) با استفاده از خوشهبندی K-means، (ب) با استفاده از خوشهبندی GMM، (ج) با استفاده از خوشهبندی DBSCAN

شکل (۱۰) جداسازی مودهای سازهای از یک دیگر توسط الگوریتم خوشه بندی سلسله مراتبی، با فرض در نظرگیری شش مود قابل مشاهده را نشان می دهد. به دلیل کیفیت بالاتر جداسازی مودها سازه ای از غیر سازه ای توسط الگوریتم DBSCAN نسبت به سایر الگوریتم ها، ورودی الگوریتم خوشه بندی سلسله مراتبی، مودهای سازه ای تفکیک شده توسط الگوریتم DBSCAN است.

لازم به ذکر است که فرکانسهای تحلیلی مستقیما توسط ماتریسهای جرم و سختی به کمک برنامه OpenSees بدست آمده است و فرکانس محاسبه شده توسط آنالیز مودال بدون در اختیار داشتن ماتریسهای جرم و سختی و صرفا بر اساس پاسخ سازه به بارهای نامعلوم به دست آمدهاند. همچنین در شکل (۱۱) هر یک از

اشکال مودی تخمین زده شده مشاهده می شود. ضریب MAC شکل مودی تخمین زده شده با شکل مود تحلیلی نشان از دقت بالای روش در تخمین اشکال مودی دارد.



شکل ۱۰: تفکیک مودهای سازهای با استفاده از الگوریتم خوشهبندی سلسلهمراتبی

مود ۶	مود ۵	مود ۴	مود ۳	مود ۲	مود ۱	شماره مود
GIVAV	0/444	٣/٨١٢	۲/۳۵۳	1/226	• /٣٧٣	فرکانس تحلیلی بر اساس ماتریسهای
7/4 (4						جرم و سختی (هرتز)
۶/۷۰۳	۵/۳۸۵	٣/٧٨٠	۲/۳۴۸	١/٢١٩	۰/۳۷۱	فرکانس محاسبه شده با آنالیز مودال
						عملیاتی خودکار (هرتز)
7.1/4	7.1/1	·/.•/A	·/. • /۲	·/. • /۴	·/. • /۵	درصد خطا

مودال عملياتي	از آناليز	با استفاده	محاسباتي	تحليلی و	نسھای	۲: فرکا	مدول
---------------	-----------	------------	----------	----------	-------	---------	------



۵ - ۲ آنالیز مودال عملیاتی پل قدیمی آدا

پل قدیمی آدا یک پل خرپایی فلزی با تکیه گاه ساده با طول ۵۹/۲ متر و عرض ۳/۶ متر بود. این پل در سال ۱۹۵۹ در کشور ژاپن ساخته و در سال ۲۰۱۲ تخریب شد. پیش از تخریب پل تعدادی آزمایش مودال عملیاتی تحت بارهای وسایل نقلیه بر روی آن انجام شد. در منبع [۳۱]، ۵ سناریو شامل عدم آسیب مصنوعی، وجود آسیب مصنوعی (۳ سناریو) و تعمیر مجدد پل مورد بررسی قرار گرفت.

دادههای استفاده شده در این پژوهش از یکی از تستهای مودال منبع [۳۱] پیش از آسیب مصنوعی است (۸-۸). در این آزمایش اطلاعات توسط ۸ سنسور شتابسنج و با فرکانس ۲۰۰ هرتز برداشت شدهاند. شکل (۱۳) موقعیت سنسورها بر روی پل را نشان میدهد. تعداد دادههای هریک از سنسورها ۲۵۹۶۴ عدد است. حداکثر مرتبه





شکل ۱۳: تصویر و موقعیت سنسور گذاری بر روی پل قدیمی آدا [۳۱]

[\] Old ADA bridge

درنظر گرفته شده برای این آنالیز ۱۲۰ درنظر گرفته شد. <mark>شکل (۱۲)</mark> دیاگرام پایداری پس از حذف مودهایی که به طور قطع موهومی هستند را نشان میدهد.





شکل (۱۴) تصاویر سه بعدی و دوبعدی از بردار مشخصات مودها جهت جدا سازی مودهای جعلی از فیزیکی که توسط الگوریتم PCA به دست آمده است را نشان میدهد. مشابه مدل عددی بررسی شده در بخش قبل تراکم دادهها در مرکز مختصات بیشتر از سایر نقاط است. شکل (۱۵) دیاگرام پایداری مودهای احتمالی

فیزیکی تفکیک شده توسط الگوریتمهای خوشهبندی K-means، GMM و DBSCAN را نشان میدهد. در این آنالیز عملکرد الگوریتم means-K در جداسازی مودهای اصلی از مودهای ریاضی بسیار ضعیف به نظر میرسد.



