Sharif Civil Engineering Journal (2025), **41**(2), 1-12

Sharif University of Technology

Sharif Civil Engineering Journal

https://sjce.journals.sharif.edu

Research Article

Experimental Study of the Yield Surface of Saturated Silty Tailings

Amirabbas RiyahiKhoo and Ali Akhtarpour *

Department of Civil Engineering, Ferdowsi University of Mashhad
* corresponding author:(akhtarpour@um.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 5 March 2024

Revised: 8 May 2024

Accepted: 12 May 2024

Keywords:

Mine tailings,
isotropic yield curve,
shear stress,
plastic strain,
triaxial stress path device

Abstract

Static liquefaction is one of the most important challenges for the stability of mining tailings dams. Several experimental studies have been conducted on this issue within the framework of critical state theory. Additionally, deformations such as tensile cracks and unusual static deformations of these dams are among the other issues related to the stability of these structures. Numerical simulation of the stress-strain behavior of materials under various loading conditions requires a suitable constitutive model, with one of its main components being the yield criterion. Extensive studies have been conducted to identify the yield surfaces of soil materials (sand and clay) through laboratory tests, but the identification of yield surfaces for tailing materials has received less attention. This study aims to identify the yield surface of silty tailing materials from the Sungun copper mine using laboratory experiments under initial isotropic stress and saturated conditions. For this purpose, all specimens with a similar stress history were initially consolidated under isotropic stress conditions and then unloaded up to 50% of the initial confining stress. The over-consolidation ratio (OCR) of these specimens was approximately set to be two. Subsequently, the specimens were subjected to stress-controlled radial stresses in the effective mean stress-deviatoric stress (ṕ-q) space. The compatibility of the laboratory yield surface with the proposed yield surfaces of the Mroz constitutive model was examined. The results indicate that the obtained yield surface under existing stress conditions follows the non-associated flow rule. The proposed yield surface of the Mroz constitutive model, by considering appropriate constants, shows satisfactory agreement with the laboratory yield surface. The work input for each stress path demonstrates that at approximately 0.25 kJ/m^2, the specimens reached yield conditions. The flow vector plots indicate that the obtained yield surface follows the non-associated flow rule. Observing linear trends in the deformation changes of the specimens after the yield point indicates rapid cementation in these materials.

Funding

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

To Cite this article:
RiyahiKhoo, A.A. and Akhtarpour, A. 2025. Experimental study of the yield surface of saturated silty tailings, Sharif Civil Engineering Journal, **41**(2), 1-12. https://doi.org/10.24200/j30.2024.64136.3306

E-ISSN: 2676-4776 © 2025 The Author(s). Sharif Civil Engineering Journal, Published by Sharif University of Technology

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.

مجله علمی مهندسی عمران شریف

https://sjce.journals.sharif.edu

مقاله‌ی پژوهشی

شناسایی آزمایشگاهی سطح تسلیم مواد زائد سیلتی اشباع

امیرعباس ریاحی‌خو و علی اخترپور*

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران.

*نویسنده مسئول (akhtarpour@um.ac.ir)

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت : ۱۴۰۲/۱۲/۱۵

تاریخ اصلاحیه : ۱۴۰۳/۰۲/۱۹

تاریخ پذیرش : ۱۴۰۳/۰۲/۲۳

واژگان کلیدی:

مواد زائد معدنی،

سطح تسلیم همسان،

تنش برشی،

کرنش خمیری،

آزمایش‌های سه‌محوری.

چکیده

شبیه‌سازی عددی رفتار تنش- کرنش مصالح در شرایط بارگذاری مختلف، نیازمند یک مدل رفتاری مناسب است؛ که یکی از اجزاء اصلی آن، معیار یا سطح تسلیم است. مطالعات گسترده‌ای برای شناسایی سطح تسلیم مصالح خاکی (ماسه و رس) به روش آزمایشگاهی انجام شده است، اما تاکنون به مورد شناسایی سطح تسلیم مواد زائد کمتر توجه شده است. در پژوهش حاضر، بررسی رفتار تنش- کرنش مواد زائد سیلتی معدن مس سونگون با بیش‌تحکیمی سبک، به روش آزمایشگاهی در شرایط تنش اولیه‌ی همسان و اشباع با استفاده از آزمایش‌های سه‌محوری تنش کنترل زهکشی‌شده بررسی شده است. نتایج نشان داده‌اند که سطح تسلیم حاصل در شرایط تنشی موجود، در قانون جریان غیروابسته قرار دارد، همچنین به تطابق خوبی بین سطح تسلیم آزمایشگاهی و پیشنهادی مدل اِمرُز اشاره دارد. مشاهده‌ی روند خطی تغییرات تغییرشکل مصالح آزمایش‌شده بعد از نقطه‌ی تسلیم، حکایت از نوعی سمانتاسیون سریع در مصالح مذکور دارد.

۱. مقدمه

مواد زائد معدنی، شامل پسماند حاصل از واحدهای تولیدی، فراوری، تصفیه، و شستشوی مواد معدنی است. به‌بیان دیگر، مواد زائد معدنی، مخلوطی از سنگ خردشده و مایعات فرآوری‌شده از آسیاب، مواد شوینده یا کنسانتره هستند، که پس از استخراج فلزات گرانبها، مواد، و سوخت‌های معدنی یا زغال سنگ از منابع معدنی به جای می‌مانند.[۱] در حال حاضر، روش متداول انباشت مواد زائد به‌صورت تالاب یا همان سد باطله است.[۲]

طبق بررسی مطالعات پیشین، تاکنون پارامترهای عوامل مؤثر در خواص مکانیکی مواد زائد، به کمک آزمون‌های آزمایشگاهی نظیر تحکیم و سه‌محوری مشخص شده است؛ به‌طوری که پژوهش‌های آزمایشگاهی زیادی در این خصوص قابل دسترسی است.[۳-۵] پدیده‌ی روانگرایی استاتیکی، یکی از مهم‌ترین چالش‌های پایداری سازه‌های سدهای باطله‌ی معدنی بوده و مطالعات آزمایشگاهی متعددی درخصوص این امر در چارچوب تئوری حالت بحرانی انجام شده است.[۶ و ۷] یکی از معروفترین سدهای باطله، که به‌علت پدیده‌ی روانگرایی استاتیکی دچار شکست شده است، سد کالاوراز[۱] است.[۸]

علاوه‌بر این، پدیده‌های تغییرشکلی نظیر ترک‌های کششی و تغییرشکل‌های استاتیکی نامتعارف سدهای باطله نیز از دیگر مسائل مرتبط با پایداری این‌گونه سازه‌هاست. اما مدل‌سازی و پیش‌بینی تغییرشکل مصالح مواد زائد تحت بارگذاری‌های خاص سازه‌های مذکور و حتی بررسی دقیق پدیده‌ی روانگرایی در مواد زائد معدنی، نیازمند در اختیارداشتن مدل‌های رفتاری مناسبی است. ابهام‌های متعددی درخصوص استفاده از مدل‌های رفتاری متداول خاک‌ها، نظیر: کم‌کلی اصلاح‌شده، موهر- کلمب، دراکر- پراگر، و P2PSand جهت شبیه‌سازی رفتار مصالح اخیر وجود دارد.[۹-۱۱] لذا وجود یک مدل رفتاری مناسب که بتواند به‌خوبی وضعیت تنش- کرنش آن‌ها را شبیه‌سازی کند، می‌تواند کمک شایانی به طراحی، ساخت، و کنترل ایمنی این‌گونه سازه‌ها از خود نشان دهد.

