

ارزیابی روابط برآورد افت هیدرولیکی و واسنجی رابطه‌ی هیزن-

ویلیامز در لاترال‌های آبیاری قطره‌بی

شاهین شفائی (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران، پاکدشت، ایران

قاسم زارعی (دانشیار)

مؤسسه‌ی تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی، کرج، ایران.

کیومرث ابراهیمی* (استاد)

گروه علوم و فناوری‌های محیطی، دانشکده‌ی مهندسی انرژی و منابع پایدار، دانشگاه تهران، تهران، ایران

شیما سلیمانی (دانشجوی فوق دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی منابع آب، دانشگاه رایس، هوستون، تگزاس، امریکا

محمد شمسی (کارشناس ارشد)

گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکده‌ی کشاورزی، دانشگاه تهران، کرج، ایران

در طراحی سیستم‌های آبیاری قطره‌بی برای تعیین مقدار افت هیدرولیکی معمولاً از رابطه‌ی هیزن-ویلیامز استفاده می‌شود. در پژوهش حاضر، با استفاده از مدل‌های آزمایشگاهی و کاربرد لوله‌های پلی‌اتیلن با قطرهای ۱۶، ۲۰، ۲۵ و ۳۲ میلی‌متر، میزان افت هیدرولیکی به ازاء دیهای مختلف و با توجه به محدودیت سرعت مجاز اندازه‌گیری شد. سپس با تحلیل داده‌های مشاهداتی، رابطه‌ی جدیدی که مقدار افت هیدرولیکی را در لوله‌های ۱۶ تا ۳۲ میلی‌متر تابعی از دیه و قطر لوله محاسبه می‌کند، بدست آمد. رابطه‌ی ریاضی بدست آمده با نتایج حاصل از روش‌های متداول اندازه‌گیری افت هیدرولیکی و همچنین داده‌های محاسباتی مقایسه شد. مطابق با نتایج مطالعه‌ی حاضر، رابطه‌ی بدست آمده برای لوله‌های پلی‌اتیلن با قطرهای ۱۶ تا ۳۲ میلی‌متر و با عدد رینولدز بیش از ۲۰۰۰ با اطمینان بالای پیشنهاد می‌شود. از مزایای رابطه‌ی بدست آمده، استقلال آن از ضربه افت C و دقت بالای آن است.

واژگان کلیدی: آبیاری قطره‌بی، افت هیدرولیکی، مدل آزمایشگاهی، هیزن-ویلیامز.

۱. مقدمه

اشاره کرد. رابطه‌ی هیزن-ویلیامز با وجود دقت کمتر در برآورد افت فشار، بهدلیل آشنایی مهندسان با ضربه زبری^۱ موجود در رابطه‌ی هیزن-ویلیامز و افزایش توانایی آن‌ها در تخمین ضربه زبری، همچنان در طراحی سیستم‌های هیدرولیکی استفاده می‌شود.^[۱] با توجه به اینکه رابطه‌ی هیزن-ویلیامز در مقایسه با رابطه‌ی دارسی-ویسباخ، افت فشار را ۱۳٪ بیشتر برآورد می‌کند،^[۲] و همچنین فراوانی کاربرد رابطه‌ی هیزن-ویلیامز در طراحی سامانه‌های آبیاری قطره‌بی، لازم است که رابطه‌ی هیزن-ویلیامز برای لاترال‌های آبیاری درختان واسنجی شود. در پژوهش حاضر، به ارزیابی روش‌های متداول تعیین میزان افت هیدرولیکی و واسنجی رابطه‌ی هیزن-ویلیامز در قطرهای متفاوت لاترال‌های آبیاری پرداخته شده است.

۱.۱. پیشینه‌ی موضوع

افشار و ستوده (۲۰۰۶)،^[۱] مدلی برای طراحی بهینه‌ی شبکه‌های فاضلاب

با زده آبیاری بیشتر و یکنواختی بالاتر آبیاری، از جمله اهداف آبیاران برای صرف‌جویی در مصرف آب و دست‌یابی به بهره‌وری بالاتر آب است. سامانه‌های آبیاری قطره‌بی با مقدورساختن کنترل بیشتر بر دیه و پخش آب، رسیدن به اهداف اشاره‌شده را ممکن می‌سازند. از جمله مهم‌ترین مواردی که در طراحی سامانه‌های آبیاری قطره‌بی باید به آن توجه کرد، افت فشار آب در اثر اصطکاک است. نحوه برآورد افت فشار در انتخاب اندازه‌ی لوله‌های انتقال آب و پمپ تأثیر می‌گذارد؛ بنابراین برآورد صحیح افت فشار تأثیر بهسزایی در هزینه‌ی اجرای سیستم آبیاری قطره‌بی دارد. برآورد صحیح میزان افت هیدرولیکی، تا حد زیادی به انتخاب رابطه‌ی مناسب جهت تعیین افت بستگی دارد.

روابط متعددی به منظور محاسبه افت فشار لوله‌ها توسعه داده شده‌اند، که از جمله‌ی معروف‌ترین آن‌ها می‌توان به روابط هیزن-ویلیامز و دارسی-ویسباخ^۲

*نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۰۶، تاریخ اصلاحیه: ۱۴۰۳/۰۱/۲۷، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۱/۲۷.

استناد به این مقاله:

شفاهی، شاهین، زارعی، قاسم، ابراهیمی، کیومرث، سلیمانی، شیما، و شمسی، محمد، ۱۴۰۳. ارزیابی روابط برآورد افت هیدرولیکی و واسنجی رابطه‌ی هیزن-ویلیامز در لاترال‌های آبیاری قطره‌بی. مهندسی عمران شریف، ۴۰(۳)، صص. ۱۱-۳. DOI:10.24200/J30.2024.62619.3234.

^۱ Darcy-Weisbach

^۲ Roughness Coefficient

^۱ Hazen-Williams

ویلیامز را بررسی کردند و دریافتند که اگر برای طراحی شبکه‌ی آبرسانی از ضریب زبری لوله‌ی نو استفاده شود، فشار سامانه در انتهای دوره‌ی بروزهای دوره‌ی بیشتر از ۲۵٪ کاهش پیدا می‌کند، ولی هزینه‌ی اجرای طرح حدود ۵۰٪ کاهش می‌یابد. آن‌ها درنهایت استفاده از ضریب زبری در انتهای دوره‌ی بروزهای دوره‌ی و پذیرفتن افزایش هزینه‌ی اجرای طرح را پیشنهاد کردند.

جمیل و موجبیو^۸ (۲۰۱۹)،^[۹] افت هیدرولیکی را برای لوله‌های پلاستیکی با قطرهای ۱۵ تا ۵۰ میلی‌متر و آب با دماهای ۲۰ تا ۶۰ درجه‌ی سانتی‌گراد با دو رابطه‌ی دارسی- ویسپاخ و هیزن- ویلیامز محاسبه و به وسیله‌ی برازش خطی، رابطه‌ی بین دو افت محاسبه‌شده برقرار کردند و دریافتند که در صورت دانستن ضریب زبری هیزن- ویلیامز، می‌توان افت هیدرولیکی دارسی- ویسپاخ را توسط معادله‌ی برازش داده شده به دست آورد.

