ارزیابی روابط بر آورد افت هیدرولیکی و واسنجی رابطهی هیزن-

ویلیامز در لاترالهای آبیاری قطرهیی

شاهین شفائی (کارشناس ارشد) دانشکدهی فناوری کشاورزی، دانشگاه تهران، پاکدشت، ایران قاسم زارعی (دانشیار) مؤسسهی تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی، کرج، ایران. گیومرث ابراهیمی[•] (استاد) گروه علوم و فناوری های محیطی، دانشکدهی مهندسی انرژی و منابع پایدار، دانشگاه تهران، تهران، ایران شیما سلیمانی (دانشجوی فوق دکتری) دانشکدهی مهندسی منابع آب، دانشگاه رایس، هوستون، تگزاس، امریکا محمد شمسی (کارشناس ارشد) گروه مهندسی آبیاری و آبادانی، دانشکدهی کشاورزی، دانشگاه تهران، کرج، ایران

> در طراحی سیستم های آبیاری قطره یی برای تعیین مقدار افت هیدرولیکی معمولاً از رابطهی هیزن – ویلیامز استفاده می شود. در پژوهش حاضر، با استفاده از مدل های آزمایشگاهی و کاربرد لولههای پلی اتیلن با قطرهای ۱۶، ۲۰، ۲۵، و ۳۲ میلی متر، میزان افت هیدرولیکی به ازاء دبی های مختلف و با توجه به محدودهی سرعت مجاز اندازه گیری شد. سپس با تحلیل داده های مشاهداتی، رابطه ی جدیدی که مقدار افت هیدرولیکی را در لوله های ۱۶ تا ۲۲ میلی متر تابعی از دبی و قطر لوله محاسبه می کند، به دست آمد. رابطه ی ریاضی به دست آمده با نتایج حاصل از روش های متداول اندازه گیری افت هیدرولیکی و همچنین داده های محاسباتی مقایسه شد. مطابق با نتایج مطالعه ی حاضر، رابطه ی به دست آمده برای لوله های پلی اتیلن با قطرهای ۱۶ الی ۳۲ میلی متر و با عدد رینولدز بیش از ۲۰۰۰ با اطمینان بالایی پیشنهاد می شود. از مزایای رابطه ی به دست آمده، استقلال آن از ضریب افت C و دقت بالای آن است.

> > **واژگان كليدى:** أبيارى قطرەيى، افت هيدروليكى، مدل أزمايشگاهى، هيزن- ويليامز.

sha.shafaee@alumni.ut.ac.ir gh.zarei@areeo.ac.ir EbrahimiK@ut.ac.ir shimasoleimani@ksu.edu mohammad.shamsi@ut.ac.ir

اشاره کرد. رابطهی هیزن- ویلیامز با وجود دقت کمتر در برآورد افت فشار، بهدلیل آشنایی مهندسان با ضریب زبری^۳ موجود در رابطهی هیزن- ویلیامز و افزایش توانایی آنها در تخمین ضریب زبری، همچنان در طراحی سیستمهای هیدرولیکی استفاده میشود.^[۱۱] با توجه به اینکه رابطهی هیزن-ویلیامز در مقایسه با رابطهی دارسی- ویسباخ، افت فشار را ۱۳٪ بیشتر برآورد میکند،^[۲] و همچنین فراوانی کاربرد رابطهی هیزن- ویلیامز در طراحی سامانههای آبیاری قطرهیی، لازم است که رابطهی هیزن- ویلیامز برای لاترالهای آبیاری درختان واسنجی شود. در پژوهش حاضر، به ارزیابی روشهای متداول تعیین میزان افت هیدرولیکی و واسنجی رابطهی هیزن-ویلیامز در قطرهای متفاوت لاترالهای آبیاری پرداخته شده است.

۱.۱. پیشینهی موضوع

افشار و ستوده (۲۰۰۶)،^[۱] مدلی برای طراحی بهینهی شبکههای فاضلاب

۱. مقدمه

بازده آبیاری بیشتر و یکنواختی بالاتر آبیاری، از جمله اهداف آبیاران برای صرفهجویی در مصرف آب و دستیابی به بهرهوری بالاتر آب است. سامانههای آبیاری قطرهیی با مقدورساختن کنترل بیشتر بر دبی و پخش آب، رسیدن به اهداف اشارهشده را ممکن میسازند. از جمله مهمترین مواردی که در طراحی سامانههای آبیاری قطرهیی باید به آن توجه کرد، افت فشار آب در اثر اصطکاک است. نحوهی برآورد افت فشار در انتخاب اندازهی لولههای انتقال آب و پمپ تأثیر می گذارد؛ بنابراین برآورد صحیح افت فشار تأثیر به سزایی در هزینه ی اجرای سیستم آبیاری قطرهیی دارد. برآورد صحیح میزان افت هیدرولیکی، تا حد زیادی به انتخاب رابطهی مناسب جهت تعیین افت بستگی دارد.

روابط متعددی بهمنظور محاسبهی افت فشار لولهها توسعه داده شدهاند، که از جملهی معروفترین آنها میتوان به روابط هیزن- ویلیامز و دارسی- ویسباخ^۲

*نویسنده مسئول تاریخدریافت: ۱۴۰۲/۰۶/۰۶، تاریخاصلاحیه: ۱۴۰۳/۰۱/۲۶، تاریخپذیرش:۱۴۰۳/۰۱/۲۷.

استناد به این مقاله:

شفاهی، شاهین، زارعی، قاسم، ابراهیمی، کیومرث، سلیمانی، شیما، و شمسی، محمد،۱۴۰۳. ارزیابی روابط برآورد افت هیدرولیکی و واسنجی رابطهی هیزن-ویلیامز در لاترالهای آبیاری قطرهیی. مهندسی عمران شریف، ۴۹(۳)، صص.۳-۱۱. IODI:10.24200/J30.2024.62619.3234 .