شکل ۱۴: (الف) تصاویر ۲ بعدی و (ب) تصویر ۳ بعدی ساخته شده توسط الگوریتم PCA از بردار ۵ بعدی مشخصات مودها



شکل ۱۵: تفکیک مودهای سازهای از جعلی (الف) با استفاده از خوشهبندی K-means، (ب) با استفاده از خوشهبندی GMM، (ج) با استفاده از خوشهبندی DBSCAN

در شکل (۱۶) مودهای سازهای تفکیک شده از یک دیگر با فرض درنظر گیری شش مود قابل مشاهده، توسط الگوریتم خوشه بندی سلسله مراتبی مشاهده می شود. مشابه سازه قبل تفکیک مودها از یک دیگر بر روی داده های مربوط به خروجی روش خوشه بندی DBSCAN اعمال شده است. لازم به ذکر است که ماتریس فاصله جهت خوشه بندی سلسله مراتبی بر اساس ضریب MAC بین مودهای جداسازی شده تشکیل شده است.



شکل ۱۶ : تفکیک مودهای سازهای از یکدیگر با استفاده از الگوریتم خوشهبندی سلسلهمراتب

در شکل (۱۷) اشکال مودی تخمین زده شده ملاحظه می شود. باید اشاره کرد به دلیل کم بودن تعداد نقاط تست شده در آنالیز مودال، شکلهای مودی، دارای شکستگیهای شدید است که با افزایش نقاط

تست، این مساله از بین خواهد رفت. همچنین در جدول (۳) فرکانس مودهای تخمینزده شده مشاهده میشود.

مود ۶	مود ۵	مود ۴	مود ۳	مود ۲	مود ۱	شماره مود
14/0.4	18/222	۱۰/۵۶۷	৭/۶۶۷	۶/۸۴۱	۳/۰۲۵	فرکانس محاسبه شده با آنالیز مودال عملیاتی خودکار (هرتز)
	18/822	۱۰/۹۵۷	٩/٨٣١	8/448	T/T 9 V	فرکانس محاسبه شده در مرجع [۳۱] (هرتز)
	/.•/YY	<u>%</u> %%	<u>'/ </u> \/• ۲	<u>'/</u> •/٩۶	·/.١/ΔΥ	درصد تفاوت





شکل ۱۷: شکلهای مودی تخمین زده شد

۶_نتیجهگیری

هرچند که آنالیز مودال عملیاتی ابزاری کارا جهت تخمین مشخصات دینامیکی سازه است، اما از مشکلات آن متکی بودن فرایند حذف مودهای غیرواقعی و همچنین تفکیک مودهای فیزیکی از یکدیگر به کاربر است. این مساله سبب افزایش زمان و هزینه آنالیز مودال و دشوار شدن پایش سلامت سازهها به صورت مستمر می شود.

استفاده از الگوریتم ۳ مرحلهای که شامل ۱-حذف مودهای قطعا جعلی، ۲- جدا سازی مودهای جعلی از فیزیکی به کمک خوشهبندی و ۳- تفکیک مودهای فیزیکی از یک دیگر، در دهه اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. در غالب پژوهشهای پیشین از روش خوشهبندی K-means جهت تفکیک مودهای اصلی از موهومی استفاده شده است. در این پژوهش آنالیز مودال عملیاتی با استفاده operation modal models. *Journal of Sound and Vibration*, YFY(1), pp. 1F1-1YT. doi.org/1.15/S.TT- $FF.X(.T).1.\Delta T-$.

[Δ] Caetano, E., Cunha, Á., Moutinho, C. and Magalhães, F., Y. V. Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part Y: Implementation of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, $\Upsilon\Upsilon(\mathfrak{f})$, pp. V- $\Lambda\Upsilon$ -V- Υ , V- Υ , V- Υ , V- Υ , V- Υ

[β] Mu, B. and Kiani, K., Y·YY. Surface and shear effects on spatial buckling of initially twisted nanowires. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, YFY, pp.Y·Y-YYA. doi.org/)·,)·) β /j.enganabound.Y·YY,· β ,·))

[9] Kiani, K., $r \cdot 1\Delta$. Nonlocal and shear effects on column buckling of single-layered membranes from stocky singlewalled carbon nanotubes. *Composites Part B: Engineering*, r9, pp. $\Delta r\Delta - \Delta \Delta r$. doi.org/ $1 \cdot 1 \cdot 1\%$ /j.compositesb. $r \cdot 1\Delta \cdot f \cdot r$.