سطح یا معیار تسلیم مصالح از اجزاء اصلی هر مدل رفتاری است. شناسایی آزمایشگاهی سطح تسلیم مصالح خاکی در شرایط اشباع از دیرباز موردتوجه بوده است. به‌عنوان نمونه، گراهام[۲] و همکاران (۱۹۸۳) به روش آزمایشگاهی سطح تسلیم رس وینیپگ[۳] را با کمک آزمایش‌های سه‌محوری مسیر تنش

[1] Calaveras
[2] Graham
[3] Winnipeg

استناد به این مقاله:

ریاحی خو، امیرعباس و اخترپور، علی، ۱۴۰۴. شناسایی آزمایشگاهی سطح تسلیم مواد زائد سیلتی اشباع . مهندسی عمران شریف، ۴۱(۲)، صص.۱-۱۲.

https://doi.org/ 10.24200/j30.2024.64136.3306 .

حق مولف © نویسندگان

شاپا الکترونیکی: ۲۶۷۶-۴۷۷۶

ناشر: دانشگاه صنعتی شریف

تعیین کرده‌اند.[۱۲] یاسوفوکا[1] و همکاران (۱۹۹۱)، برای ماسه‌ی اشباع آیو[2] در شرایط بیش‌تحکیمی همسان و ناهمسان، سطح تسلیم را با کمک آزمایش‌های سه‌محوری با مسیر تنش‌های شعاعی به نسبت تنش برشی ثابت تعیین کرده‌اند.[۱۳] کووانا و جاردین[3] (۲۰۰۷)، برای ماسه‌ی HRS پژوهش‌های مشابهی انجام داده و سطح تسلیم آن را به‌دست آورده‌اند.[۱۴] چو[4] و همکاران (۲۰۱۰)، سطح تسلیم رس یخچالی شیکاگو را با کمک آزمایش‌های سه‌محوری در مسیر تنش‌های شعاعی بررسی و همچنین سرعت موج برشی در داخل نمونه با استفاده از آزمایش المان خمشی را تعیین کرده‌اند.[۱۵] ال‌شارد[5] و همکاران (۲۰۱۷)، نیز مطالعه‌ی آزمایشگاهی گسترده‌ای جهت شناسایی سطح تسلیم رس کائولینی در شرایط اشباع و غیراشباع به کمک آزمون‌های سه‌محوری مسیر تنش انجام داده‌اند.[۱۶] ویتوفسکی[6] و همکاران (۲۰۲۳)، سطح تسلیم خاکستر بادی کلسیمی حاصل از معدن روباز بلچاتوو[7] در لهستان را در آزمایشگاه با کمک آزمون‌های سه‌محوری مسیر تنش شعاعی بررسی و سطح تسلیم مصالح مذکور را استخراج کرده‌اند.[۱۷]

با توجه به پژوهش‌های صورت‌گرفته، می‌توان بیان کرد تاکنون مطالعه‌ی آزمایشگاهی معتبری پیرامون شناسایی سطح تسلیم مواد زائد معدنی در شرایط بیش‌تحکیم‌یافتگی انجام نشده است. بر این اساس، هدف اصلی مطالعه‌ی حاضر، برداشتن گامی مؤثر در جهت شناسایی سطح تسلیم مواد زائد معدنی است. مواد زائد بررسی‌شده در پژوهش حاضر، خروجی از کارخانه‌ی فراوری و تغلیظ معدن مس سونگون هستند، که از نظر دانه‌بندی در گروه خاک‌های ریزدانه‌ی غیرخمیری قرار می‌گیرند. در پژوهش حاضر سعی شده است با انجام یک سری آزمون‌های سه‌محوری تنش کنترل، سطح تسلیم این مصالح در شرایط اشباع و وضعیت تحکیمی اولیه‌ی ایزوتروپیک شناسایی شود.

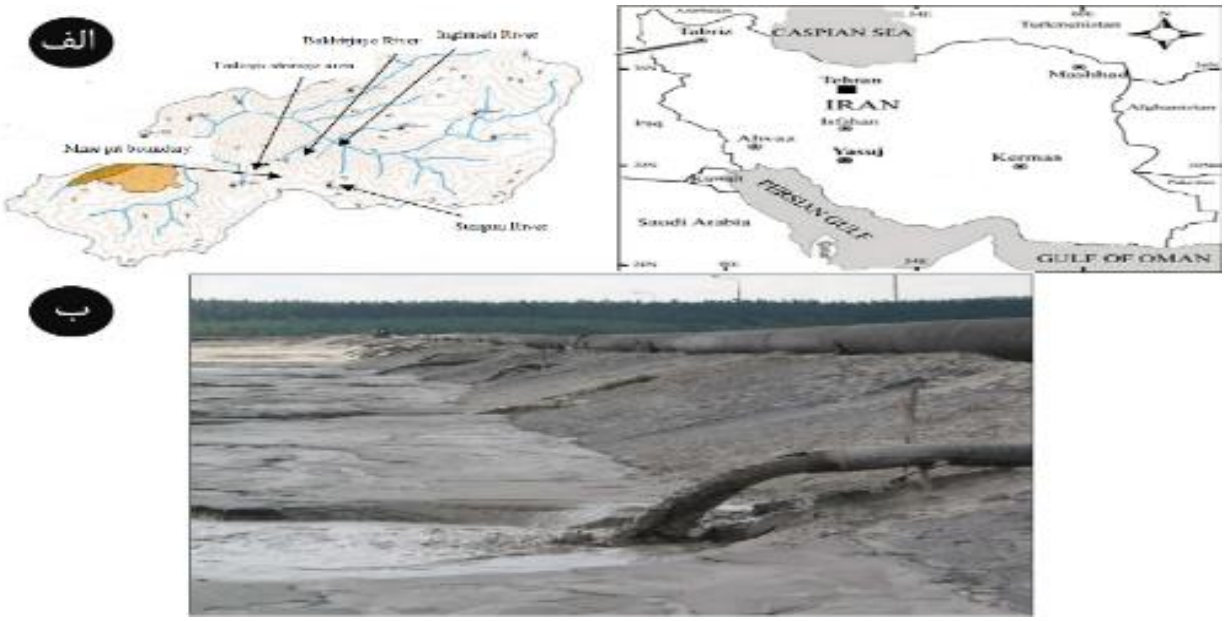
توقف عملیات طولانی‌مدت ریختن باطله‌های آب‌دار به داخل مخزن و همچنین شرایط آب‌وهوایی گرم، می‌تواند موجب خشک‌شدن لایه‌های فوقانی باطله و افزایش تنش مؤثر در لایه‌های اشباع زیرین شود. در ادامه، با بارش نزولات جوی و یا ریختن مجدد باطله‌های آب‌دار، باطله‌ی خشک شده‌ی سطحی، مجدد اشباع می‌شود. این فرآیند نوعی باربرداری از لایه‌های اشباع زیرین است و موجب کاهش تنش مؤثر در آن‌ها می‌شود. چنین پدیده‌ای، رفتار بیش‌تحکیمی در لایه‌های اشباع زیرین را ایجاد می‌کند. علاوه‌بر این، اخیراً مطالعاتی درخصوص پیش بارگذاری مواد باطله به روش‌هایی همچون پیش‌بارگذاری با خلأ و الکتروکنتیک انجام شده است.[۱۸ و ۱۹] با روش‌های ذکرشده، نوعی بیش‌تحکیمی سبک به مصالح باطله اعمال می‌شود. لذا در مطالعه‌ی حاضر، سطح تسلیم باطله‌ی مواد معدنی موجود در لایه‌های سطحی کم‌عمق که همواره در شرایط اشباع هستند و تحت فرآیند بارگذاری و باربرداری مذکور دچار بیش‌تحکیمی سبک شده‌اند، بررسی شده است.