وانگ و چن^۹ (۲۰۲۰)،^[۱۰] برای تحلیل افت هیدرولیکی در سامانه‌ی آبیاری قطره‌ی با لاترال‌های حلقوی و انشعابی از روش اجزاء محدود استفاده کردند. ایشان با ترکیب دو رابطه‌ی دارسی- ویسپاخ و بلازیوس^{۱۰}، رابطه‌ی جدید برای محاسبه‌ی افت طولی به دست آوردن. برای محاسبه‌ی افت موضعی قطره‌چکان نیز از رابطه‌ی براسان فشرده شدن خطوط جریان در قطره‌چکان‌ها استفاده کردند. سپس دو نقطه‌ی انتراعی در پایین دست و بالا دست لوله در نظر گرفتند و اطلاعات هیدرولیکی را در رابطه‌ی برونلی^{۱۱} قرار دادند. با جداسازی دبی در معادله‌ی به دست آمده، عاملی به نام ضریب لوله^{۱۲} به دست آمد، که در صورت ضرب در فشار لوله، افت هیدرولیکی را نشان می‌داد. بعد از تشکیل ماتریس‌های باقیمانده^{۱۳} و سختی جزء^{۱۴} و سپس سرهمنسازی جواب‌ها با الگوی سختی مستقیم^{۱۵}، نتایج بسیار دقیقی در شبیه‌سازی دبی و افت لاترال‌ها به دست آمد، به‌طوری که ضریب همبستگی بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی برای دبی و افت هیدرولیکی لاترال‌ها به ترتیب برابر با ۰/۹۹۲۲ و ۰/۹۹۰۵ بود. شایان ذکر است که نتایج به دست آمده فقط برای لوله‌های افقی (بدون شیب طولی) صحیح هستند.

در مورد طراحی لاترال با چند قطره‌چکان، پژوهشی توسط گنزال-کویرینو^{۱۶} و همکاران (۲۰۲۱)،^[۱۱] انجام شد. ایشان با تلفیق دو معادله‌ی دارسی- ویسپاخ و مانینگ و با فرض کاهش خطی دبی بعد از هر قطره‌چکان، معادله‌ی چندجمله‌ی به دست آوردن، که بین تعداد قطره‌چکان‌ها و افت هیدرولیکی در لاترال ارتباط برقرار می‌کرد. آن‌ها با جداسازی جملات چندجمله‌ی، معادله‌های جدیدی را به دست آوردن و سهم هر جمله در محاسبه‌ی افت هیدرولیکی را محاسبه کردند و دریافتند که خطای نسبی معادله‌ها در محاسبه‌ی تعداد قطره‌چکان‌ها در بازه‌ی ۰/۰۰۹-۰/۲۰۹ درصد است و با

براساس روش برنامه‌ریزی غیرخطی ارائه داده‌اند. ایشان بعد از تبدیل مسئله‌ی مقید به مسئله‌ی بدون قید با استفاده ازتابع توانی خارجی، برای مدل سازی افت هیدرولیکی از دو رابطه‌ی مانینگ^۱ و هیزن- ویلیامز استفاده کردند، به طوری که شیب لوله به عنوان متغیر در نظر گرفته شد. ایشان درنهایت گزارش دادند که روش پیشنهادی شان در مقایسه با سایر روش‌های مشابه برتری دارد. دانش‌فراز و همکاران (۲۰۱۱)^[۱۷] در پژوهشی تأثیر ضریب افت شزی در بار هیدرولیکی آب را در ضربه‌ی قوچ در دو حالت با درنظر گرفتن معادله‌ی ضربه‌ی فوق به‌طور کامل و بدون لحاظ جمله‌های غیرخطی معادله برسی و از انواع لوله‌های آهنی با ضربه‌های شزی ۸۰، ۱۰۰، و ۱۳۰ استفاده کردند و دریافتند که با افزایش ضریب شزی، اختلاف دو حالت در بار هیدرولیکی آب افزایش می‌یابد. همچنین لحاظ نکردن جمله‌های غیرخطی منجر به راه حل‌هایی با خطای قابل قبول می‌شوند. شاملو و همکاران (۲۰۱۳)^[۱۸] اثر مدت زمان بستن شیر در جریان‌های آرام و آشفته را با عدد رینولدز^۲ پایین به منظور تعیین شرایط مناسب برای پیاده‌سازی روش‌های نشت‌پایی بر پایه‌ی مدل سازی جریان گذرا بررسی کردند. ایشان برای محاسبه‌ی افت اصطکاک غیرماندگار از رابطه‌ی برونن^۳ استفاده کردند و دریافتند که در لوله‌ای به طول ۵۰۰ تا ۵۰۰ متر، بستن شیر در زمان کوتاه‌تر منجر به استهلاک انرژی بیشتر در مقایسه با بستن شیر در مدت زمان طولانی‌تر می‌شود و این اختلاف با افزایش عدد رینولدز افزایش می‌یابد. دانش‌فراز و همکاران (۲۰۱۷)^[۱۹] در پژوهشی به تأثیر زانویی و تنگ‌شدگی لوله در سرعت جریان مطالعه و از برنامه‌ی رایانه‌ی FLUENT به منظور شبیه‌سازی جریان در زانویی ۹۰ درجه استفاده کردند. نتایج ایشان شامل حالت‌های بدون تنگ‌شدگی و تنگ‌شدگی‌های ۲۰، ۴۰، و ۶۰ درصد بود و نشان داد که تنگ‌شدگی تأثیر معناداری در پروفیل سرعت در زانویی دارد، به‌طوری که باعث جابجا‌ی پروفیل سرعت به سمت پیچ خارجی زانویی می‌شود. همچنین مشاهده شد که در تنگ‌شدگی ۶۰٪ و افزایش قابل توجه سرعت، وابستگی پروفیل سرعت به عدد رینولدز در زانویی و در پایین دست زانویی کاهش یافته است.

حسن (۲۰۱۷)^[۲۰] با یک مدل برنامه‌ریزی خطی، هزینه و افت انرژی را در ۵ لوله با قطرهای متفاوت و با استفاده از روابط هیزن- ویلیامز، دارسی- ویسپاخ، مانینگ، و اسکوبی^۴ محاسبه کرد و دریافت که روابط دارسی- ویسپاخ و مانینگ بهترین تخمین را افت انرژی به دست می‌دهند. تاس و آگیرالیوچلو^۵ (۲۰۱۸)^[۲۱] با بررسی افت طولی در لوله‌های پلی‌اتیلن، برتری دو معادله مانینگ و دارسی- ویسپاخ را گزارش دادند. مونگه-فریله^۶ و همکاران (۲۰۱۹)^[۲۲] نیز به نتیجه‌ی مشابهی دست یافتند.

تابش و سوچلمایی^۷ (۲۰۱۸)^[۲۳] تأثیر عمر لوله‌ی چدنی در ضریب زبری هیزن-

^۹ Wang & Chen

^{۱۰} Blasius

^{۱۱} Bernoulli

^{۱۲} Pipe Coefficient

^{۱۳} Residual Matrix

^{۱۴} Element Stiffness Matrix

^{۱۵} Direct Stiffness Method

^{۱۶} González-Quirino

^۱ Manning

^۲ Reynolds Number

^۳ Brunone

^۴ Scobey

^۵ Tas & Ağıralioğlu

^۶ Monge-Freile

^۷ Soochelmaei

^۸ Jamil & Mujeebu

محاسباتی و مشاهداتی همخوانی قابل قبولی وجود دارد و عملکرد مدل واسنجی در حالت غیرقطعی قابل قبول است.

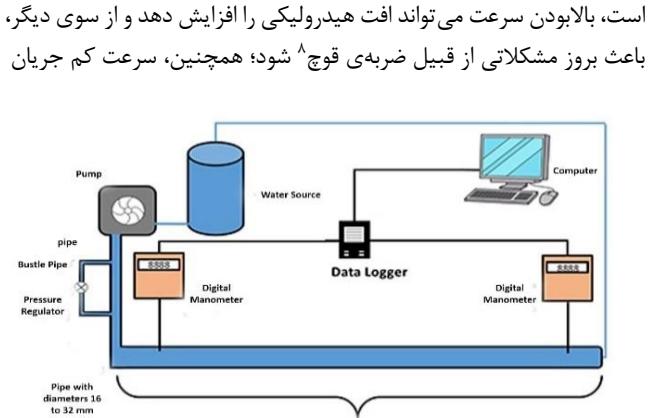
۲.۱. جمع‌بندی پیشینه و ضرورت موضوع پژوهش

با توجه به پیشینه‌ی موضوع، تعدادی از پژوهش‌ها برتری رابطه‌ی دارسی-ویسیاخ به هیزن- ویلیامز را گزارش داده‌اند؛ برخی نیز بین دو رابطه‌ی اخیر، رابطه‌ی دیگر برآش داده‌اند. تأثیر تعداد قطره‌چکان‌ها در افت هیدرولیکی نیز به روش‌های اجزاء محدود و آماری نیز بررسی شده است. در پژوهش حاضر، با توجه به فراوانی کاربرد رابطه‌ی هیزن- ویلیامز در طراحی سامانه‌های هیدرولیکی در ایران و دقت نسبتاً پایین آن در مقایسه با رابطه‌های مشابه، رابطه‌ی مذکور را برای لاترال‌های آبیاری واسنجی و تدقیق کرده و رابطه‌ی مستقل از ضریب زبری (C) ارائه داده است.