'Hazen-Williams

[°] Darcy-Weisbach

^r Roughness Coefficient

براساس روش برنامهریزی غیرخطی ارائه دادهاند. ایشان بعد از تبدیل مسئلهی مقید به مسئلهی بدون قید با استفاده از تابع تاوانی خارجی، برای مدلسازی افت هیدرولیکی از دو رابطهی مانینگ و هیزن- ویلیامز استفاده کردهاند، به طوری که شیب لوله بهعنوان متغیر در نظر گرفته شد. ایشان درنهایت گزارش دادند که روش پیشنهادیشان در مقایسه با سایر روشهای مشابه برتری دارد. دانشفراز و همکاران (۲۰۱۱)،^[۲] در پژوهشی تأثیر ضریب افت شزی در بار هیدرولیکی آب را در ضربهی قوچ در دو حالت با درنظر گرفتن معادلهی ضربهی قوچ به طور کامل و بدون لحاظ جمله های غیر خطی معادله بررسی و از انواع لولههای آهنی با ضریبهای شزی ۸۰، ۱۰۰، و ۱۳۰ استفاده کردند و دریافتند که با افزایش ضریب شزی، اختلاف دو حالت در بار هیدرولیکی آب افزایش مییابد. همچنین لحاظنکردن جملههای غیرخطی منجر به راهحلهایی با خطای قابل قبول می شوند. شاملو و همکاران (۲۰۱۳)،^[۳] اثر مدت زمان بستن شیر در جریانهای آرام و آشفته را با عدد رینولدز ٔ پایین بهمنظور تعیین شرایط مناسب برای پیادهسازی روشهای نشتیابی بر پایهی مدلسازی جریان گذرا بررسی کردند. ایشان برای محاسبه ی افت اصطکاک غیرماندگار از رابطهی برونن^۳ استفاده کردند و دریافتند که در لولههایی به طول ۵۰ تا ۵۰۰ متر، بستن شیر در زمان کوتاهتر منجر به استهلاک انرژی بیشتر در مقایسه با بستن شیر در مدت زمان طولانی تر می شود و این اختلاف با افزایش عدد رینولدز افزایش می یابد. دانش فراز و همکاران (۲۰۱۷)^[۴]، در پژوهشی به تأثیر زانویی و تنگشدگی لوله در سرعت جریان مطالعه و از برنامهی رایانهیی FLUENT بهمنظور شبیهسازی جریان در زانویی ۹۰ درجه استفاده کردند. نتایج ایشان شامل حالتهای بدون تنگ شدگی و تنگ شدگیهای ۲۰، ۴۰، و ۶۰ درصد بود و نشان داد که تنگشدگی تأثیر معناداری در پروفیل سرعت در زانویی دارد، بهطوری که باعث جابجایی پروفیل سرعت به سمت پیچ خارجی زانویی می شود. همچنین مشاهده شد که در تنگ شدگی ۶۰٪ و افزایش قابلتوجه سرعت، وابستگی پروفیل سرعت به عدد رینولدز در زانویی و در پاییندست زانویی کاهش یافته است.

حسن (۲۰۱۷)، ^[۵] با یک مدل برنامه ریزی خطی، هزینه و افت انرژی را در ۵ لوله با قطرهای متفاوت و با استفاده از روابط هیزن- ویلیامز، دارسی- ویسباخ، مانینگ، و اسکوبی[†] محاسبه کرد و دریافت که روابط دارسی- ویسباخ و مانینگ بهترین تخمین را از افت انرژی به دست می دهند. تاس و آگیرالیوقلو^۵ مانینگ بهترین ترمی دو معادله ی مانینگ و دارسی- ویسباخ را گزارش دادند. مونگه-فریله⁶و همکاران (۲۰۱۹)، ^[۷] نیز به نتیجهی مشابهی دست یافتند.

تابش و سوچلمایی^۷ (۲۰۱۸)،^{۱۸]} تأثیر عمر لولهی چدنی در ضریب زبری هیزن-

ویلیامز را بررسی کردند و دریافتند که اگر برای طراحی شبکهی آبرسانی از
ضریب زبری لولهی نو استفاده شود، فشار سامانه در انتهای دورهی بهرهبرداری
بیشتر از ۲۵٪ کاهش پیدا می کند، ولی هزینه یاجرای طرح حدود ۵۰٪
کاهش مییابد. آنها درنهایت استفاده از ضریب زبری در انتهای دورهی
بهرهبرداری و پذیرفتن افزایش هزینهی اجرای طرح را پیشنهاد کردند.
جمیل و موجیبو ^۸ (۲۰۱۹)، ^[۹] افت هیدرولیکی را برای لولههای پلاستیکی با
قطرهای ۱۵ تا ۵۰ میلیمتر و آب با دماهای ۲۰ تا ۶۰ درجهی سانتیگراد با
دو رابطهی دارسی- ویسباخ و هیزن- ویلیامز محاسبه و به وسیلهی برازش
خطی، رابطهیی بین دو افت محاسبهشده برقرار کردند و دریافتند که در صورت
دانستن ضریب زبری هیزن- ویلیامز، میتوان افت هیدرولیکی دارسی- ویسباخ
را توسط معادلهی برازش دادهشده بهدست آورد.

وانگ و چن^۹ (۲۰۲۰)، ^(۱۱) برای تحلیل افت هیدرولیکی در سامانهی آبیاری قطرهیی با لاترالهای حلقوی و انشعابی از روش اجزاء محدود استفاده کردند. ایشان با ترکیب دو رابطهی دارسی- ویسباخ و بلازیوس^۱ ، رابطهیی جدید برای محاسبهی افت طولی بهدست آوردند. برای محاسبهی افت موضعی قطره چکان نیز از رابطهیی براساس فشردهشدن خطوط جریان در قطره چکانها استفاده کردند. سپس دو نقطهی انتزاعی در پایین دست و بالادست لوله در نظر گرفتند و اطلاعات هیدرولیکی را در رابطهی برنولی^{۱۱} قرار دادند. با جداسازی دبی در معادلهی بهدست آمده، عاملی به نام ضریب لوله^{۱۲} بهدست آمد، که در صورت ضرب در فشار لوله، افت هیدرولیکی را نشان می داد. بعد از تشکیل ماتریسهای باقیمانده^{۱۲} و سختی جزء^{۹۲} و سپس سرهمسازی جوابها با الگوی سختی مستقیم^{۵۱}، نتایج بسیار دقیقی در شبیه سازی دبی و افت لاترالها بهدست آمد، به طوری که ضریب همبستگی بین دادههای مشاهداتی و محاسباتی برای دبی و افت هیدرولیکی لاترالها به ترتیب برابر با ۲۹۲۲/۱۰ و ۸۹۰۹/۱۰ بود. شایان دکر است که نتایج بهدست آمده فقط برای لولههای افقی (بدون شیب طولی)

در مورد طراحی لاترال با چند قطره چکان، پژوهشی توسط گنزالز-کویرینو^{۱۶} و همکاران (۲۰۲۱)، ^[۱۱] انجام شد. ایشان با تلفیق دو معادلهی دارسی-ویسباخ و مانینگ و با فرض کاهش خطی دبی بعد از هر قطره چکان، معادله یی چندجمله یی بهدست آوردند، که بین تعداد قطره چکانها و افت هیدرولیکی در لاترال ارتباط برقرار می کرد. آنها با جداسازی جملات چندجمله یی، معادله های جدیدی را بهدست آوردند و سهم هر جمله در محاسبه ی افت هیدرولیکی را محاسبه کردند و دریافتند که خطای نسبی معادله ها در محاسبه ی تعداد قطره چکانها در بازه ی ۲۰۰۹ حتا می می می می می است و با افزایش تعداد قطره چکانها، خطای نسبی به سمت صفر میل می کند.