۲. مواد و روش‌ها

۱.۲.مشخصات مصالح و آماده‌سازی نمونه

در حال حاضر، معدن مس سونگون، دومین معدن بزرگ ایران است، که در شمال غربی کشور واقع شده (شکل ۱- الف) و از سال ۱۳۸۵ تاکنون، مواد زائد کارخانه فراوری و تغلیظ معدن سونگون به کمک لوله‌هایی به صورت دوغابی به داخل مخزن سدی سنگریزه‌ای با هسته‌ی رسی انتقال داده می‌شود (شکل ۱- ب). به علت بالابودن سطح آب داخل مخزن، امکان نمونه‌گیری از داخل مخزن میسر نیست و حجم مواد زائد لازم، به صورت دوغابی، مستقیماً از لوله‌ی خروجی مواد زائد به داخل مخزن گرفته شده است.

بعد از خشک‌کردن مواد زائد دوغابی، تعدادی از آزمون‌های اولیه برای شناسایی خواص فیزیکی بر روی آن‌ها انجام شده است، که نتایج حاصل در جدول ۱ ارائه شده است. مواد زائد بررسی‌شده از نظر دانه‌بندی در گروه خاک‌های ریزدانه‌ی غیرخمیری قرار دارند و در شکل ۲، منحنی دانه‌بندی مواد زائد براساس استاندارد ASTM D ۴۲۲-۶۳ مشاهده می‌شود.[۱۶ و ۲۰]

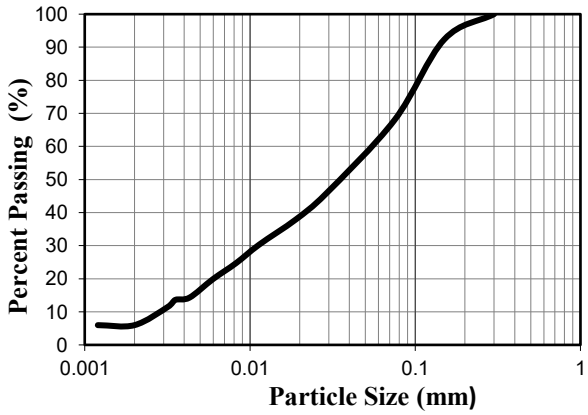


شکل ۱. (الف) موقعیت جغرافیایی معدن مس سونگون و محل پیت معدن، (ب) لوله‌ی خروجی مواد زائد به سد باطله.

[1] Yasufuka
[2] Aio
[3] Kuwana & Jardine
[4] Cho
[5] AL-Sharrad
[6] Witowski
[7] Belchatow

جدول ۱. خصوصیات خاک بررسی‌شده.

Characteristics	Results	Standard
Soil Type	ML	ASTM D 2487
Silt (%)	47-54	ASTM D 2487
Clay (%)	11-18	ASTM D 2487
Sand (%)	35	ASTM D 2487
liquid limit (LL)	25	ASTM D 4318
plastic limit (PL)	22	ASTM D 4318
Relative density (G_s)	2.74	ASTM D 792
minimum dry density (kN/m3)	12.6	ASTM D 4254
Maximum dry density (kN/m3)	16.29	ASTM D 4253



شکل ۲. منحنی دانه‌بندی مواد زائد سیلتی مطالعه‌شده.

همان‌طور که بیان شد، با توجه به عدم امکان اخذ نمونه‌های دست‌نخورده، کلیه‌ی نمونه‌های آزمایش‌شده در پژوهش حاضر، از نوع بازسازی‌شده هستند، که این امر خود همیشه به‌عنوان چالشی پیش‌روی پژوهشگران در یافتن مناسب‌ترین روش جهت بازسازی در محیط آزمایشگاهی این‌گونه مصالح بوده است.[۲۱-۲۳] روش ته‌نشست دوغابی (SD)[۸]، کوبش مرطوب (MT)[۹]، و رسوب‌دهی در آب (WP)[۱۰]، متداول‌ترین روش‌ها برای بازسازی نمونه‌های خاک هستند.

روش رسوب‌دهی در آب، دقت مناسبی در شبیه‌سازی رفتار سخت‌شوندگی کرنش ماسه‌هایی که به‌صورت هیدرولیکی نهشته شده‌اند از خود نشان داده است.[۲۱ و ۲۳] مطابق با پژوهش‌های پیشین، می‌توان بیان کرد که مقایسه‌ی روش رسوب‌دهی در آب و روش کوبش مرطوب در ماسه‌ی سیلتی نشان می‌دهد که دو روش آماده‌سازی اخیر در شبیه‌سازی رفتار برشی مصالح مذکور، تقریباً یکسان عمل می‌کنند. حال آنکه نمونه‌های ساخته‌شده با روش رسوب‌دهی در آب، نرم‌شوندگی کرنشی بیشتری نسبت به روش کوبش مرطوب از خود نشان داده‌اند.[۲۴] در همین راستا، هووگ[۱۱] و همکاران (۲۰۰۰)، به بررسی رفتار تنش- کرنش نمونه‌های دست‌نخورده‌ی اخذشده با روش تیوبی از مواد زائد ماسه‌ی سیلتی و نمونه‌های بازسازی‌شده با روش‌های کوبش مرطوب، رسوب‌دهی در آب، و ته‌نشست دوغابی که تخلخل یکسان با نمونه‌ی دست‌نخورده داشته‌اند، پرداخته و دریافته‌اند که نمونه‌های دست‌نخورده، مقاوم‌تر و رفتار اتساعی قوی‌تری نسبت به نمونه‌های بازسازی‌شده با هر سه روش ذکرشده دارند. با وجود این، رفتار تنش- کرنش نمونه‌های بازسازی‌شده با یکدیگر متفاوت است.[۲۳] همچنین چنگ[۱۲] و همکاران (۲۰۱۱)، از نمونه‌های دست‌نخورده‌ی بلوکی‌شکل مواد زائد سیلتی با برش (کُرگیری)، نمونه‌ی آزمایشگاهی دست‌نخورده تهیه کرده‌اند. همچنین نمونه‌های بازسازی‌شده از همان مواد با روش‌های کوبش مرطوب و ته‌نشست دوغابی که تخلخل یکسان با نمونه‌ی دست‌نخورده داشته‌اند، را ساخته و دریافته‌اند که هر یک از نمونه‌های بازسازی‌شده، خط حالت بحرانی متفاوتی با خط حالت بحرانی نمونه‌های دست‌نخورده از خود بروز داده‌اند.[۲۵] در مطالعه‌ای دیگر، ریید و فاننی[۱۳] (۲۰۲۲)، به بررسی رفتار مواد زائد سیلتی به وسیله‌ی انجام آزمون‌های سه‌محوری روی نمونه‌های دست‌نخورده‌ی تهیه‌شده با روش بلوکی و نمونه‌های بازسازی‌شده با روش کوبش مرطوب و ته‌نشست دوغابی پرداخته و نتیجه گرفته‌اند که نمونه‌های بازسازی‌شده به روش کوبش مرطوب، تقریباً خط حالت بحرانی یکسانی با نمونه‌های دست‌نخورده‌ی اخذشده با روش بلوکی داشته‌اند. رفتار حاصل از نمونه‌های ساخته‌شده با روش ته‌نشست دوغابی، متراکم‌تر از نمونه‌های دست‌نخورده بوده است. همچنین نمونه‌های مذکور در سُست‌ترین حالت، رفتار اتساعی از خود نشان داده‌اند، که با رفتار برجای مصالح همخوانی لازم را نداشته‌اند، همچنین نتایج نشان داده‌اند که روش کوبش مرطوب با وجود ارائه‌ی خط حالت بحرانی، قابل اعتمادتر ولی رفتاری تُردتر و انقباضی‌تر نسبت به نمونه‌های دست‌نخورده داشته‌اند.[۲۶] با توجه به نتایج حاصل از پژوهش‌های اخیر می‌توان بیان کرد هر کدام از روش‌های نمونه‌سازی کوبش مرطوب و ته‌نشست دوغابی مزایا و معایبی در شبیه‌سازی رفتار نمونه‌های دست‌نخورده‌ی مواد زائد سیلتی دارند و تاکنون روشی کارآمد که بتواند به‌خوبی تمام خواص رفتاری شرایط برجای (چگالی، بافت، و ریزلایه‌های موجود) مصالح زائد ذکرشده را با دقت شبیه‌سازی کند، ارائه نشده است.