[1.] Kiani, K., $\tau \cdot \iota \rho$. Nonlocal-integro-differential modeling of vibration of elastically supported nanorods. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, $\lambda \tau$, pp.1 Δ 1- $\iota \rho \tau$. <u>doi.org/1.19/j.physe. $\tau \cdot \iota \rho, \cdot \tau, \cdot \iota \lambda$ </u>

[11] Borlenghi, P., Gentile, C. and Zonno, G., $\tau \cdot \tau \tau$. Monitoring reinforced concrete arch bridges with operational modal analysis. In *Proceedings of the 1st Conference of the European Association on Quality Control of Bridges and Structures: EUROSTRUCT* $\tau \cdot \tau$) (pp. $\tau \tau$)- $\tau \tau$). Springer International Publishing. doi.org/1.,1...Y/9VA- τ - τ - η)AVY- τ - $\tau \tau$ از روش دامنهزمان SSI-COV انجام شد. سپس با استفاده از روش PCA بردار مشخصات مودها جهت خوشهبندی به فضای دو بعدی و سه بعدی منتقل و با توجه به پراکندگی مودها، استفاده از الگوریتمهای خوشهبندی GMM و DBSCAN جهت تفکیک مودهای موهومی از اصلی پیشنهاد شد. همچنین به منظور تفکیک مودهای فیزیکی از یکدیگر از الگوریتم خوشهبندی سلسلهمراتبی استفاده شد.

روش ارائه شده بر روی یک قاب ۶ طبقه مدل سازی شده و یک پل خرپایی فلزی آزمایش شده بررسی شد. نتایج نشان میدهد روشهای خوشهبندی GMM و DBSCAN عملکرد بسیار بهتری در حذف مودهای ریاضی نسبت به الگوریتم K-means دارد. حداکثر خطا در تخمین فرکانس طبیعی قاب مدل شده ۱/۴ درصد و حداکثر تفاوت فرکانس طبیعی تخمین زده شده پل با مقدار محاسبه شده در مرجع [۳1] ۳/۶۹ درصد بهدست آمد.

از دیگر نتایج این پژوهش بالا بودن هزینه محاسباتی الگوریتم خوشهبندی سلسلهمراتبی به خصوص در شرایطی که تعداد مودهای سازه افزایش مییابند است. این مساله امکان استفاده از الگوریتم خوشهبندی سلسلهمراتبی در پایش سلامت سازهها به صورت برخط را دشوار میسازد.

منابع

[Υ] Bernal, D., $\Upsilon \cdot 1 \cdot$. Load vectors for damage location in systems identified from operational loads. Journal of engineering mechanics, 1%(1), pp.%1-%1. doi.org/ $1 \cdot 1 \cdot \%1/(ASCE)EM.19\%7-\gamma\lambda\lambda9,\cdots...\%7$

[\mathfrak{r}] Van der Auweraer, H. and Peeters, B., $\mathfrak{r} \cdot \mathfrak{r}$. International research projects on structural health monitoring: an overview. *Structural Health Monitoring*, $\mathfrak{r}(\mathfrak{r})$, pp. $\mathfrak{r}\mathfrak{r}_1$ - $\mathfrak{r}\mathfrak{a}\lambda$. doi.org/).,)) $\mathfrak{r}\mathfrak{r}\mathfrak{a}\mathfrak{a}\mathfrak{r}$.

[f] Parloo, E., Verboven, P., Guillaume, P. and Van Overmeire, M., $r \cdot r$. Force identification by means of in-

vibration, $\gamma \beta \delta(\gamma)$, pp. $\beta \gamma \gamma \beta \gamma$. doi.org/ $1 \cdot 1 \cdot 1 \beta S \cdot \gamma \gamma$. $\gamma \beta \cdot X(\cdot \gamma) \cdot 1 \beta \beta 1 \cdot X$

[71] Scionti, M. and Lanslots, J.P., $\tau \cdot \cdot \delta$. Stabilisation diagrams: Pole identification using fuzzy clustering techniques. *Advances in Engineering Software*, $\tau \gamma (1) - 1 \tau$, pp.Y $\beta \lambda$ -YY η . doi.org/1...1 β /j.advengsoft. $\tau \cdot \cdot \delta$.. τ .. $\tau \eta$

[Υ] Magalhães, F., Cunha, A. and Caetano, E., Υ . Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Υ (Υ), pp. Υ) \mathscr{F} /j.ymssp. Υ · Λ ,· Δ ,·· Υ

[Υ ^F] Cabboi, A., Magalhães, F., Gentile, C. and Cunha, Á., Υ · Υ . Automated modal identification and tracking: Application to an iron arch bridge. *Structural Control and Health Monitoring*, Υ (1), p.e1A&F. **doi.org/1**·,1·· Υ /stc.1A&F