[°] Wang & Chen	[\] Manning
¹ Blasius	^r Reynolds Number
¹¹ Bernoulli	^r Brunone
¹⁷ Pipe Coefficient	[*] Scobey
¹ Residual Matrix	^Δ Tas & Ağıralioğlu
¹ ^F Element Stiffness Matrix	⁶ Monge-Freile
¹ ^Δ Direct Stiffness Method	^v Soochelmaei
¹⁹ González-Quirino	[^] Jamil & Mujeebu

بیشتر مطالعات انجامشده در مورد رابطهی هیزن- ویلیامز معطوف به ضریب زبری (C) رابطهی مذکور هستند. در رابطهی هیزن- ویلیامز، ضریب C فقط وابسته به جنس لوله است، اما پژوهشگران همواره سعی در مرتبطساختن ضریب C با کمیتهای دیگر، از جمله عدد رینولدز بودهاند؛^[۱۲] به عنوان مثال، پیزو^۱ و همکاران (۲۰۲۲)،^[۱۳] بعد از ترکیب دو رابطهی هیزن- ویلیامز و دارسی- ویسباخ، ضریب C را براساس ضریب f محاسبه کردند. ضریب f خود نیز توسط رابطهی توراسه^۲ (۱۹۸۶)، ^[۱۴] محاسبه شده است، سپس افت میدرولیکی برای لولههای PVC با قطرهای ۵۰، ۲۵، ۱۰۰، ۱۵۰، و ۲۰۰ ملی متری با دو رابطهی هیزن- ویلیامز اصلاحشده و دارسی- ویسباخ محاسبه شد. نتایج آنها نشان داد که مقادیر افت هیدرولیکی محاسبهشده به روش میزن- ویلیامز اصلاحشده بسیار نزدیک به مقادیر محاسبهشده به روش میزن- ویلیامز اصلاحشده بسیار نزدیک به مقادیر محاسبهشده به روش دارسی- ویسباخ است و بیشترین تفاوت برابر با ۲/۵۸٪ مربوط به لوله با قطر امراسی- ویسباخ است و بیشترین تفاوت برابر با ۲/۵۸٪ مربوط به لوله با قطر ناختلاف برابر با ۲/۰۲٪ مربوط به لوله با قطر ۵۰ میلی متر با دبی ۳/۹۵ لیتر بر تانیه و عدد رینولدز ۲۰۰۰۰۰ بوده است.

دینی^۳ و همکاران (۲۰۲۳)،^[۱۵] واسنجی شبکهی توزیع آب در شهر صوفیان و یک شبکهی نمونهی دو حلقهیی را با درنظر گرفتن عدمقطعیت گرهها پیادهسازی کردند. بهمنظور راستیآزمایی، با فرض معلومبودن ضرایب هیزن-ویلیامز، فشار قطعی گرهی در شبکهی نمونه به دست آمد و با تعدیل مقادیر فشار، ضریب هیزن- ویلیامز تنظیم شد. برای واسنجی هر دو شبکه در حالت غیرقطعی، با بهره گیری از دادههای فشار غیرقطعی گرهی، که به روش مونته-کارلو[‡] و با توزیع نرمال به دست آمده بودند، ضرایب هیزن- ویلیامز شبکه در حالت غیرقطعی با استفاده از واسنجی به دست آمد و توسط آنها فشار گرهی در حالت غیرقطعی محاسبه شد. نتایج آنها نشان داد که بین دادههای محاسباتی و مشاهداتی همخوانی قابل قبولی وجود دارد و عملکرد مدل واسنجی در حالت غیرقطعی قابل قبول است.

۲.۱. جمع بندی پیشینه و ضرورت موضوع پژوهش

با توجه به پیشینهی موضوع، تعدادی از پژوهشها برتری رابطهی دارسی-ویسباخ به هیزن- ویلیامز را گزارش دادهاند؛ برخی نیز بین دو رابطهی اخیر، رابطهیی دیگر برازش دادهاند. تأثیر تعداد قطرهچکانها در افت هیدرولیکی نیز به روشهای اجزاء محدود و آماری نیز بررسی شده است. در پژوهش حاضر، با توجه به فراوانی کاربرد رابطهی هیزن- ویلیامز در طراحی سامانههای هیدرولیکی در ایران و دقت نسبتاً پایین آن در مقایسه با رابطههای مشابه، رابطهی مذکور را برای لاترالهای آبیاری واسنجی و تدقیق کرده و رابطهیی مستقل از ضریب زبری (C) ارائه داده است.

۲. روش پژوهش ۱.۲. شرح مدل فیزیکی در پژوهش حاضر، جهت بررسی میزان دقت رابطههای محاسبهی ضریب f

- [\] Pizzo
- ^r Tourasse
- " Dini
- * Monte Carlo
- ^a Moody

افت هیدرولیکی در لولهی پلیاتیلن با ۴ قطر ۱۶، ۲۰، ۲۵، و ۳۲ میلیمتری که در آبیاری قطرهیی معمولاً بهعنوان لاترال استفاده میشوند، اندازه گیری شد. طول مسیر اندازه گیری افت در لولهها ۳۵ متر بود، که در ابتدا و انتهای آن فشار به ازاء دبیهای عبوری مختلف اندازه گیری و ثبت شد. محل نصب لولهها کاملاً مسطح و بدون شیب تنظیم شد. برای اندازه گیری فشار هیدرولیکی از مانومتر دیجیتالی مدل ۲۱۰۰ با دقت ۲۰۰۴ بار استفاده شد. ثبت اطلاعات توسط Data Logger انجام گرفت و در هر ثانیه، یک رکورد از فشار هیدرولیکی لوله ثبت شد. برای تأمین فشار موردنیاز از پمپ استفاده شد. همچنین، برای تنظیم دبی و فشار، سامانهی By-Pass روی مدل فیزیکی نصب و دبی بهصورت حجمی اندازه گیری شد (شکل ۱).