در پژوهش حاضر، هدف شناسایی سطح تسلیم مواد زائد در عمق‌های سطحی بوده است، که در این وضعیت مصالح تقریباً در سُست‌ترین حالت خود هستند و با توجه به درصد ریزدانه‌ی بالای آن‌ها و ابعاد کوچک نمونه‌های آزمایشگاهی، ساخت نمونه به روش ته‌نشست دوغابی دشوار بوده است؛ لذا از روش کوبش مرطوب برای آماده‌سازی نمونه‌ها استفاده شده است. همچنین برای حذف تأثیر غیریکنواختی چگالی در ارتفاع نمونه از روش تراکم کاهشی استفاده شده است.[۲۷] به جهت اینکه نمونه در سطوح بالای کرنش، تغییرشکل‌های یکنواخت و فاقد تمرکز برش دارد، نمونه‌ها تا حد امکان، سُست ساخته شده‌اند و چگالی معادل با چگالی نسبی (D_r) ۳۰٪، که معادل با وزن مخصوص خشک ۱۳/۵ کیلونیوتن بر مترمکعب است، معرف شرایط تراکمی اولیه‌ی کلیه‌ی نمونه‌ها در نظر گرفته شده است. همچنین، مطابق پیشنهادهای ارائه‌شده در روش تراکم کاهشی، برای رسیدن به چگالی مذکور، به مواد زائد سیلتی حدود ۸٪ وزنی،

[8] Slurry Deposition
[9] Moist Tamping
[10] Water pluviation
[11] Høeg
[12] Chang
[13] Ried and Fanni

رطوبت افزوده شده است. همچنین، نمونه با ارتفاع ۷۲ میلی‌متر و قطر ۳۸ میلی‌متر در ۵ لایه، متراکم و بازسازی شده است.

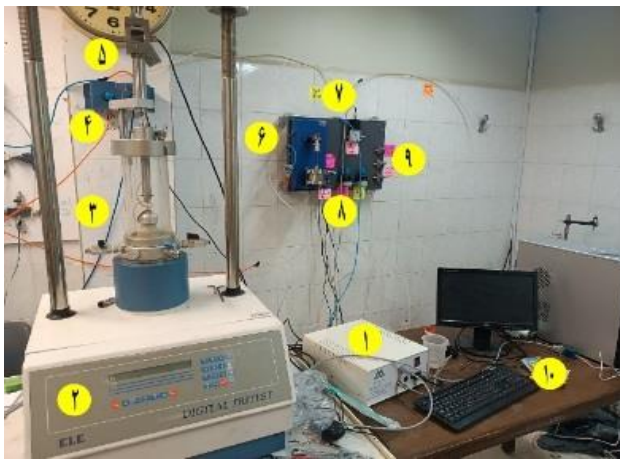
۲.۲. تجهیزات استفاده‌شده

در پژوهش حاضر، به‌منظور انجام آزمایش‌های سه‌محوری اشباع، مسیر تنش تحت شرایط تنش همسان از دستگاه سه‌محوری ارتقاءیافته با قابلیت بارگذاری به‌صورت کرنش و تنش کنترل استفاده شده است (شکل ۳)؛ که یک رگلاتور برقی (با قابلیت تنظیم فشار خودکار) و یک رگلاتور دستی دارد، که از کمپرسوری با ظرفیت اسمی ۱۰ بار تغذیه می‌شود. رگلاتور های اخیر به همراه دو دستگاه تبدیل فشار هوا به آب (بلادر)، وظیفه‌ی تأمین فشار همه‌جانبه و فشار برگشتی داخل نمونه را دارند. همچنین جهت اعمال تنش برشی اولیه، از جک برقی (با قابلیت تنظیم نیروی موردنیاز به کمک کدنویسی) استفاده شده است. مقادیر تغییر حجم نمونه، تغییرشکل قائم، و نیروی محوری در طی آزمایش توسط دو دستگاه اندازه‌گیری تغییر حجم اتوماتیک، حسگرهای نیرو، و تغییرمکان اندازه‌گیری شده‌اند. کلیه‌ی رگلاتور های برقی، جک برقی، و حسگرهای دستگاه به واحد قرائت، کنترل، و ثبت داده با قابلیت ثبت داده در هر ۳ ثانیه متصل بوده و بدین ترتیب قابلیت اعمال مسیرهای تنش مختلف و ثبت داده‌های خروجی به‌صورت تمام اتوماتیک فراهم آمده است. با وجود رگلاتور برقی با قابلیت تنظیم خودکار فشار همه‌جانبه و همچنین جک دارای قابلیت تنظیم خودکار تنش انحرافی، در ادامه با تعریف کدهای دستوری مسیر تنش برای دستگاه کنترل‌گر، فرایند بارگذاری بر نمونه به نحوی کنترل و اعمال شده است، که در حین هر آزمایش، مسیر تنش با نسبت تنش برشی اولیه تا رسیدن به نقطه‌ی تسلیم ادامه یابد. همچنین به‌علت اتصال کپ نمونه به میله‌ی بارگذاری، قابلیت کاهش بار قائم انحرافی نیز در دستگاه سه‌محوری ارتقاءیافته‌ی اخیر، وجود داشته و اعمال مسیرهای کششی میسر شده است.