۲. روش پژوهش

۲.۱. شرح مدل فیزیکی

در پژوهش حاضر، جهت بررسی میزان دقت رابطه‌های محاسبه‌ی ضریب f، افت هیدرولیکی در لوله‌ی پلی‌اتیلن با ۴ قطر، ۱۶، ۲۰، ۲۵، ۳۲ و ۳۲ میلی‌متری که در آبیاری قطره‌یی معمولاً به عنوان لاترال استفاده می‌شوند، اندازه‌گیری شد. طول مسیر اندازه‌گیری افت در لوله‌ها ۳۵ متر بود، که در ابتداء و انتهای آن فشار به ازاء دبی‌های عبوری مختلف اندازه‌گیری و ثبت شد. محل نصب لوله‌ها کاملاً مسطح و بدون شیب تنظیم شد. برای اندازه‌گیری فشار فشار هیدرولیکی از مانومتر دیجیتالی مدل ۸۲۱۰۰ با دقت ۰/۰۰۴ بار استفاده شد. ثبت اطلاعات توسط Data Logger انجام گرفت و در هر ثانية، یک رکورد از فشار هیدرولیکی لوله ثبت شد. برای تأمین فشار موردنیاز از پمپ استفاده شد. همچنین، برای تنظیم دبی و فشار، سامانه‌ی By-Pass روی مدل فیزیکی نصب و دبی به صورت حجمی اندازه‌گیری شد (شکل ۱).



شکل ۱. شکل شماتیک مدل فیزیکی.

افزایش تعداد قطره‌چکان‌ها، خطای نسبی به سمت صفر میل می‌کند. بیشتر مطالعات انجام‌شده در مورد رابطه‌ی هیزن- ویلیامز معطوف به ضریب زبری (C) رابطه‌ی مذکور هستند. در رابطه‌ی هیزن- ویلیامز، ضریب C فقط وابسته به جنس لوله است، اما پژوهشگران همواره سعی در مرتب‌ساختن ضریب C با کمیت‌های دیگر، از جمله عدد رینولدز بوده‌اند^[۱۲]، به عنوان مثال، پیزو^۱ و همکاران (۲۰۲۲)^[۱۳] بعد از ترکیب دو رابطه‌ی هیزن- ویلیامز و دارسی- ویسیاخ، ضریب C را براساس ضریب f محاسبه کردند. ضریب f خود نیز توسط رابطه‌ی توراسه^۲ (۱۹۸۶)^[۱۴] محاسبه شده است، سپس افت هیدرولیکی برای لوله‌های PVC با قطرهای ۵۰، ۷۵، ۱۰۰، ۱۵۰، و ۲۰۰ میلی‌متری با دو رابطه‌ی هیزن- ویلیامز اصلاح‌شده و دارسی- ویسیاخ محاسبه شد. نتایج آن‌ها نشان داد که مقادیر افت هیدرولیکی محاسبه شده به روش هیزن- ویلیامز اصلاح‌شده بسیار نزدیک به مقادیر محاسبه شده به روش دارسی- ویسیاخ است و بیشترین تفاوت برابر با ۲/۵۸٪ مربوط به لوله با قطر ۱۰۰ میلی‌متر با دبی ۷۶ لیتر بر ثانیه و عدد رینولدز ۱۰۰۰۰۰۰ بوده است.

دینی^۳ و همکاران (۲۰۲۳)^[۱۵] واسنجی شبکه‌ی توزیع آب در شهر صوفیان و یک شبکه‌ی نمونه‌ی دو حلقه‌یی را با درنظرگرفتن عدم‌قطعیت گره‌ها پیاده‌سازی کردند. به‌منظور راستی‌آزمایی، با فرض معلوم‌بودن ضرایب هیزن- ویلیامز، فشار قطعی گرهی در شبکه‌ی نمونه به‌دست آمد و با تعديل مقادیر فشار، ضریب هیزن- ویلیامز تنظیم شد. برای واسنجی هر دو شبکه در حالت غیرقطعی، با بهره‌گیری از داده‌های فشار غیرقطعی گرهی، که به روش مونته- کارلو^۴ و با توزیع نرمال به‌دست آمده بودند، ضرایب هیزن- ویلیامز شبکه در حالت غیرقطعی با استفاده از واسنجی به‌دست آمد و توسط آن‌ها فشار گرهی در حالت غیرقطعی محاسبه شد. نتایج آنها نشان داد که بین داده‌های

پس از اندازه‌گیری افت هیدرولیکی به ازاء دبی‌های عبوری مختلف در لوله‌ها، مقدار آن با مقادیر محاسبه شده توسط روابط مختلف تعیین ضریب f با کمک رابطه‌ی دارسی- ویسیاخ و هیزن- ویلیامز بررسی شد. در این مورد، سه روش مودی^۵، چرچیل^۶ و کلبروک و وايت^۷ پیشنهاد شده است.

مقدار افت هیدرولیکی با استفاده از روابط ذکر شده برآورد و با افت هیدرولیکی اندازه‌گیری شده مقایسه شد؛ سپس نسبت مقدار افت هیدرولیکی محاسبه شده به مقدار واقعی در هر یک از لوله‌ها به‌دست آمد. پس از ثبت و آماده‌سازی اطلاعات به‌دست آمده از مدل فیزیکی، افت هیدرولیکی اندازه‌گیری شده با افت محاسبه شده با روش‌های مودی، چرچیل، کلبروک و وايت، و هیزن- ویلیامز مقایسه شد.

یکی از پارامترهای مهم در طراحی یک سیستم هیدرولیکی، سرعت جریان سیال در لوله است. از آنجایی که افت هیدرولیکی متناسب با سرعت سیال

^۶ Churchill

^۷ Colebrook & White

^۸ Water Hammer

^۱ Pizzo

^۲ Tourasse

^۳ Dini

^۴ Monte Carlo

^۵ Moody

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.8 + 2 \log R_y (f)^{-0.5} \quad R_y < 2000 \quad (4)$$

که در آن، R_y عدد رینولدز، f ضریب افت دارسی- ویسباخ هستند.
چرچیل و یوساگی^۱ (۱۹۷۲)، رابطه‌ی ۵ را به دست آوردند:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3/V} + \left(\frac{V}{Re} \right)^{0.9} \right) \quad (5)$$

که در آن، D قطر لوله (m)، R_e عدد رینولدز، ϵ ارتفاع زبری جداره‌ی لوله (m)، و f ضریب افت دارسی- ویسباخ هستند.