پس از اندازه گیری افت هیدرولیکی به ازاء دبیهای عبوری مختلف در لولهها، مقدار آن با مقادیر محاسبه شده توسط روابط مختلف تعیین ضریب افت f با کمک رابطهی دارسی– ویسباخ و هیزن– ویلیامز بررسی شد. در این مورد، سه روش مودی⁶، چرچیل² و کلبروک و وایت $^{\rm v}$ پیشنهاد شده است.

مقدار افت هیدرولیکی با استفاده از روابط ذکرشده برآورد و با افت هیدرولیکی اندازه گیریشده مقایسه شد؛ سپس نسبت مقدار افت هیدرولیکی محاسبه شده به مقدار واقعی در هر یک از لوله ها به دست آمد. پس از ثبت و آماده سازی اطلاعات به دست آمده از مدل فیزیکی، افت هیدرولیکی اندازه گیری شده با افت محاسبه شده با روش های مودی، چرچیل، کلبروک و وایت، و هیزن – ویلیامز مقایسه شد.

یکی از پارامترهای مهم در طراحی یک سیستم هیدرولیکی، سرعت جریان سیال در لوله است. از آنجایی که افت هیدرولیکی متناسب با سرعت سیال است، بالابودن سرعت میتواند افت هیدرولیکی را افزایش دهد و از سوی دیگر، باعث بروز مشکلاتی از قبیل ضربهی قوچ^۸ شود؛ همچنین، سرعت کم جریان





- ⁶ Churchill
- ^vColebrook & White
- [^] Water Hammer

در لوله به معنی افزایش قطر لوله است، که باعث افزایش هزینهی اجرایی – میشود؛ لذا برای رسیدن به حالت بهینه از نظر هیدرولیکی و اقتصادی، در حالتهای مختلف محدودههای سرعت خاصی برای جریان پیشنهاد شده است. معمولاً سرعت مناسب سیال را حدود ۱ الی ۲ متر در ثانیه در نظر ی میگیرند.^[۱۴]

۲.۲. روابط محاسبهی افت هیدرولیکی

برای انجام محاسبات، ابتدا به تعیین ضریب افت دارسی (f) در رابطهی دارسی- (f) در رابطهی دارسی- ویسباخ (مطابق رابطهی ۱) اشاره شده است:^[۱۵]

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V}{rg}$$
(1)

f،(m) که در آن، V سرعت جریان (m/s)، L طول لوله (m)، D قطر لوله (m)، f ضریب افت دارسی- ویسباخ، و g شتاب گرانش (m^Y/s) هستند.

کلبروک و وایت (۱۹۳۷)،^[۱۸] رابطهی ۲ را برای محاسبهی ضریب f ارائه کردهاند:

$$\frac{1}{\sqrt{F}} = -\tau \log(\frac{\frac{\varphi}{D}}{\tau/\gamma} + \frac{\tau/\Delta\tau}{R\sqrt{F}})$$
(7)

که در آن، D قطر لوله (m)، R عدد رینولدز، ٤ (e) ارتفاع زبری جدارهی لوله (m)، و f ضریب افت دارسی-ویسباخ است.

دامنهی کاربرد رابطهی اخیر برای جریانهایی با عدد رینولدز بین ۱۰۸ تا۴۰۰۰ وزبری نسبی۰ تا۱۰/۵ است و حالتهای محدودی از جریان در لوله-های صاف با زبری ۰=**۶** و جریان کاملاً آشفته را پوشش میدهد.

مودی (۱۹۴۴)،^{(۱۹۱} برای تعیین ضریب f ، در لوله با قطر داخلی ۱۳ میلیمتر با جدارهی صاف (۵/ اینچ) با دبی عبوری ۱۰/۱ الی ۱۰/۲ لیتر در ثانیه، میزان افت هیدرولیکی را اندازه گیری کرد. وی دریافت که برای محاسبهی افت در لولههایی با قطر کم، که در آبیاری به عنوان لاترال استفاده می شوند، رابطهی دارسی-ویسباخ بر آورد بهتری نسبت به روش هیزن- ویلیامز دارد. سپس برای تعیین ضری

ب افت f در لولههای صاف این روش را پیشنهاد کرده است:

- در جریان لایهیی یا لامینار (رابطهی ۳):

- در جریان آشفته (رابطهی ۴):

$$\frac{1}{\sqrt{F}} = -\tau \log(\frac{\varepsilon}{\tau} \frac{1}{\gamma} + (\frac{\gamma}{\text{Re}})^{\cdot/\gamma})$$
 (δ)

که در آن، D قطر لوله (m)، Re عدد رینولدز، ϵ (e) ارتفاع زبری جدارهی لوله (m)، و f ضریب افت دارسی-ویسباخ هستند.

چرچیل (۱۹۷۷)،^{۲۱۱} رابطهی تعیین ضریب افت f را مطابق رابطهی ۶ گسترش داد. رابطهی اخیر یک رابطهی کاربردی مناسب بود، که توانایی بر آورد افت هیدرولیکی در تمامی محدودهی عدد رینولدز و کلیهی لولهها با جنس-های مختلف را داشت.

$$F_{f} = \Lambda \times \left[(\Lambda / R_{y})^{\gamma} + \gamma / (k_{\gamma} + k_{\gamma})^{\gamma} \right]^{\gamma}$$

$$K_{\gamma} = \left[\Upsilon / \Upsilon \Delta \Upsilon Ln \left(\frac{\gamma}{(\gamma / R_{y})^{\gamma} + \cdot / \Upsilon \gamma (e/D)} \right) \right]^{\gamma}$$

$$K_{\gamma} = \left(\frac{\Upsilon \Delta \Upsilon \cdot}{R_{y}} \right)^{\gamma}$$

که در آن، Ry عدد رینولدز و f ضریب افت دارسی- ویسباخ هستند.