۳.۲. متغیرها و پارامترهای موردنیاز

متغیرهای اصلی تنش در خاک مطابق روابط ۱ و ۲ تعریف می‌شوند:

$$p'_n = \left(\frac{\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3}{3}\right) - u_w \qquad (۱)$$



شکل ۳. تجهیزات استفاده‌شده، شامل: (۱) سیستم ثبت، کنترل، و قرائت داده، (۲) جک برقی جهت اعمال نیروی محوری، (۳) سلول کاشت نمونه، (۴) کرنش‌سنج محوری نمونه، (۵) نیروسنج، (۶) کرنش‌سنج حجمی، (۷) رگلاتور برقی، (۸) رگلاتورهای دستی، (۹) حسگرهای فشارسنج، و (۱۰) سیستم کامپیوتر مرکزی.

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \qquad (۲)$$

که در آن‌ها، σ_1، σ_2، و σ_3 تنش‌های اصلی، متغیرهای p'_n و q نیز به ترتیب معرف تنش خالص میانگین مؤثر و تنش تفاضلی هستند. در پژوهش حاضر، برای بیان نسبت تنش‌های اعمالی به نمونه در شرایط تنش ناهمسان، از متغیر نسبت تنش برشی (η) و همچنین شیب خط حالت بحرانی M_P و M_t، به ترتیب به ازاء آزمایش‌های سه‌محوری فشاری و کششی مطابق روابط ۳ الی ۵ استفاده شده است.

$$\eta = \frac{\Delta q}{\Delta p} \qquad (۳)$$

$$M_p = \frac{6\,\mathrm{Sin}\,\phi'}{3-\mathrm{Sin}\,\phi'} \qquad (۴)$$

$$M_t = \frac{6\,\mathrm{Sin}\,\phi'}{3+\mathrm{Sin}\,\phi'} \qquad (۵)$$

مقادیر انرژی ناشی از کار توسعه‌یافته (W) و طول بردار تنش (L) در حین فرایند بارگذاری، مطابق روابط ۶ و ۷ بیان می‌شوند:[۱۲]

$$W = \sum\left(\sigma'_1\,\delta\varepsilon_a + 2\sigma'_3\,\delta\varepsilon_r\right) \qquad (۶)$$

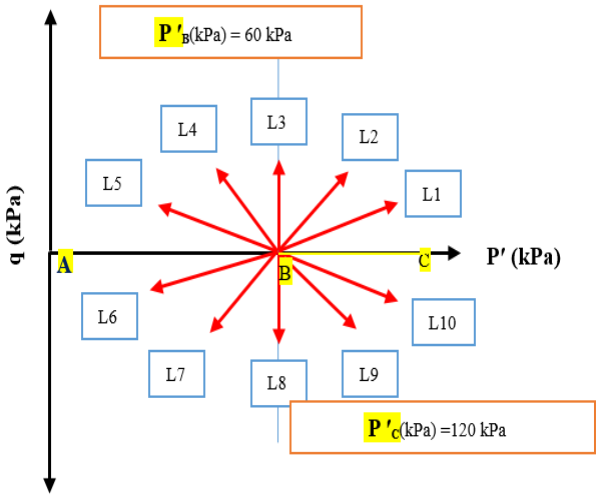
$$L = \left(\Delta\sigma'^{\,2}_1 + \Delta\sigma'^{\,2}_3\right)^{0.5} \qquad (۷)$$

که در آن‌ها، ε_a و ε_r به ترتیب کرنش محوری و شعاعی نمونه هستند.

۴.۲. فرایند انجام آزمایش‌های تنش و کرنش کنترل

در پژوهش حاضر، به‌منظور بررسی رفتار همسان اشباع نمونه‌های بازسازی‌شده از مواد زائد معدن مس سونگون، مجموعه‌ای از آزمایش‌های سه‌محوری اشباع در شرایط همسان تحکیم‌شده تحت مسیرهای بارگذاری کششی و فشاری متفاوت به‌صورت تنش کنترل انجام شده است.

پس از آماده‌سازی نمونه و نصب غشاء مناسب، نمونه در داخل محفظه‌ی سل دستگاه سه‌محوری قرار گرفته و با فشار بک ۵۰ کیلوپاسکال اشباع شده است. سپس نمونه با نرخ ۵ کیلوپاسکال بر ساعت تا تنش همه‌جانبه‌ی ۱۲۰ کیلوپاسکال به صورت همسان تحکیم شده است (A تا C در شکل ۴). در ادامه، با همین نرخ تا تنش همه‌جانبه‌ی ۶۰ کیلوپاسکال به‌صورت ایزوتروپیک،



شکل ۴. مسیر تنش اعمالی به نمونه‌ها.

جدول ۲. آزمایش‌های مسیر تنش.

Test ID	Type of probing test	η_0
1	L_1	0.5
2	L_2	1.5
3	L_3	Vertical path (upward)
4	L_4	-1.5
5	L_5	-0.5
6	L_6	0.5
7	L_7	1.5
8	L_8	Vertical path (downward)
9	L_9	-1.5
10	L_{10}	-0.5

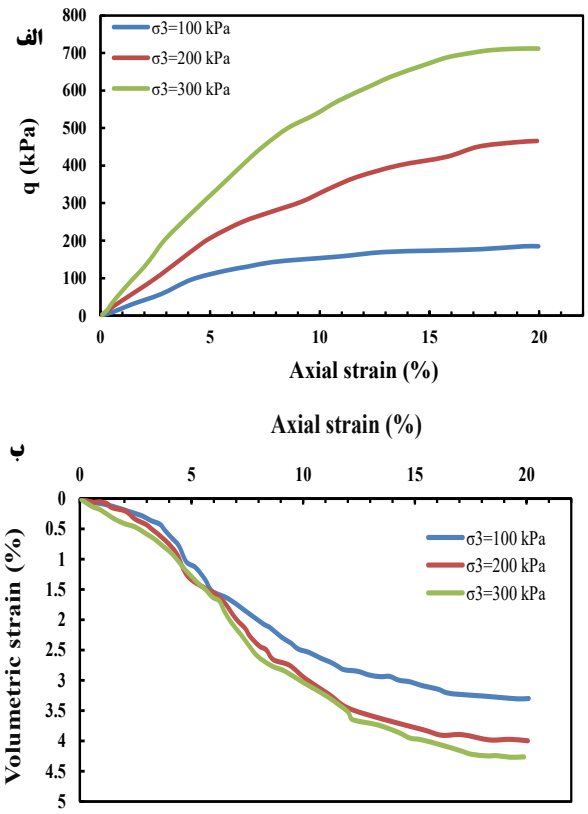
باربرداری انجام شده (C تا B در شکل ۴) و سپس در مسیرهای تنش‌های L_1 تا L_{10}، بارگذاری در مسیرهای فشاری یا کششی با نسبت تنش برشی اولیه‌ی ثابت (η) برای شناسایی سطح تسلیم با سرعت تغییرات تنشی ۵ (kPa/hr) ادامه یافته است. شایان ذکر است که با فرض ثابت‌بودن سطح مقطع، جدول ۲ ارائه شده است، که در ادامه‌ی آزمایش‌ها، با نتایج کرنش حجمی و کرنش محوری، مقدار (η) اصلاح شده است. همچنین باید بیان کرد تا رسیدن به نقطه‌ی تسلیم، فرض اولیه (η) با تقریبی مناسب نزدیک به (η) مفروض‌شده به‌دست آمده است، زیرا که تا رسیدن به نقطه‌ی تسلیم، نتایج کرنش‌های محوری و حجمی مقادیر کوچکی هستند؛ اما پس از رسیدن به نقطه‌ی تسلیم، مقادیر اصلاح‌شده جایگزین می‌شوند. همچنین باید توجه کرد که نرخ بارگذاری با توجه به توصیه‌های فنی معتبر درخصوص نرخ بارگذاری انحرافی،[۲۸ و ۲۹] به نحوی تنظیم شده است که بارگذاری در شرایط زهکشی‌شده قرار گیرد. مقادیر نسبت تنش برشی برای هر یک از مسیرهای نشان داده‌شده در شکل ۳ به‌صورت عددی در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

همچنین، علاوه‌بر آزمون‌های ذکرشده، جهت تعیین شیب خط بحرانی در حالت کششی (M_t) و فشاری (M_P)، سه آزمایش سه‌محوری زهکشی‌شده با کرنش کنترل در تنش‌های همه‌جانبه‌ی ۱۰۰، ۲۰۰، و ۳۰۰ کیلوپاسکال انجام شده است.