چرچیل (۱۹۷۷)، رابطه‌ی تعیین ضریب افت f را مطابق رابطه‌ی ۶ گسترش داد. رابطه‌ی اخیر یک رابطه‌ی کاربردی مناسب بود، که توانایی برآورد افت هیدرولیکی در تمامی محدوده‌ی عدد رینولدز و کلیه‌ی لوله‌ها با جنس‌های مختلف را داشت.

$$F_f = 8 \times [(\lambda/R_y)^{12} + 1/(k_1 + k_2)^{1/4}]^{1/12}$$

$$K_1 = \left[2/457 \ln \left(\frac{1}{(\gamma/R_y)^{0.9} + 0.27(e/D)} \right) \right]^{1/6}$$

$$K_2 = \left(\frac{37530}{R_y} \right)^{1/6}$$

که در آن، R_y عدد رینولدز و f ضریب افت دارسی- ویسباخ هستند. معادله‌ی دیگری که در نوشتار حاضر برای محاسبه افت طولی استفاده شده است، معادله‌ی هیزن- ویلیامز است (مطابق رابطه‌ی ۷):

$$h_f = K \frac{L}{D^{4/85}} \left(\frac{Q}{C} \right)^{1/85} \quad (7)$$

که در آن، K ضریب تبدیل واحد، Q دبی (m³/s)، L طول لوله (m)، D قطر لوله (m)، و C ضریب افت هیزن- ویلیامز هستند.

۳. نتایج

در طی آزمایش با مدل فیزیکی، با تنظیم دبی عبوری سعی شده است تا محدوده‌ی سرعت جریان به گونه‌ی باشد که محدوده‌ی سرعت مجاز را شامل شود. در جدول ۱، محدوده‌ی سرعت و عدد رینولدز در مدل فیزیکی با لوله‌های مختلف ارائه شده است.

در لوله به معنی افزایش قطر لوله است، که باعث افزایش هزینه‌ی اجرایی می‌شود؛ لذا برای رسیدن به حالت بهینه از نظر هیدرولیکی و اقتصادی، در حالت‌های مختلف محدوده‌های سرعت خاصی برای جریان پیشنهاد شده است. معمولاً سرعت مناسب سیال را حدود ۱ الی ۲ متر در ثانیه در نظر می‌گیرند.^[۱۴]

۲.۲. روابط محاسبه‌ی افت هیدرولیکی

برای انجام محاسبات، ابتدا به تعیین ضریب افت دارسی (f) در رابطه‌ی دارسی- ویسباخ (مطابق رابطه‌ی ۱) اشاره شده است:^[۱۵]

$$h_f = f \frac{L V^2}{D^2 g} \quad (1)$$

که در آن، V سرعت جریان (m/s)، L طول لوله (m)، D قطر لوله (m)، و g شتاب گرانش (m²/s²) هستند. کلبروک و وايت (۱۹۳۷)،^[۱۶] رابطه‌ی ۲ را برای محاسبه‌ی ضریب f ارائه کرده‌اند:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\epsilon/D}{3/V} + \frac{2/52}{R \sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

که در آن، D قطر لوله (m)، R عدد رینولدز، ϵ ارتفاع زبری جداره‌ی لوله (m)، و f ضریب افت دارسی- ویسباخ است. دامنه‌ی کاربرد رابطه‌ی اخیر برای جریان‌هایی با عدد رینولدز بین ۱۰۸ تا ۴۰۰ و زبری نسبی ۰ تا ۵٪ است و حالت‌های محدودی از جریان در لوله‌های صاف با زبری $\epsilon=0$ و جریان کاملاً آشفته را پوشش می‌دهد.

مودی (۱۹۴۴)،^[۱۷] برای تعیین ضریب f در لوله با قطر داخلی ۱۳ میلی‌متر با جداره‌ی صاف (۰/۵ اینچ) با دبی عبوری ۰/۰۱ الی ۰/۰۲ لیتر در ثانیه، میزان افت هیدرولیکی را اندازه‌گیری کرد. وی دریافت که برای محاسبه‌ی افت در لوله‌هایی با قطر کم، که در آبیاری به عنوان لاترال استفاده می‌شوند، رابطه‌ی دارسی- ویسباخ برآورد بهتری نسبت به روش هیزن- ویلیامز دارد. سپس برای تعیین ضریب افت f در لوله‌های صاف این روش را پیشنهاد کرده است:

- در جریان لایه‌یی یا لامینار (رابطه‌ی ۳):

$$f = \frac{64}{R_y} \quad R_y < 2000 \quad (3)$$

- در جریان آشفته (رابطه‌ی ۴):

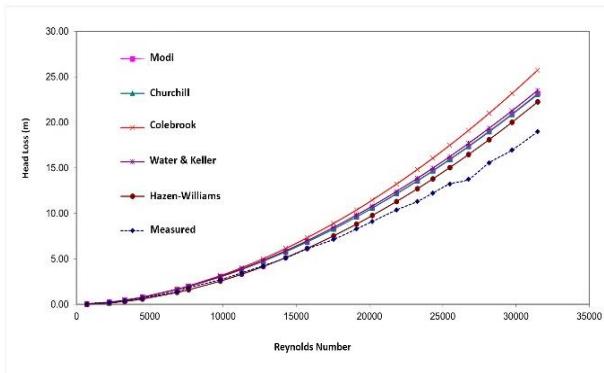
جدول ۱. کمینه و بیشینه‌ی سرعت جریان و عدد رینولدز در مدل فیزیکی.

بیشینه‌ی عدد رینولدز	کمینه‌ی عدد رینولدز	بیشینه‌ی سرعت (m/s)	کمینه‌ی سرعت (m/s)	تعداد داده	قطر داخلی لوله (mm)	قطر اسمی لوله
۳۱۴۷۹	۷۰۶	۲/۶۷۴	۰/۰۶۰	۲۲	۱۲/۸	۱۶
۵۳۲۱۲	۱۲۴۵	۳/۵۷۲	۰/۰۸۴	۱۵	۱۶/۲	۲۰
۸۱۲۹۵	۴۵۵۰	۴/۳۵۵	۰/۲۴۴	۱۴	۲۰/۴	۲۵
۵۵۰۱۵	۱۷۷۱	۲/۱۰۶	۰/۰۶۸	۱۱	۲۸/۴	۳۲

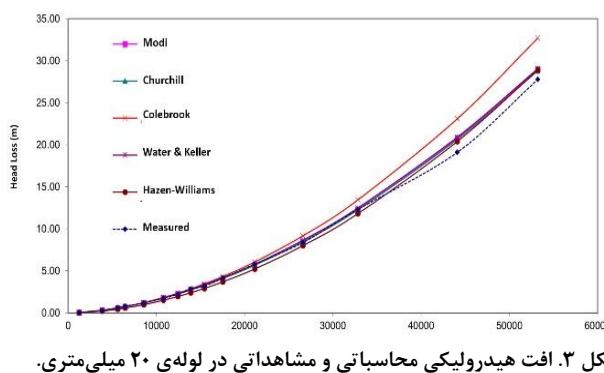
^۱ Churchill & Usagi

جدول ۲. کمینه و بیشینه‌ی نسبت افت محاسباتی به مشاهداتی.

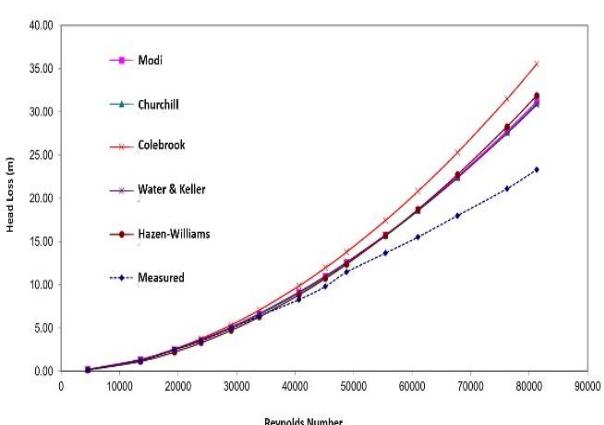
نسبت افت محاسباتی به مشاهداتی با روش‌های مختلف								قطر اسمی لوله	
هیزن-ویلیامز		چرچیل		کلبروک و وايت		مودي			
بیشینه	کمینه	بیشینه	کمینه	بیشینه	کمینه	بیشینه	کمینه		
۱/۱۹۸	۰/۲۴۵	۱/۳۹۹	۰/۵۶۸	۱/۳۶	۰/۴۵۰	۱/۲۶۵	۰/۵۶۸	۱۶	
۱/۰۶۸	۰/۵۵۲	۱/۰۸۰	۰/۷۹۱	۱/۱۷۸	۰/۹۰	۱/۰۸۶	۰/۷۹۱	۲۰	
۱/۳۶۸	۰/۸۸۳	۱/۳۵۱	۰/۹۶۸	۱/۵۲	۱/۳۶	۱/۳۳۸	۰/۹۷۰	۲۵	
۰/۹۷۰	۰/۲۴۳	۱/۰۱۳	۰/۲۶۱	۱/۰۵۵	۰/۰۲	۱/۰۱۵	۰/۳۷۲	۳۲	



شکل ۲. افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی در لوله ۱۶ میلی متری.