معادلهی دیگری که در نوشتارحاضر برای محاسبهی افت طولی استفاده شده است، معادلهی هیزن- ویلیامز است (مطابق رابطهی ۲):

$$h_{f} = K \frac{L}{D^{\dagger/\lambda\Delta\varphi}} \left(\frac{Q}{C}\right)^{1/\lambda\Delta}$$
(Y)

که در آن، K ضریب تبدیل واحد، Q دبی (m^r/s)، L طول لوله (m)، D قطر لوله (m)، و C ضریب افت هیزن- ویلیامز هستند.

۳. نتايج

در طی آزمایش با مدل فیزیکی، با تنظیم دبی عبوری سعی شده است تا محدودهی سرعت جریان به گونهیی باشد که محدودهی سرعت مجاز را شامل شود. در جدول ۱، محدودهی سرعت و عدد رینولدز در مدل فیزیکی با لولههای مختلف ارائه شده است.

بیشینهی عدد رینولدز	کمینهی عدد رینولدز	بیشینهی سرعت (m/s)	کمینهی سرعت (m/s)	تعداد ثبت داده	قطر داخلی لوله(mm)	قطر اسمی لوله
51419	۲۰۶	846/2	• • • / •	۲۲	٨/١٢	18
۵۳۲۱۲	1240	۵۷۲/۳	• \ \ \ \	۱۵	۲/۱۶	۲.
۸۱۲۹۵	400.	۳۵۵/۴	744/.	14	۴/۲۰	۲۵
۵۵۰۱۵	١٧٧١	1.8/2	• ۶٨/•	١١	۴/۲۸	٣٢

جدول ۱. کمینه و بیشینهی سرعت جریان و عدد رینولدز در مدل فیزیکی.

[\] Churchill & Usagi

نسبت افت محاسباتی به مشاهداتی با روشهای مختلف								
هيزن-ويليامز		چرچيل		کلبروک و وایت		دى	مود	قطر اسمی لوله
بيشينه	كمينه	بيشينه	كمينه	بيشينه	كمينه	بيشينه	كمينه	•
۱۹۸/۱	240/.	٣٩٩/١	۵۶۸/۰	86/1	40./.	780/1	۵۶۸/۰	18
• ۶٨/ ١	۵۵۲/۰	• • / ١	४९१/+	144/1	٩٠/٠	• 86/ 1	४९१/•	۲.
368/1	۸۸۳/۰	۳۵۱/۱	٩۶٨/٠	۵۲/۱	۳۶/۱	۳۳۸/۱	۹۷۰/۰	۲۵
٩٧٠/٠	747/.	• ١٣/١	781/.	· ۵۵/ ۱	• ۲/•	• 10/1	۳۷۲/۰	٣٢

جدول۲. کمینه و بیشینهی نسبت افت محاسباتی به مشاهداتی.



شکل ۲. افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی در لولهی ۱۶ میلی متری.



شکل ۳. افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی در لولهی ۲۰ میلیمتری.



شکل ۴. افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی در لولهی ۲۵ میلی متری. 🗕

افت هیدرولیکی مشاهداتی در مدل فیزیکی، با افت هیدرولیکی محاسباتی با رابطههای هیزن- ویلیامز و دارسی- ویسباخ با سه روش پیشنهادی مقایسه شده است؛ سپس نسبت افت هیدرولیکی محاسباتی به مشاهداتی بهدست آمد، که نتایج آن در شکلهای ۲ الی ۵ مشاهده می شود. کمینه و بیشینهی نسبت افت محاسباتی به مشاهداتی در جدول ۲ ارائه شده است.

براساس اطلاعات بهدست آمده از مدل، مقایسه ی درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در نمودارهای شکل های ۶ الی ۹ مشاهده می شود.

برای انتخاب روش محاسبهی مناسب، جذر میانگین مربعات خطای افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی در مدل محاسبه و در جدول ۳ ارائه شده است.

اختلاف بین جذر میانگین مربعات خطا ناشی از تعداد ثبت اطلاعات و محدوده سرعت جریان آب در هر مدل است. بهعنوان مثال، با توجه به جدول ۱، در لوله ۲۵ میلیمتری، بیشینه ی سرعت جریان به ۴/۳۵۵ متر در ثانیه رسیده است، در نتیجه جهت انتخاب حالت کاربردی، جذر میانگین مربعات خطا در حالتی که سرعت جریان آب در لوله در محدوده ی۱ الی ۲ متر در ثانیه بوده است، محاسبه و در جدول ۴ ارائه شده است.

در حین بررسی دادهها و محاسبهی افت با روشهای مختلف دارسی- ویسباخ، نکتهی جالبی مشاهده شده است. نمودار ضریب افت f در روش چرچیل با افزایش عدد رینولدز برخلاف سایر روشها، سیر ثابتی نداشته است. مثلاً در لولهی ۱۶ میلیمتری با افزایش عدد رینولدز تا عدد ۲۲۰۰، سیر نزولی و از ۲۲۰۰ تا ۳۱۵۸، حالت صعودی و پس از آن مانند سایر روشهای محاسبهی ضريب افت، سير نزولي داشته است (شكل ١٠). علت اين امر مي تواند ماهيت تابع رياضي روش دارسي- ويسباخ باشد. تغيير قطر لوله در مكان كمينه و بیشینهی نمودار تغییر جزئی دارد. یعنی با تغییر قطر لوله، عددهای ذکرشده برای نقاط بحرانی نمودار تغییر جزئی میکنند. لذا پیشنهاد میشود رابطهی دارسی- ویسباخ در جریانهایی با عدد رینولدز کمتر از ۳۲۰۰ استفاده نشود. با توجه به جدول ۳، روش هیزن- ویلیامز و کلبروک- وایت، بیشترین خطا را نسبت به سایر روشها در مقایسه با دادههای مشاهداتی داشتهاند. باید توجه داشت که روش هیزن- ویلیامز برخلاف سایر روشها، مستقل از ضریب افت هیدرولیکی دارسی- ویسباخ است. در جدول ۴، نیز میزان خطا در روشهای متفاوت در محدودهی سرعت جریان بین ۱ تا ۲ متر ارائه شده است، که روندی مشابه با جدول ۳ را نشان میدهد؛ بهطوری که روش هیزن- ویلیامز و روش



شکل ۹. درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در لولهی ۳۲ میلی متری.