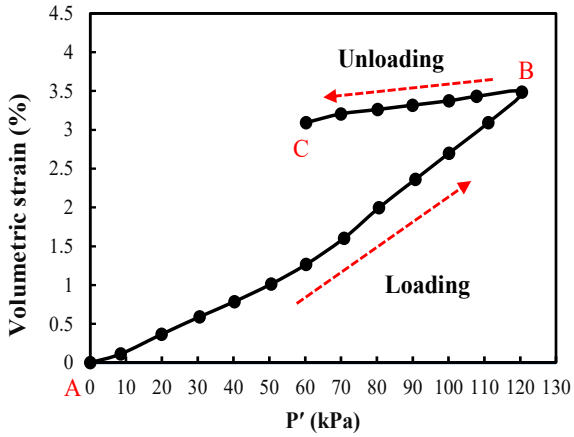
۳. نتایج و بحث

۱.۳. بحث و بررسی نتایج آزمایشگاهی

نمودارهای تنش انحرافی- کرنش محوری و کرنش حجمی- کرنش محوری برای آزمون‌های سه‌محوری زهکشی‌شده‌ی کنترل کرنش در شکل ۵ مشاهده می‌شوند. در تمامی آزمایش‌های صورت‌گرفته و نمودارهای ارائه‌شده (شامل کنترل تنش یا کنترل کرنش)، علامت مثبت کرنش‌های محوری و حجمی، به ترتیب کاهش ارتفاع و کاهش حجم نمونه در نظر گرفته شده‌اند. براساس نتایج حاصل، مقادیر زاویه‌ی اصطکاک و چسبندگی زهکشی‌شده‌ی مصالح به ترتیب مقادیر ۳۰/۳۷ درجه و ۲ کیلوپاسکال و همچنین مطابق روابط ۴ و ۵، شیب خط حالت بحرانی کششی(M_t) و فشاری(M_P) به ترتیب ۰/۸۵ و ۱/۲۱۶ بوده‌اند.



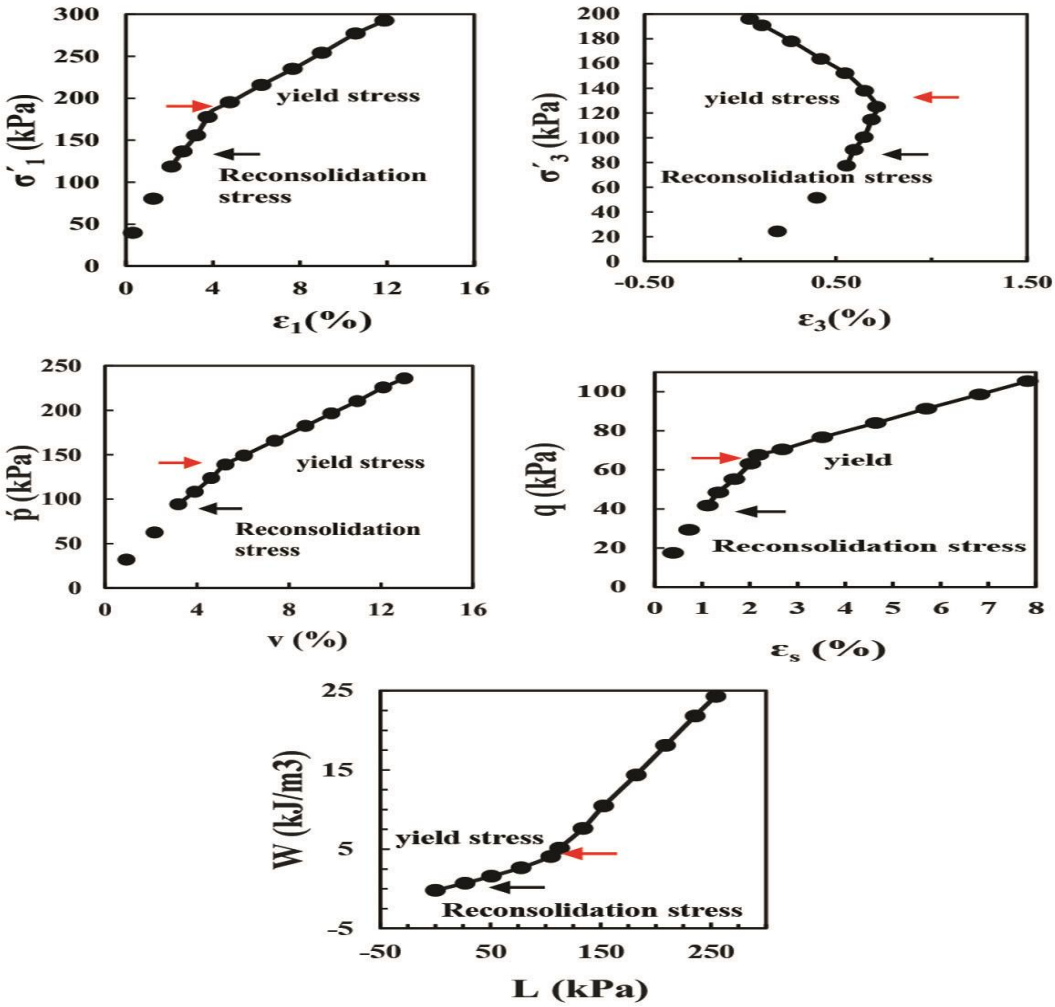
شکل ۵. نتایج سه محوری (کرنش کنترل) زهکشی‌شده: (الف) کرنش محوری بر حسب تنش تفاضلی، (ب) کرنش محوری بر حسب کرنش حجمی.



شکل ۶ . کرنش حجمی نمونه در حین فرایند باربرداری ـ بارگذاری.

همچنین، کرنش حجمی نمونه‌ی مواد زائد در حین فرایند بارگذاری- باربرداری در شکل ۶ مشاهده می‌شود.