شکل ۳. افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی در لوله ۲۰ میلی متری.



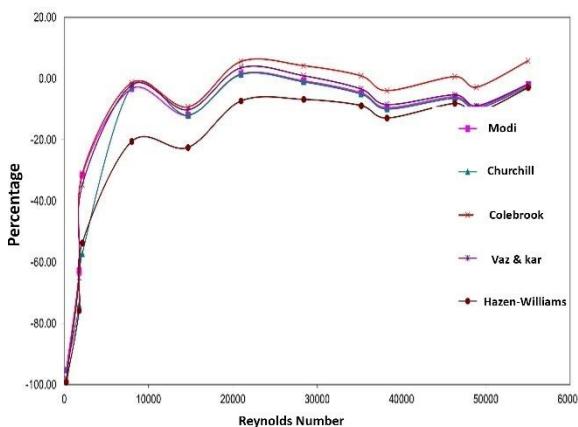
شکل ۴. افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی در لوله ۲۵ میلی متری.

افت هیدرولیکی مشاهداتی در مدل فیزیکی، با افت هیدرولیکی محاسباتی با رابطه‌های هیزن-ویلیامز و دارسی-ویسباخ با سه روش پیشنهادی مقایسه شده است؛ سپس نسبت افت هیدرولیکی محاسباتی به مشاهداتی به دست آمد، که نتایج آن در شکل‌های ۲ الی ۵ مشاهده می‌شود. کمینه و بیشینه نسبت افت محاسباتی به مشاهداتی در جدول ۲ ارائه شده است.

براساس اطلاعات به دست آمده از مدل، مقایسه درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در نمودارهای شکل‌های ۶ الی ۹ مشاهده می‌شود. برای انتخاب روش محاسبه مناسب، جذر میانگین مربعات خطای افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی در مدل محاسبه و در جدول ۳ ارائه شده است.

اختلاف بین جذر میانگین مربعات خطای ناشی از تعداد ثبت اطلاعات و محدوده سرعت جریان آب در هر مدل است. به عنوان مثال، با توجه به جدول ۱، در لوله ۲۵ میلی‌متری، بیشینه سرعت جریان به $4/355$ متر در ثانیه رسیده است، در نتیجه جهت انتخاب حالت کاربردی، جذر میانگین مربعات خطای در حالتی که سرعت جریان آب در لوله در محدوده ۱ الی ۲ متر در ثانیه بوده است، محاسبه و در جدول ۴ ارائه شده است.

در حین بررسی داده‌ها و محاسبه افت با روش‌های مختلف دارسی-ویسباخ، نکته‌ی جالبی مشاهده شده است. نمودار ضریب افت f در روش چرچیل با افزایش عدد رینولدز برخلاف سایر روش‌ها، سیر ثابتی نداشته است. مثلاً در لوله ۱۶ میلی‌متری با افزایش عدد رینولدز تا عدد 2200 ، سیر نزولی و از 158 تا 2200 ، حالت صعودی و پس از آن مانند سایر روش‌های محاسبه ضریب افت، سیر نزولی داشته است (شکل ۱۰). علت این امر می‌تواند ماهیت تابع ریاضی روش دارسی-ویسباخ باشد. تغییر قطر لوله در مکان کمینه و بیشینه‌ی نمودار تغییر جزئی دارد. یعنی با تغییر قطر لوله، عده‌های ذکر شده برای نقاط بحرانی نمودار تغییر جزئی می‌کنند. لذا پیشنهاد می‌شود رابطه‌ی دارسی-ویسباخ در جریان‌هایی با عدد رینولدز کمتر از 3200 استفاده نشود. با توجه به جدول ۳، روش هیزن-ویلیامز و کلبروک-وايت، بیشترین خطای نسبت به سایر روش‌ها در مقایسه با داده‌های مشاهداتی داشته‌اند. باید توجه داشت که روش هیزن-ویلیامز برخلاف سایر روش‌ها، مستقل از ضریب افت هیدرولیکی دارسی-ویسباخ است. در جدول ۴، نیز میزان خطای در روش‌های متفاوت در محدوده سرعت جریان بین 1 تا 2 متر ارائه شده است، که روندی مشابه با جدول ۳ را نشان می‌دهد؛ به طوری که روش هیزن-ویلیامز و روش



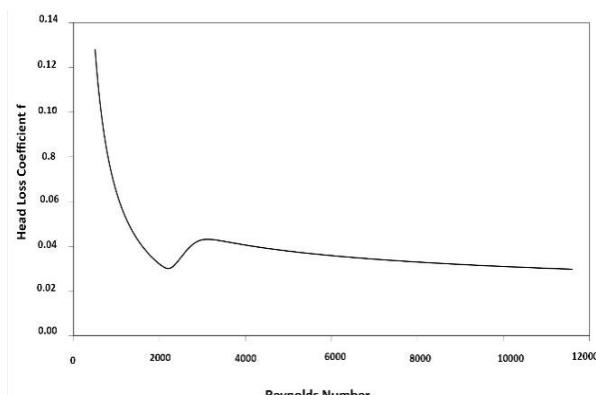
شکل ۵. درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در لوله‌ی ۳۲ میلی‌متری.

جدول ۳. جذر میانگین مربعات خطای افت فشار محاسباتی و مشاهداتی نرمال‌شده در مدل فیزیکی.

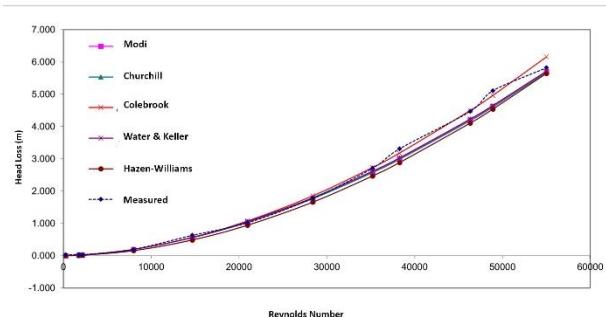
مودی	جذر میانگین مربعات خطای			قطر اسامی لوله
	کلبروک و وايت	چرچیل	هیزن- ویلیامز	
۰/۰۷۴۶	۰/۰۷۶۲	۰/۰۵۴۳	۰/۱۲۰۷	۱۶
۰/۳۱۰	۰/۳۱۵	۰/۳۰۶	۰/۳۴۷	۲۰
۰/۴۳۰	۰/۴۵۴	۰/۴۲۷	۰/۴۸۳	۲۵
۰/۴۳۷	۰/۴۵۹	۰/۴۳۸	۰/۴۷۷	۳۲

جدول ۴. جذر میانگین مربعات خطای افت فشار محاسباتی و مشاهداتی نرمال‌شده در محدوده‌ی سرعت ۱ الی ۲ متر در ثانیه.