	قطر اسمی			
مودى	کلبروک و وایت	چرچيل	هيزن– ويليامز	لوله
•/•٧۴۶	•/• ٧۶٢	•/•۵۴۳	• / \ Y • Y	18
۰/۳۱۰	٠/٣١۵	۰/۳۰۶	۰/۳۴۷	۲.
•/47•	•/۴۵۴	•/۴۲٧	•/۴٨٣	۲۵
•/۴۳٧	٠/۴۵۹	•/۴۳۸	•/۴٧٧	٣٢

جدول ۳. جذر میانگین مربعات خطای افت فشار محاسباتی و مشاهداتی نرمالشده در مدل فیزیکی.

جدول۴. جذر میانگین مربعات خطای افت فشار محاسباتی و مشاهداتی نرمالشده در محدودهی سرعت ۱ الی ۲ متر در ثانیه.

	aut taä			
مودى	کلبروک و وایت	چرچيل	ھيزن- ويليامز	فطر استنی لوله
•/•۵۴	•/•۵٨۶	•/•٣٢	•/•٩١	18
•/771	•/777	•/510	•/747	۲.
•/1۵٣	•/169	•/149	•/1٧٣	۲۵
•/۶•٧	• /87 •	• /811	• /۶۲ •	٣٢



شکل ۱۰. نمودار ضریب افت f محاسبه شده با روش چرچیل.



شکل ۵. افت هیدرولیکی محاسباتی و مشاهداتی لولهی ۳۲ میلی متری.



شکل ۶. درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در لولهی ۱۶ میلی متری.



شکل ۷. درصد اختلاف افت فشار محاسباتی به مشاهداتی در لولهی ۲۰ میلی متری.



شکل ۸. درصد اختلاف افت محاسباتی به مشاهداتی در لولهی ۲۵ میلی متری.

کلبروک- وایت بیشترین اختلاف را با دادههای افت هیدرولیکی مشاهداتی دارند.

۱.۳. ارائهی رابطهی مناسب تعیین افت هیدرولیکی در لاترال

پس از مقایسهی نتایج بهدستآمده از آزمایشهای تعیین افت هیدرولیکی در لولههای مختلف، رابطهیی مناسب برای برآورد افت هیدرولیکی بهدست آمد. برای این کار از نرمافزار ۸/۸ DataFit استفاده شد.

اطلاعات ورودی توسط ۲۹۸ مدل ریاضی مختلف ارزیابی شدند. پس از مشاهدهی مدلهای مختلف، مدلی که آسان ترین کاربرد و حالت متعارف را داشت، انتخاب شد، که شباهت زیادی به رابطهی هیزن – ویلیامز داشت. با این تفاوت که مستقل از ضریب C بوده و دقت بیشتری داشته و با تغییر سرعت یا عدد رینولدز جریان در لوله نسبت افت هیدرولیکی مشاهداتی به محاسباتی در حدود ۱ بوده است. از آنجایی که فنآوری تولید لولههای پلیاتیلن تقریباً ثابت است، میتوان گفت که در صورت رعایت استانداردهای تولید و کنترل کیفیت، زبری داخل لولهها یا به تعبیری ضریب C در آنها یکسان خواهد بود. برای اجرای برنامه، دو حالت مختلف در نظر گرفته شد. در مرحلهی اول، برای هر قطر از لوله، رابطه یی بین دبی و افت هیدرولیکی مشاهداتی به دست آمد، که براساس رابطهی ۲ تعریف شده است. پس از به دست آوردن روابط ۸ الی ۱۱، نمودارهای افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط آنها به ازا-

– در لولهی ۱۶ میلیمتری کلاس A با قطر داخلی ۱۲/۸ میلیمتر (مطابق رابطهی ۸):

$$\begin{split} h_{f} &= \texttt{T}/\cdot\texttt{AAF} \times L \times Q^{\texttt{N/STFY}} \\ R^{\texttt{Y}} &= \cdot/\texttt{AAAT} \end{split} \tag{A}$$

- در لولهی ۲۰ میلیمتری کلاس۱۰ بار با قطر داخلی ۱۶/۲ میلیمتر (مطابق رابطهی ۹):

$$h_{f} = 1/\operatorname{TTT9} \times L \times Q^{1/(1+1)}$$

$$R^{T} = \cdot/\operatorname{99A9}$$
(9)

- در لولهی ۲۵ میلیمتری کلاس ۱۰ بار با قطر داخلی ۲۰/۴ میلیمتر (مطابق رابطهی ۱۰):

$$h_{f} = \cdot / \operatorname{Pays} L \times Q^{\sqrt{7} \operatorname{Ady}}$$

$$R^{\tau} = \cdot / \operatorname{Pays}$$

$$(1 \cdot)$$



شکل ۱۱. برازش بین افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط رابطهی ۸ برای لولهی ۱۶ میلیمتری.



شکل ۱۲. برازش بین افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط



شکل ۱۳. برازش بین افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط رابطهی ۱۰ برای لولهی ۲۵ میلیمتری.



شکل ۱۴. برازش بین افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط رابطهی ۱۱ برای لولهی ۳۲ میلیمتری.



شکل ۱۵. برازش بین افت هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی توسط رابطهی ۱۳ برای لوله های ۱۶ تا ۳۲ میلیمتری.

- در لولهی ۳۲ میلیمتری کلاس ۶ بار با قطر داخلی ۲۸/۴ میلیمتر (مطابق رابطهی ۱۱):

$$h_{f} = \cdot / 1 \cdot \mathbf{W} \times L \times Q^{1/\sqrt{4} + \epsilon}$$

$$R^{*} = \cdot / 99 V \mathbf{W}$$
(11)

که در آن، Q دبی بر حسب لیتر در ثانیه، D قطر داخلی لوله بر حسب سانتیمتر، و L طول لوله بر حسب متر است.

در مرحلهی دوم، برای لولههای ۱۶ الی ۳۲ میلیمتری، رابطهیی بین دبی و قطر داخلی لوله با افت هیدرولیکی براساس رابطهی ۱۲ بهدست آمد: ۲۰۰۰

$$h_f = f \quad Q, D \tag{11}$$

که در لولههای ۱۶ تا ۳۲ میلیمتری، رابطهی بین دبی و افت هیدرولیکی مشاهداتی مطابق رابطهی ۱۳ بودند:

$$h_{f} = \lambda / \lambda i i \nabla \times L \times \frac{Q^{1/9 \cdot \Delta \lambda}}{D^{7/7179}}$$
(17)

 $R^{\tau} = \cdot / \mathfrak{A} \mathfrak{V} \mathfrak{S}$

از آنجایی که لاترالهای آبیاری قطرهیی عموماً قطری بین ۱۶ الی ۳۲ میلیمتر دارند، آزمایشها و رابطهی ۱۳ بهدستآمده، فقط برای برآورد افت هیدرولیکی در لولهی پلیاتیلن با قطر ۱۶ الی ۳۲ میلیمتر توصیه میشود. براساس تجزیه و تحلیل اطلاعات بهدستآمده از آزمایشهای انجامشده، برای بالابردن دقت برآورد پیشنهاد میشود روابط اخیر در جریانهایی با عدد رینولدز بیش از ۲۰۰۰ استفاده شوند.