گراهام و همکاران (۱۹۸۳)،[۱۲] با توجه به ایده‌ی برآورد تنش تسلیم با تشخیص بصری نقطه‌ی بیشینه‌ی انحنا بر روی منحنی تراکم و ایده‌ی تقاطع دو خط،[۱۲] در صفحه‌ی $v: Ln\sigma'$ در آزمون‌های ادئومتری و همچنین روش دوخطی گراهام و همکاران (۱۹۸۳)،[۱۲] در تشخیص تنش تسلیم برای مجموعه‌ی آزمایش‌های سه‌محوری بر روی رس با روش دوخطی، میزان تنش تسلیم را برای هر یک از نمودارهای شکل ۷ تعیین کرده و سپس میانگین تنش همه‌جانبه‌ی مؤثر ($\acute{p}$) نمودارهای مذکور را به‌عنوان تنش مؤثر میانگین نمونه‌های ماسه‌ی بیش تحکیم‌یافته در لحظه‌ی تسلیم در نظر گرفته‌اند.[۱۲ و ۳۰-۳۲]



شکل ۷. منحنی‌های حاصل از نتایج گراهام و همکاران (۱۹۸۳).[۱۲]

خطای ذهنی موجود در شناسایی تنش تسلیم به‌ویژه در بعضی مسیرها از معایب اصلی روش دوخطی است.[۱۳، ۳۲، و ۳۳] همین امر باعث شده است تا پژوهشگران دیگری سعی کنند روش‌های جایگزینی نظیر استفاده از سرعت موج برشی در حین بارگذاری را برای شناسایی سطح تسلیم بررسی کنند.[۱۵]

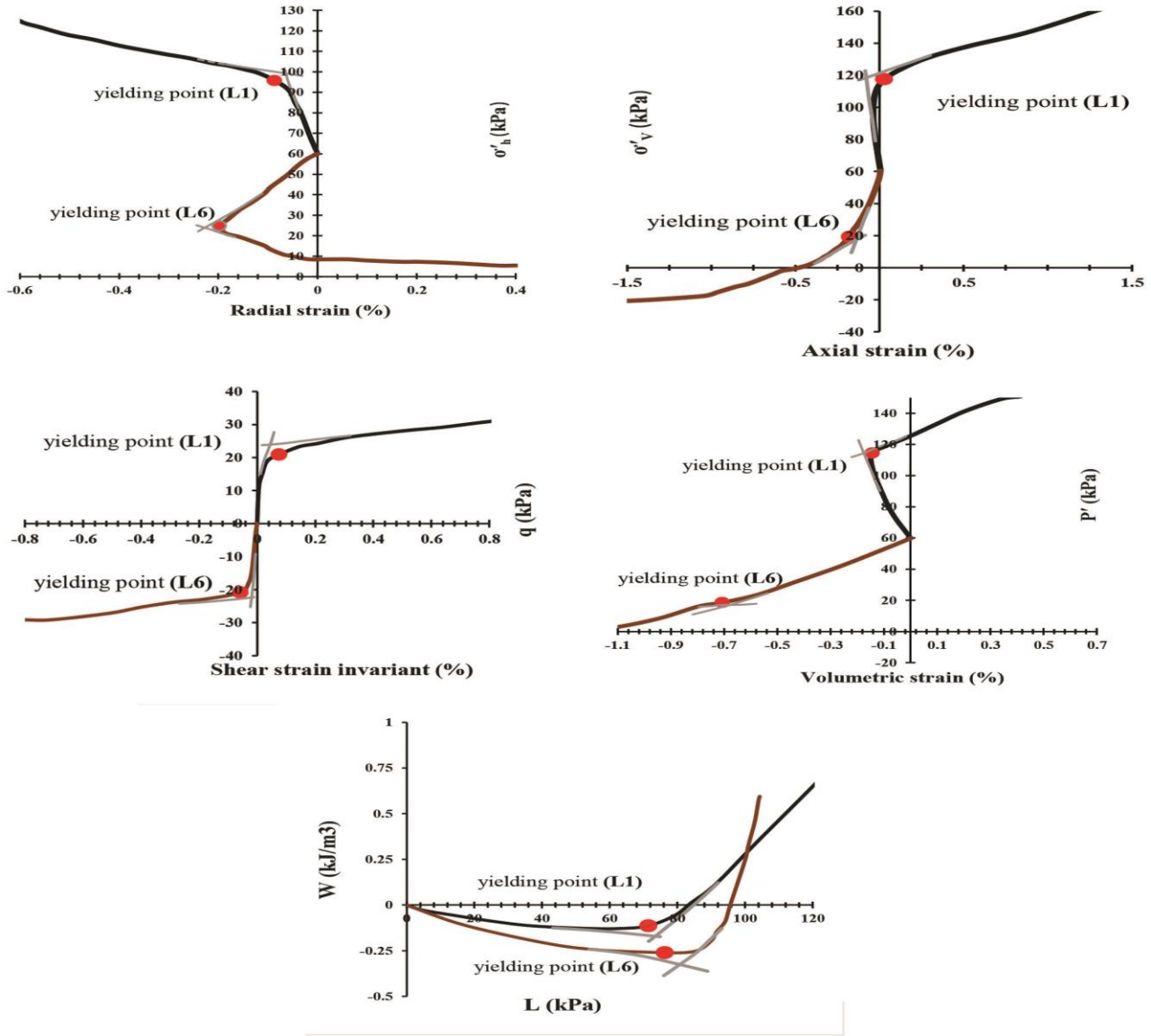
در پژوهش حاضر، برای مواد زائد مطالعه‌شده، نمودارهای σ_1، ε_1، σ_3، ε_3، p'، ε_v، q ، ε_s، و L:W در مسیرهای بارگذاری L_1 و L_6 در شکل ۸ مشاهده می‌شود. با کمک روش دوخطی، تنش مؤثر میانگین تسلیم در هر یک از نمودارهای شکل ۸ تعیین شده است، سپس برای تمامی مسیرهای دیگر نیز به همین شیوه مقادیر تنش مؤثر میانگین تسلیم در کلیه‌ی نمودارهای مذکور تعیین شده است. این تذکر لازم است که در نمودارهای شکل ۸، متوسط تنش مؤثر میانگین در هر مسیر به‌عنوان تنش مؤثر میانگین نمونه در لحظه‌ی تسلیم در نظر گرفته شده است. مقدار تنش تفاضلی متناظر با تنش مؤثر میانگین مذکور، از داده‌های آزمایشگاهی استخراج شده است. حال با داشتن زوج مقادیر حاصل در هر مسیر تنش، موقعیت سطح تسلیم در فضای p' - q تعیین می‌شود.

در شکل ۹، تغییرات کار توسعه‌یافته در مقابل طول بردار تنش (مطابق روابط ۶ و ۷) و موقعیت نقطه‌ی تسلیم در هر یک از مسیرها مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، مقادیر کار توسعه‌یافته برای همه‌ی مسیرها به جز L_1 نقاط تسلیم در حدود $0/25\ Kj/m^3$ بوده است، که این محدوده‌ی انرژی برای بیشتر مسیرها می‌تواند به‌عنوان شاخصی در جهت شناسایی مناسب‌تر سطح تسلیم مدنظر قرار گیرد.