[ΥΔ] Cardoso, R., Cury, A. and Barbosa, F., Υ· ۱Υ. A robust methodology for modal parameters estimation applied to SHM. *Mechanical Systems and Signal Processing*, ۹Δ, pp.Υ۴-۴1. doi.org/)·,)·)۶/j.ymssp.Υ·)Υ,·Υ,·Υ)

 $[\Upsilon P]$ Su, L., Zhang, J.Q., Huang, X. and LaFave, J.M., $\Upsilon \cdot \Upsilon 1$. Automatic operational modal analysis of structures based on image recognition of stabilization diagrams with uncertainty quantification. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, $\Upsilon \gamma$, pp. $\Upsilon \Upsilon - \Upsilon \Lambda \gamma$. doi.org/ $1 \cdot . 1 \cdot . \gamma / s 1 \cdot . \tau - \tau$

[\uparrow A] Hartigan, J.A. and Wong, M.A., 1979. Algorithm AS 1779: A k-means clustering algorithm. *Journal of the royal statistical society. series c (applied statistics)*, \uparrow A(1), pp.1... 1.A. doi.org/1.., \uparrow T.V/ \uparrow TFFAT. [17] Wang, T., Zhang, L. and Tamura, Y., $\Upsilon \cdot \cdot \Delta$. An operational modal analysis method in frequency and spatial domain. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, Υ , pp. $\Upsilon \Delta \cdot \Upsilon \cdot \cdot \cdot doi.org/1 \cdot .1 \cdot \cdot Y/s11 \wedge \cdot \Upsilon \cdot \cdot \Delta \cdot \cdot \cdot 1 \uparrow \cdot \cdot$

[14] Felber, A.J., 1994. Development of a hybrid bridge evaluation system (Doctoral dissertation, University of British Columbia). doi.org/1...147 $\lambda\lambda/1$... Δ .f. π

[14] Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P., $\tau \cdot \cdot \iota$. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart materials and structures*, $\iota \cdot (\tau)$, p. $\xi + \iota$. doi.org/ $\iota \cdot , \iota \cdot \lambda \lambda / \cdot \Im \xi - \iota \nabla \xi / \iota \nabla \xi /$

[1?] Ibraham, S.R., "A method for the direct identification of vibration parameter from the free responses", *Shock and Vibration* Bulletin, FV(F), (19VY). doi.org/1.1.V/S).1FTTT9...TVA

[1Y] Juang, J.N. and Pappa, R.S., 19Ab. An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction. *Journal of guidance, control, and dynamics*, $\lambda(\Delta)$, pp.FY - FYY. doi.org/ $(\cdot, Y\Delta) F/T, Y - YT$

[1A] Ceravolo, R. and Abbiati, G., $\tau \cdot 1^{\text{m}}$. Time domain identification of structures: Comparative analysis of outputonly methods. *Journal of Engineering Mechanics*, $1^{\text{m}}(\tau)$, pp. $\Delta^{\text{m}}-\Delta^{\text{m}}$, doi.org/1.1.51/(ASCE)EM.1977-74A9,....\Delta^{\text{m}}

[19] Reynders, E. and De Roeck, G., $\Upsilon \cdot \cdot \Lambda$. Reference-based combined deterministic-stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, $\Upsilon \Upsilon (\Upsilon)$, pp. $\Re 1 - \Re \Upsilon$. doi.org/ $1 \cdot .1 \cdot 1 \Re /j$.ymssp. $\Upsilon \cdot \cdot \Upsilon, \cdot \eta, \cdot \cdot \eta$

 $[\tau \cdot]$ Vanlanduit, S., Verboven, P., Guillaume, P. and Schoukens, J., $\tau \cdot \cdot \tau$. An automatic frequency domain modal parameter estimation algorithm. *Journal of Sound and*

[Υ ٩] DiFrancesco, P.M., Bonneau, D. and Hutchinson, D.J., $\Upsilon \cdot \Upsilon \cdot$. The implications of M^{Υ}C Υ projection diameter on Υ D semi-automated rockfall extraction from sequential terrestrial laser scanning point clouds. *Remote Sensing*, $\Upsilon \Upsilon$ (1), p. 1 $\lambda \lambda \Delta$. doi.org/1. $\Upsilon \Upsilon$ 9. Υ 9. Υ 111 $\lambda \lambda \Delta$

[r•] Huang, T., Peng, H. and Zhang, K., r•1v. Model selection for Gaussian mixture models. *Statistica Sinica*, pp.1rv-1r9. doi.org/1•. Δ v· Δ /ss.r•1r, Δ

[r1] Chang, K.C. and Kim, C.W., $r \cdot r$. Modal-parameter identification and vibration-based damage detection of a damaged steel truss bridge. *Engineering Structures*, 1rr, pp.1 Δ F-1r. doi.org/1 \cdot ,1 \cdot 1F/j.engstruct. $r \cdot r$, r, Δr