در محدودهی عدد رینولدز کمتر از ۲۰۰۰، ضرایب افت f به ازاء ضرایب زبری متفاوت، منحنیها در ازاء مقادیر مختلف ϵ/D بر هم منطبق هستند. در روابط بهدستآمده اختلاف بین افت محاسباتی و مشاهداتی در محدودهی عدد رینولدز کمتر از ۲۰۰۰، در حد چند سانتیمتر ستون آب است؛ این دقت مى تواند قابل قبول باشد، اما بهدليل درصد اختلاف نسبتاً زياد، توصيه مى شود برای دستیابی به دقت برآورد مناسب در محدودهی موردنظر استفاده نشود. مطالعهی حاضر، بر روی لولههای پلیاتیلن با قطرهای بسیار کوچک، یعنی ۳۲ میلیمتر، ۲۵ میلیمتر، ۲۰ میلیمتر، و ۱۶ میلیمتر متمرکز شده است. دقیقترین واسنجی معادلهی هیزن- ویلیامز برای لولهی ۱۶ میلیمتری (R^r=۰/۹۹۹۳) و به دنبال آن لولهی ۲۰ میلیمتری (۹۹۸۹) - R^r)، لولهی ۲۵ میلیمتری ($R^{r} = -1/99$)، و لولهی ۳۲ میلیمتری ($R^{r} = -1/99$)) مشاهده شد. در مقابل، میراندا و همکاران (۲۰۱۹)، ^[۲۲] که معادلهی هیزن-ویلیامز را برای لولههای PVC با قطر بزرگتر از ۵ سانتیمتر واسنجی کردهاند، از لحاظ دقت واسنجی به نتیجهی متفاوتی رسیدند. بهعنوان مثال، بزرگترین میانگین خطای مطلق (MAE) برای کوچکترین لوله، یعنی لوله با قطر ۰/۰۵۰۸ متر مساوی ۰/۰۲۹۹ بوده است؛ و به دنبال آن برای لوله با قطر ۰/۰۷۶۲ متر (MAE=۰/۰۰۰۴۳)، لوله با قطر ۱۰۱۶ متر (MAE=۰/۰)، و لوله با قطر ۰/۱۲ متر (MAE=۰/۰۰۰۱) مشاهده شد. تفاوت در جنس

لولهی بررسی شده در دو مطالعه (پیوی سی و پلی اتیلن) می تواند باعث تولید نتیجهی متضاد شده باشد. یکی دیگر از عوامل مؤثر در زبری، جریان لایهی مرزی است،^[۲۲] اما طول لوله توسط میراندا و همکاران (۲۰۱۹)،^[۲۰] اعلام نشده است؛ بنابراین، امکان مقایسهی مستقیم در مورد اثر لایهی مرزی در دو مطالعه وجود ندارد. مطالعهی حاضر به طور کامل زبری و قطر را در معادلات واسنجی شده حذف کرد (روابط ۸ تا ۱۱)، در حالی که در معادلات واسنجی شده توسط میراندا و همکاران (۲۰۱۹)، ^[۲۰] هنوز پارامتر قطر مشاهده می شود، که این خود باعث می شود واسنجی آنها با واسنجی انجام شده در مطالعهی حاضر ناساز گارتر باشد. پیشنهاد می شود در پژوهش های آینده، مطالعهی حاضر ناساز گارتر باشد. پیشنهاد می شود در پژوهش های آینده، مواند می در محاسب افت مدارسی و یسباخ، عدد رینولدز، قطر لوله، زبری نسبی، و ... تحلیل و در تفسیر روند تغییرات افت هیدرولیکی و همچنین اختلاف روش ها در محاسبهی افت مورد توسیر گارتر است می شود واند می موردی، مانند ضریب افت مواند می درولیکی استفاده شود.

۴. نتیجهگیری

براساس نتایج پژوهش حاضر، میزان افت هیدرولیکی محاسبه شده با روش های مختلف با یکدیگر تا حدودی اختلاف دارند. در لوله های ۱۶، ۲۰، و ۲۵ میلی-متری با افزایش سرعت بیش از حد پیشنهاد شده (حدود ۲ متر در ثانیه) و عدد رینولدز، افت هیدرولیکی محاسبه شده بیشتر از افت اندازه گیری شده است (شکل های ۱ الی ۳). همچنین میزان اختلاف بین افت محاسباتی و مشاهداتی افزایش یافته است (شکل های ۵ الی ۷). در لوله ۲۳ میلی متری با توجه به شرایط و امکانات آزمایش، بیشینهی سرعت جریان ۲/۱۰۶ متر در ثانیه بوده است (شکل ۴)، که در آن میزان افت مشاهداتی از افت محاسباتی بیشتر بوده است.

براساس جدول ۳، مقدار جذر میانگین مربعات خطا در لولهی ۱۶ میلیمتری با رابطهی هیزن- ویلیامز در لولهی ۲۰ و ۲۵ میلیمتری با رابطهی چرچیل و در لولهی ۳۲ میلیمتری با رابطهی کلبروک و وایت از بقیه کمتر بوده است، اما در محدودهی سرعت جریان ۱ الی ۲ متر در ثانیه براساس جدول ۴، مقدار جذر میانگین مربعات خطا در لولههای ۱۶ و ۲۵ میلیمتری با رابطهی هیزن-ویلیامز، در لولهی ۲۰ میلیمتری با رابطهی مودی، و در لولهی ۳۲ میلیمتری با رابطهی کلبروک و وایت از بقیه کمتر بوده است.