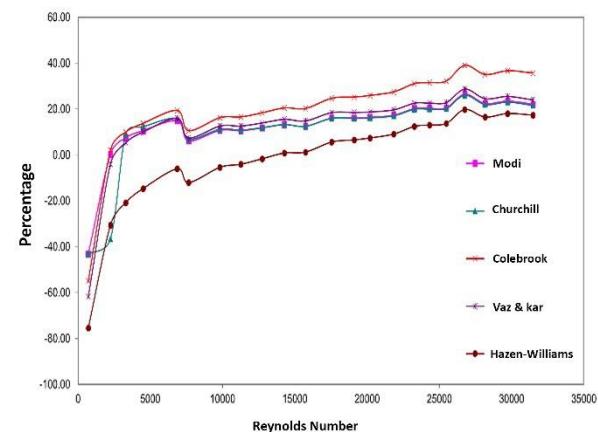
مودی	جذر میانگین مربعات خطای			قطر اسامی لوله
	کلبروک و وايت	چرچیل	هیزن- ویلیامز	
۰/۰۵۴	۰/۰۵۸۶	۰/۰۳۲	۰/۰۹۱	۱۶
۰/۲۲۱	۰/۲۲۷	۰/۲۱۵	۰/۲۴۷	۲۰
۰/۱۵۳	۰/۱۵۹	۰/۱۴۹	۰/۱۷۳	۲۵
۰/۶۰۷	۰/۶۲۰	۰/۶۱۱	۰/۶۷۰	۳۲



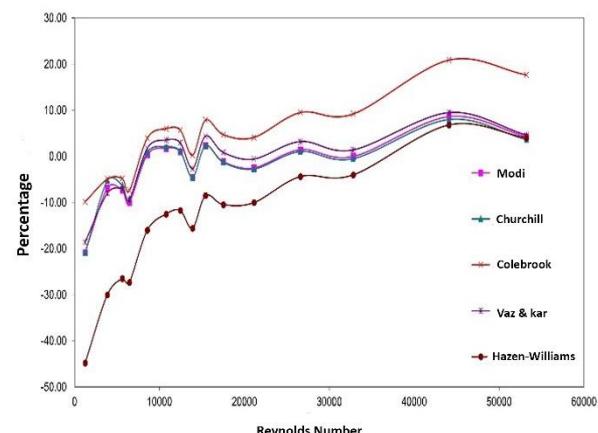
شکل ۱۰. نمودار ضریب افت f محاسبه‌شده با روش چرچیل.



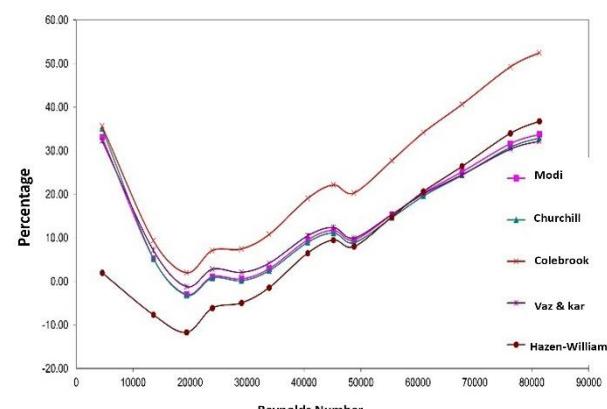
شکل ۶. درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در لوله‌ی ۱۶ میلی‌متری.



شکل ۷. درصد اختلاف افت فشار محاسباتی به مشاهداتی در لوله‌ی ۲۰ میلی‌متری.



شکل ۸. درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در لوله‌ی ۲۵ میلی‌متری.



شکل ۹. درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در لوله‌ی ۳۲ میلی‌متری.

کلبروک- وايت بیشترین اختلاف را با داده‌های افت هیدرولیکی مشاهداتی دارد.

۱.۳. ارائه‌ی رابطه‌ی مناسب تعیین افت هیدرولیکی در لترال

پس از مقایسه‌ی نتایج بدست‌آمده از آزمایش‌های تعیین افت هیدرولیکی در لوله‌های مختلف، رابطه‌ی مناسب برای برآورد افت هیدرولیکی بدست آمد. برای این کار از نرم‌افزار DataFit ۱/۸ استفاده شد.

اطلاعات ورودی توسط ۲۹۸ مدل ریاضی مختلف ارزیابی شدند. پس از مشاهده‌ی مدل‌های مختلف، مدلی که آسان‌ترین کاربرد و حالت متعارف را داشت، انتخاب شد، که شباهت زیادی به رابطه‌ی هیزن- ولیامز داشت. با این تفاوت که مستقل از ضریب C بوده و دقت بیشتری داشته و با تغییر سرعت یا عدد رینولز جریان در لوله نسبت افت هیدرولیکی مشاهداتی به محاسباتی در حدود ۱ بوده است. از آنجایی که فن‌آوری تولید لوله‌های پلی‌اتیلن تقریباً ثابت است، می‌توان گفت که در صورت رعایت استانداردهای تولید و کنترل کیفیت، زبری داخل لوله‌ها با به تعییری ضریب C در آن‌ها یکسان خواهد بود. برای اجرای برنامه، دو حالت مختلف در نظر گرفته شد. در مرحله‌ی اول، برای هر قطر از لوله، رابطه‌ی بین دبی و افت هیدرولیکی مشاهداتی بدست آمد، که براساس رابطه‌ی ۷ تعریف شده است. پس از بدست‌آوردن روابط ۸ الی ۱۱، نمودارهای افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط آن‌ها به ازاء واحد طول لوله در شکل‌های ۱۱ الی ۱۵ مشاهده می‌شوند:

- در لوله‌ی ۱۶ میلی‌متری کلاس A با قطر داخلی ۱۲/۸ میلی‌متر (مطابق رابطه‌ی ۸):

$$h_f = 3 / ۰.۸۵۴ \times L \times Q^{1/۶۴۴۷} \quad (8)$$

$$R^{\tau} = ۰ / ۹۹۹۳$$

- در لوله‌ی ۲۰ میلی‌متری کلاس ۱۰ بار با قطر داخلی ۱۶/۲ میلی‌متر (مطابق رابطه‌ی ۹):

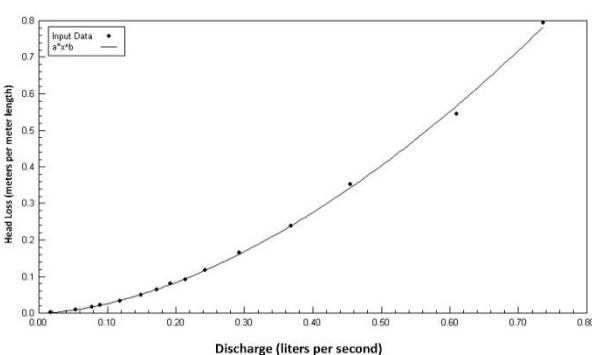
$$h_f = 1 / ۳۲۳۹ \times L \times Q^{1/۷۱۴۱} \quad (9)$$

$$R^{\tau} = ۰ / ۹۹۸۹$$

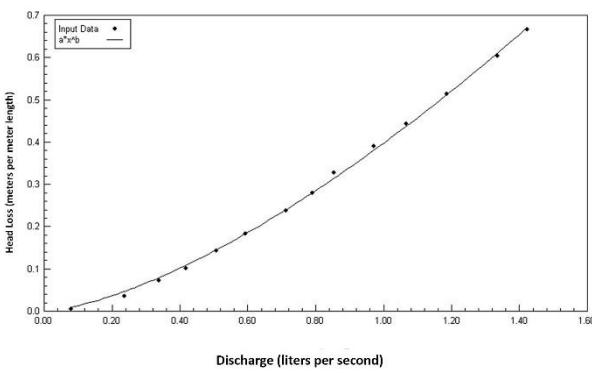
- در لوله‌ی ۲۵ میلی‌متری کلاس ۱۰ بار با قطر داخلی ۲۰/۴ میلی‌متر (مطابق رابطه‌ی ۱۰):