درنهایت، در لولههای ۱۶ و ۲۵ میلی متری با توجه به جدول ۴ توصیه می شود از رابطهی هیزن- ویلیامز استفاده شود. با توجه به مشکلات محاسبهی ضریب افت f، می توان با تصحیح رابطهی ساده و کاربردی هیزن- ویلیامز، دقت رابطهی اخیر را بالاتر برد و از آن استفاده کرد. این کار برای لولههای ۱۶ تا ۳۲ میلی متری انجام شده است.

تقدير و تشكر

بدین وسیله از دانشگاه تهران و مؤسسهی تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی که پژوهش حاضر با پشتیبانی آنها انجام شده است، تشکر می شود.

منابع - References

- 1. Afshar, M. and Sotoodeh, M. H., 2006. Application of nonlinear programming methods to the optimal design of sewer networks. *Sharif Journal of Civil Engineering*, 22(35), pp. 3-11. [In Persian].
- R. Daneshfaraz, R., Sadeqfam, R. and M. Majedi-Asl, M., 2011. The effect of non-linear terms on the process of computing water hammer with regard to friction coefficient for different cast iron pipe. *International Journal of Engineering & Applied Sciences* (IJEAS), 3(3), pp. 15-22.
- 3. Shamloo, H., Mousavi Fard, S. M. and Haghighi, A., 2013. Investigation of unsteady effects of friction loss an d transient flow using 1d energy relations. *Sharif Journal of Civil Engineering, Volume 29-2*(1), pp. 149-157 [In Persian].
- Daneshfaraz, R., Rezazadeh joudi, A. and Abraham, J., 2017. Numerical investigation on the effect of sudden contraction on flow behavior in a 90-degree bend. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 22(2), pp. 603-612. doi: 10.1007/s12205-017-1313-3.
- Hassan, A., 2017. Design of sprinkler irrigation tapered main line by linear programming. *Misr Journal of Agricultural Engineering*, 34(3), pp. 1335-1350. doi: 10.21608/mjae.2017.97468.
- Tas, E. and Ağıralioğlu, N., 2018. Comparison of friction losses in long polyethylene pipe systems using different formulas. *International Symposium on Urban Water and Wastewater Management*, pp. 602-609.
- Monge-Freile, M., Sánchez-Delgado, M., Huanca-Velarde, L. and Moreno-Llacza, A., 2019. Bamboo (Guadua angustifolia spp.) as a conduction alternative for a multi floodgates irrigation system. *Lima, Perú. Anales Científicos*, 80(1), pp. 240-252. doi: 10.21704/ac.v80i1.1391.
- Tabesh, M. and Kazemi Soochelmaei, M., 2018. Studying the effect of factors influencing the change in hazenwilliams roughness coefficient of cast iron pipes during operation period. *Journal of Water and Wastewater Science and Engineering*, 3(2), pp. 23-34. [In Persian]. doi: 10.22112/jwwse.2018.129924.1089.
- 9. Jamil, R. and Mujeebu, M. A., 2019. Empirical relation between Hazen-Williams and Darcy-Weisbach equations for cold and hot water flow in plastic pipes. *Imam, Saudi Arabia. WATER*, *108*(6), pp. 104-114.
- Wang, J. and Chen, R., 2020. An improved finite element model for the hydraulic analysis of drip irrigation subunits considering local emitter head loss. *Irrigation Science*, 38(2), pp. 147-162. doi: 10.1007/s00271-019-00656-0.
- González-Quirino, J. G., Fortis-Hernández, M., Preciado-Rangel, P., Yescas-Coronado, P., Barrios-Díaz, J. M. and Reyes-González, A., 2021. Deterministic equation for

hydraulic system design multiple outlet irrigation. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 12(5), pp. 777-789. doi: 10.29312/remexca.v12i5.2986.

- Achour, B. and Amara, L., 2020. Theoretical considerations on flow regime dependency of the Hazen-Williams coefficient. *LARHYSS Journal*, 9728(42), pp. 53-62.
- Pizzo, H. D. S., Dantas, C. A. S. and Ribeiro, C. B. M., 2022. Fitting Hazen-Williams Roughness Coefficient to the Head Loss Obtained by Darcy-Weisbach Equation in PVC Pipes. *Advance Researches in Civil Engineering*, 4(1), pp. 1-14. doi: 10.30469/arce.2022.150292.
- Tourasse, E., 1986. Explicit equation for coefficient of friction and duct calculation. *Eng. Sanit*, 25(2), pp. 177-178.
- Dini, M., Abbaspoor, G. and Saghebian, S. A., 2023. Calibration of water distribution networks by considering the uncertainty of nodal pressure. *Journal of Water and Wastewater Science and Engineering*, 8(3), pp. 13-24. [In Persian]. doi: 10.22112/jwwse.2023.350090.1320.
- Keller, J. and Bliesner, R. D., 1990. Trickle irrigation planning factors. *Springer US*, pp. 453-477. doi: 10.1007/978-1-4757-1425-8_19.
- Manning, F. S. and Thompson, R. E., 1995. Oilfield processing of petroleum: Crude oil (Vol. 2). *Pennwell books*, pp. 183-185. doi: 10.1016/j.energy.2005.10.009.
- Colebrook, C. F. and White, C. M., 1937. Experiments with fluid friction in roughened pipes. *Proceedings of The Royal Society of London. Series a, Mathematical and Physical Sciences*, pp. 367-381. doi: 10.1098/rspa.1937.0150.
- 19. Moody, L. F., 1944. Friction factors for pipe flow. *Trans. Asme*, *66*(8), pp. 671-684. doi: 10.1115/1.4018140.
- Churchilll, S. W. and Usagi, R., 1972. A general expression for the correlation of rates of transfer and other phenomena. *AIChE Journal*, *18*(6), pp. 1121-1128. doi: 10.1002/aic.690180606.
- 21. Churchilll, S. W., 1977. Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes. *Chemical Engineering*, 84(24), pp. 91-92.
- 22. Miranda, E. P., Custodio, T. B. D. S., DE LIMA, F. U., Pereira, T. A. and Bicudo, A. L. R., 2019. Adjustment of the hazen-willians equation for determination of continuous pressure drop in PVC pipe. *IRRIGA*, *16*(2), pp. 94-100. doi: 10.15809/irriga.2019v1n1p94-100.
- Lu, Y., Liu, H., Liu, Z. and Yan, C., 2020. Investigation and parameterization of transition shielding in roughnessdisturbed boundary layer with direct numerical simulations. *Physics of Fluids*, 32(7), pp. 251-260. doi: 10.1063/5.0012464.