$$h_f = 0 / ۳۹۷۴ \times L \times Q^{1/۴۸۵۲} \quad (10)$$

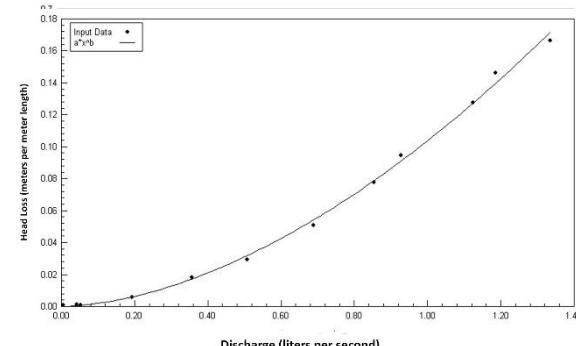
$$R^{\tau} = ۰ / ۹۹۸۷$$



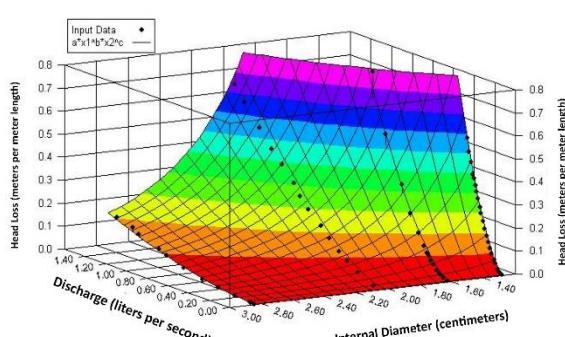
شکل ۱۲. برازش بین افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط رابطه‌ی ۹ برای لوله‌ی ۲۰ میلی‌متری.



شکل ۱۳. برازش بین افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط رابطه‌ی ۱۰ برای لوله‌ی ۲۵ میلی‌متری.



شکل ۱۴. برازش بین افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط رابطه‌ی ۱۱ برای لوله‌ی ۳۲ میلی‌متری.



لوله‌ی بررسی شده در دو مطالعه (پی‌وی‌سی و پلی‌اتیلن) می‌تواند باعث تولید نتیجه‌ی متضاد شده باشد. یکی دیگر از عوامل مؤثر در زیری، حریان لایه‌ی مرزی است.^[۲۳] اما طول لوله توسط میراندا و همکاران (۲۰۱۹)،^[۲۰] اعلام نشده است؛ بنابراین، امکان مقایسه‌ی مستقیم در مورد اثر لایه‌ی مرزی در دو مطالعه وجود ندارد. مطالعه‌ی حاضر به طور کامل زیری و قطر را در معادلات واسنجی شده حذف کرد (روابط ۸ تا ۱۱)، در حالی که در معادلات واسنجی شده توسط میراندا و همکاران (۲۰۱۹)،^[۲۰] هنوز پارامتر قطر مشاهده می‌شود، که این خود باعث می‌شود واسنجی آن‌ها با واسنجی انجام شده در مطالعه‌ی حاضر ناسازگارتر باشد. پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده، حساسیت افت هیدرولیکی نسبت به متغیرهای ورودی، مانند ضریب افت دارسی-ویسخ، عدد رینولدز، قطر لوله، زیری نسبی، و ... تحلیل و در تفسیر روند تغییرات افت هیدرولیکی و همچنین اختلاف روش‌ها در محاسبه‌ی افت هیدرولیکی استفاده شود.

۴. نتیجه‌گیری

براساس نتایج پژوهش حاضر، میزان افت هیدرولیکی محاسبه شده با روش‌های مختلف با یکدیگر تا حدودی اختلاف دارند. در لوله‌های ۱۶، ۲۰، و ۲۵ میلی-متری با افزایش سرعت بیش از حد پیشنهادشده (حدود ۲ متر در ثانیه) و عدد رینولدز، افت هیدرولیکی محاسبه شده بیشتر از افت اندازه‌گیری شده است (شکل‌های ۱ تا ۳). همچنین میزان اختلاف بین افت محاسباتی و مشاهداتی افزایش یافته است (شکل‌های ۵ تا ۷). در لوله‌ی ۳۲ میلی‌متری با توجه به شرایط و امکانات آزمایش، بیشینه سرعت جریان ۲/۱۰۶ متر در ثانیه بوده است (شکل ۴)، که در آن میزان افت مشاهداتی از افت محاسباتی بیشتر بوده است.

براساس جدول ۳، مقدار جذر میانگین مربعات خطأ در لوله‌ی ۱۶ میلی‌متری با رابطه‌ی هیزن-ویلیامز در لوله‌ی ۲۰ و ۲۵ میلی‌متری با رابطه‌ی چرچیل و در لوله‌ی ۳۲ میلی‌متری با رابطه‌ی کلبروک و وايت از بقیه کمتر بوده است، اما در محدوده‌ی سرعت جریان ۱ تا ۲ متر در ثانیه براساس جدول ۴، مقدار جذر میانگین مربعات خطأ در لوله‌های ۱۶ و ۲۵ میلی‌متری با رابطه‌ی هیزن-ویلیامز، در لوله‌ی ۲۰ میلی‌متری با رابطه‌ی مودی، و در لوله‌ی ۳۲ میلی‌متری با رابطه‌ی کلبروک و وايت از بقیه کمتر بوده است. در نهایت، در لوله‌های ۱۶ و ۲۵ میلی‌متری با توجه به جدول ۴ توصیه می‌شود از رابطه‌ی هیزن-ویلیامز استفاده شود. با توجه به مشکلات محاسبه‌ی ضریب افت f ، می‌توان با تصحیح رابطه‌ی ساده و کاربردی هیزن-ویلیامز، دقت رابطه‌ی اخیر را بالاتر برد و از آن استفاده کرد. این کار برای لوله‌های ۱۶ تا ۳۲ میلی‌متری انجام شده است.

تقدیر و تشکر

بدین وسیله از دانشگاه تهران و مؤسسه‌ی تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی که پژوهش حاضر با پشتیبانی آن‌ها انجام شده است، تشکر می‌شود.

- در لوله‌ی ۳۲ میلی‌متری کلاس ۶ با قطر داخلی $28/4$ میلی‌متر (مطابق رابطه‌ی (۱۱)):

$$h_f = 0/1037 \times L \times Q^{1/744} \quad (11)$$

$$R^* = 0/9973$$

که در آن، Q دلیل بر حسب لیتر در ثانیه، D قطر داخلی لوله بر حسب سانتی‌متر، و L طول لوله بر حسب متر است.

در مرحله‌ی دوم، برای لوله‌های ۱۶ الی ۳۲ میلی‌متری، رابطه‌ی بین دلیل و قطر داخلی لوله با افت هیدرولیکی براساس رابطه‌ی ۱۲ به دست آمد:

$$h_f = f(Q, D) \quad (12)$$

که در لوله‌های ۱۶ تا ۳۲ میلی‌متری، رابطه‌ی بین دلیل و افت هیدرولیکی مشاهداتی مطابق رابطه‌ی ۱۳ بودند:

$$h_f = 8/8113 \times L \times \frac{Q^{1/60.58}}{D^{4/2136}} \quad (13)$$

$$R^* = 0/9876$$

از آنجایی که لاترال‌های آبیاری قطره‌ی عموماً قطری بین ۱۶ الی ۳۲ میلی‌متر دارند، آزمایش‌ها و رابطه‌ی ۱۳ به دست آمده، فقط برای برآورد افت هیدرولیکی در لوله‌ی پلی‌اتیلن با قطر ۱۶ الی ۳۲ میلی‌متر توصیه می‌شود. براساس تجزیه و تحلیل اطلاعات به دست آمده از آزمایش‌های انجام شده، برای بالابدن دقت پرآورد پیشنهاد می‌شود روابط اخیر در جریان‌هایی با عدد رینولدز بیش از ۲۰۰۰ استفاده شوند.

در محدوده‌ی عدد رینولدز کمتر از ۲۰۰۰، ضرایب افت f به ازاء ضرایب زیری متفاوت، منحنی‌ها در ازاء مقادیر مختلف D/Q بر هم منطبق هستند. در روابط به دست آمده اختلاف بین افت محاسباتی و مشاهداتی در محدوده‌ی عدد رینولدز کمتر از ۲۰۰۰، در حد چند سانتی‌متر ستون آب است؛ این دقت می‌تواند قابل قبول باشد، اما به دلیل درصد اختلاف نسبتاً زیاد، توصیه می‌شود برای دست‌یابی به دقت برآورد مناسب در محدوده‌ی موردنظر استفاده نشود. مطالعه‌ی حاضر، بر روی لوله‌های پلی‌اتیلن با قطرهای بسیار کوچک، یعنی ۳۲ میلی‌متر، ۲۵ میلی‌متر، ۲۰ میلی‌متر، و ۱۶ میلی‌متر متمرکز شده است. دقیق‌ترین واسنجی معادله‌ی هیزن-ویلیامز برای لوله‌ی ۱۶ میلی‌متری ($R^* = 0/993$) و به دنبال آن لوله‌ی ۲۰ میلی‌متری ($R^* = 0/9989$)، لوله‌ی ۲۵ میلی‌متری ($R^* = 0/9987$)، و لوله‌ی ۳۲ میلی‌متری ($R^* = 0/9983$) مشاهده شد. در مقابل، میراندا^[۲۱] و همکاران (۲۰۱۹)^[۲۰] که معادله‌ی هیزن-ویلیامز را برای لوله‌های PVC با قطر بزرگ‌تر از ۵ سانتی‌متر واسنجی کردند، از لحاظ دقت واسنجی به نتیجه‌ی متفاوتی رسیدند. به عنوان مثال، بزرگ‌ترین میانگین خطای مطلق (MAE) برای کوچک‌ترین لوله، یعنی لوله با قطر $0/0508$ متر مساوی $0/00299$ بوده است؛ و به دنبال آن برای لوله با قطر $0/016$ متر ($MAE = 0/00043$)، لوله با قطر $0/0762$ متر ($MAE = 0/00043$) مشاهده شد. تفاوت در جنس و لوله با قطر $0/12$ متر ($MAE = 0/00011$) و لوله با قطر $0/0508$ متر ($MAE = 0/00012$)

References - منابع

- Afshar, M. and Sotoodeh, M. H., 2006. Application of nonlinear programming methods to the optimal design of sewer networks. *Sharif Journal of Civil Engineering*, 22(35), pp. 3-11. [In Persian].
- R. Daneshfaraz, R., Sadeqfam, R. and M. Majedi-Asl, M., 2011. The effect of non-linear terms on the process of computing water hammer with regard to friction coefficient for different cast iron pipe. *International Journal of Engineering & Applied Sciences (IJEAS)*, 3(3), pp. 15-22.
- Shamloo, H., Mousavi Fard, S. M. and Haghghi, A., 2013. Investigation of unsteady effects of friction loss and transient flow using 1d energy relations. *Sharif Journal of Civil Engineering, Volume 29-2(1)*, pp. 149-157 [In Persian].
- Daneshfaraz, R., Rezazadeh joudi, A. and Abraham, J., 2017. Numerical investigation on the effect of sudden contraction on flow behavior in a 90-degree bend. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 22(2), pp. 603-612. doi: 10.1007/s12205-017-1313-3.
- Hassan, A., 2017. Design of sprinkler irrigation tapered main line by linear programming. *Misr Journal of Agricultural Engineering*, 34(3), pp. 1335-1350. doi: 10.21608/mjae.2017.97468.
- Tas, E. and Ağıraloğlu, N., 2018. Comparison of friction losses in long polyethylene pipe systems using different formulas. *International Symposium on Urban Water and Wastewater Management*, pp. 602-609.
- Monge-Freile, M., Sánchez-Delgado, M., Huancavelarde, L. and Moreno-Llacza, A., 2019. Bamboo (*Guadua angustifolia* spp.) as a conduction alternative for a multi floodgates irrigation system. *Lima, Perú. Anales Científicos*, 80(1), pp. 240-252. doi: 10.21704/ac.v80i1.1391.
- Tabesh, M. and Kazemi Soochelmaei, M., 2018. Studying the effect of factors influencing the change in hazen-williams roughness coefficient of cast iron pipes during operation period. *Journal of Water and Wastewater Science and Engineering*, 3(2), pp. 23-34. [In Persian]. doi: 10.22112/jwwse.2018.129924.1089.
- Jamil, R. and Mujeebu, M. A., 2019. Empirical relation between Hazen-Williams and Darcy-Weisbach equations for cold and hot water flow in plastic pipes. *Imam, Saudi Arabia. WATER*, 108(6), pp. 104-114.
- Wang, J. and Chen, R., 2020. An improved finite element model for the hydraulic analysis of drip irrigation subunits considering local emitter head loss. *Irrigation Science*, 38(2), pp. 147-162. doi: 10.1007/s00271-019-00656-0.
- González-Quirino, J. G., Fortis-Hernández, M., Preciado-Rangel, P., Yescas-Coronado, P., Barrios-Díaz, J. M. and Reyes-González, A., 2021. Deterministic equation for hydraulic system design multiple outlet irrigation. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 12(5), pp. 777-789. doi: 10.29312/remexca.v12i5.2986.
- Achour, B. and Amara, L., 2020. Theoretical considerations on flow regime dependency of the Hazen-Williams coefficient. *LARHYSS Journal*, 9728(42), pp. 53-62.
- Pizzo, H. D. S., Dantas, C. A. S. and Ribeiro, C. B. M., 2022. Fitting Hazen-Williams Roughness Coefficient to the Head Loss Obtained by Darcy-Weisbach Equation in PVC Pipes. *Advance Researches in Civil Engineering*, 4(1), pp. 1-14. doi: 10.30469/arce.2022.150292.
- Tourasse, E., 1986. Explicit equation for coefficient of friction and duct calculation. *Eng. Sanit*, 25(2), pp. 177-178.
- Dini, M., Abbaspoor, G. and Saghebian, S. A., 2023. Calibration of water distribution networks by considering the uncertainty of nodal pressure. *Journal of Water and Wastewater Science and Engineering*, 8(3), pp. 13-24. [In Persian]. doi: 10.22112/jwwse.2023.350090.1320.
- Keller, J. and Bliesner, R. D., 1990. Trickle irrigation planning factors. *Springer US*, pp. 453-477. doi: 10.1007/978-1-4757-1425-8_19.
- Manning, F. S. and Thompson, R. E., 1995. Oilfield processing of petroleum: Crude oil (Vol. 2). *Pennwell books*, pp. 183-185. doi: 10.1016/j.energy.2005.10.009.
- Colebrook, C. F. and White, C. M., 1937. Experiments with fluid friction in roughened pipes. *Proceedings of The Royal Society of London. Series a, Mathematical and Physical Sciences*, pp. 367-381. doi: 10.1098/rspa.1937.0150.
- Moody, L. F., 1944. Friction factors for pipe flow. *Trans. Asme*, 66(8), pp. 671-684. doi: 10.1115/1.4018140.
- Churchill, S. W. and Usagi, R., 1972. A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. *AIChE Journal*, 18(6), pp. 1121-1128. doi: 10.1002/aic.690180606.
- Churchill, S. W., 1977. Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes. *Chemical Engineering*, 84(24), pp. 91-92.
- Miranda, E. P., Custodio, T. B. D. S., DE LIMA, F. U., Pereira, T. A. and Bicudo, A. L. R., 2019. Adjustment of the hazen-williams equation for determination of continuous pressure drop in PVC pipe. *IRRIGA*, 16(2), pp. 94-100. doi: 10.15809/irriga.2019v1n1p94-100.
- Lu, Y., Liu, H., Liu, Z. and Yan, C., 2020. Investigation and parameterization of transition shielding in roughness-disturbed boundary layer with direct numerical simulations. *Physics of Fluids*, 32(7), pp. 251-260. doi: 10.1063/5.0012464.