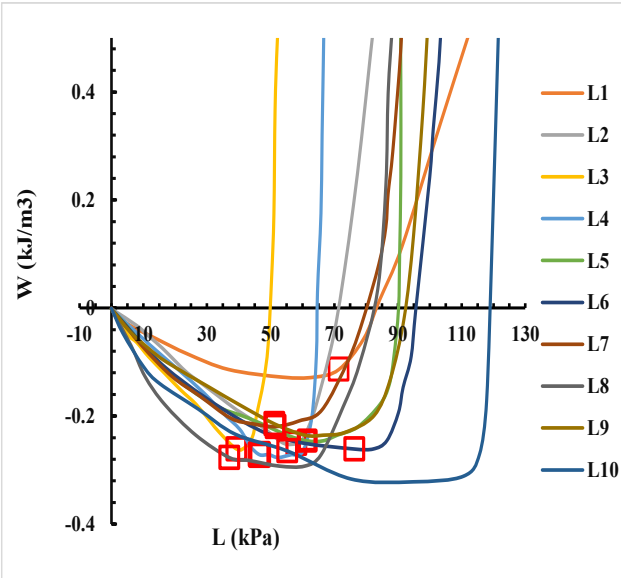
یکی از نکته‌های قابل‌تأمل برای مواد زائد آزمایش‌شده این است که در نمودار شکل ۹ انتظار می‌رود با ادامه‌ی بارگذاری بعد از نقطه‌ی تسلیم، با افزایش سرعت توسعه‌ی کرنش‌های خمیری، تغییرات غیرخطی نمودارها مشاهده شود؛ اما مطابق نتایج ملاحظه می‌شود که تا مدتی بعد از نقطه‌ی تسلیم، همچنان نمودار حالت خطی خود را حفظ کرده است. چنین رفتاری در مطالعات یوسوفوکا[۱۴] و همکاران (۱۹۹۱)، که شامل مجموعه آزمایش‌های مسیر تنش بر روی نمونه‌های رس طبیعی بوده است، مشاهده شده است، که نویسندگان چنین پدیده‌ای را به سمنتاسیون مصالح رسی درجا نسبت داده‌اند.[۱۳] درخصوص مواد زائد نیز با توجه به ترکیب‌های شیمیایی و مواد مصرفی موجود در فرایند فراوری، ممکن است پدیده‌ای مشابه سمنتاسیون البته با سرعت فرایندی سریع‌تر به وقوع بپیوندد، ولی اظهارنظر قطعی در این خصوص نیازمند مطالعات بیشتری است.

در شکل ۱۰، بردار جریان خمیری در محل نقطه‌ی تسلیم هر یک از مسیرها مشاهده می‌شود. یکی از نکات قابل توجه در نمودار مذکور، غیرعمودی‌بودن

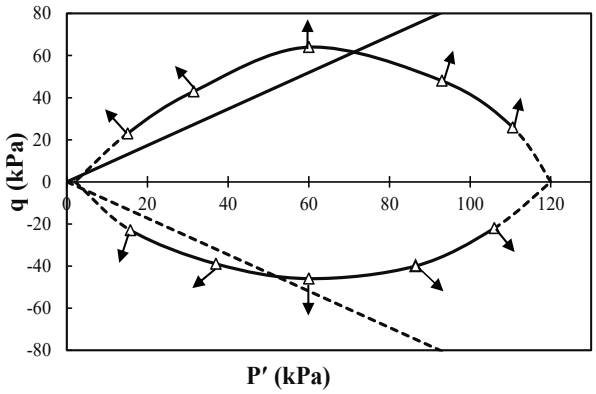
[14] Yasufuka



شکل ۸. منحنی‌های حاصل از نتایج مسیرهای L_1 و L_6 .



شکل ۹. تغییرات کار توسعه‌یافته در مقابل طول بردار تنش و موقعیت نقطه‌ی تسلیم.



شکل ۱۰. بردار یکه‌ی جریان خمیری در محل نقطه‌ی تسلیم هر یک از مسیرها.

بردارهای مذکور بر سطح تسلیم است. هر چند قضاوت قطعی درخصوص وابسته یا غیروابسته‌بودن قانون جریان، نیازمند آزمون‌های بیشتر با تنش‌های بیش‌تحکیمی متعددی است، اما نتایج آزمون‌های انجام‌شده نشان می‌دهد قانون جریان برای این شرایط بارگذاری غیروابسته است.

۲.۳. مقایسه‌ی سطح تسلیم حاصل از نتایج آزمایشگاهی با سطح تسلیم حاصل از مدل‌های رفتاری موجود

همان‌طور که پیشتر بیان شده است، هدف اصلی از شناسایی سطوح تسلیم مصالح، درنهایت، تعیین مدل رفتاری مناسب است. استخراج معادله‌ی سطح تسلیمی که بتواند بخوبی رفتار مواد زائد معدنی را شبیه‌سازی کند، نیازمند آزمون‌های مختلف با تنش‌های بیش‌تحکیمی متفاوت است. با وجود این، در پژوهش حاضر به جهت ارائه‌ی طرحی اولیه، سطح تسلیم آزمایشگاهی حاصل با سطح تسلیم یک مدل رفتاری در شرایط تنشی مشابه مقایسه شده است.

اِمرُز[15] و همکاران (۲۰۰۳)، فرمول‌بندی سه‌بُعدی از یک مدل رفتاری با قانون جریان غیروابسته را برای مصالح دانه‌ای شُل و اشباع تحت بارگذاری مونوتونیک ارائه داده و آن را برای شبیه‌سازی پدیده‌ی روانگرایی استاتیکی در مصالح ذکرشده پیشنهاد کرده‌اند.[۳۴]

رابطه‌ی منحنی تسلیم مدل مذکور در شرایط بارگذاری سه محوری فشاری و در شرایط بارگذاری سه‌محوری کششی به‌ترتیب به صورت روابط ۸ و ۹ بیان می‌شود:

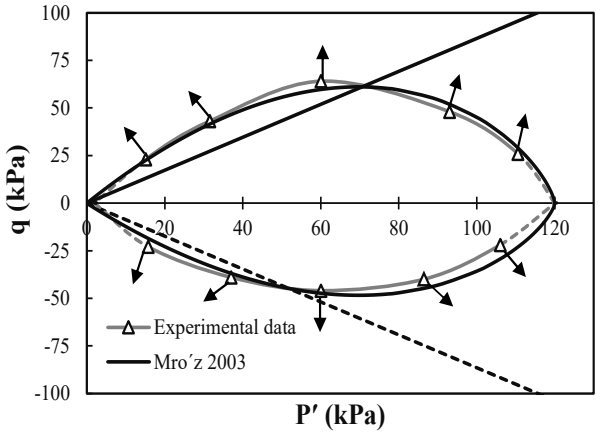
$$F = q^2 - L^2 p'^2 \left[\frac{1+s}{s} \left(1 - \frac{p'}{p'_F} \right) \right]^{2s} = 0 \qquad (۸)$$

$$F = q^2 - \left(\frac{3L}{3+tM} \right)^2 p'^2 \left[\frac{1+s}{s} \left(1 - \frac{p'}{p'_F} \right) \right]^{2s} = 0 \qquad (۹)$$

که در آن‌ها، M شیب خط حالت بحرانی در شرایط بارگذاری سه‌محوری فشاری در فضای $q: p'$ ، L معادل با نسبت q به p' در بالاترین نقطه‌ی منحنی تسلیم، و s ثابتی بدون بُعد بین ۰ و ۱ است، که تحدب و تقعر منحنی تسلیم را کنترل می‌کند. همچنین t ثابت مصالح است و باید با این شرط که t*M کوچک‌تر یا مساوی ۳ باشد، تعیین شود. P'_F محل تقاطع منحنی تسلیم با محور p' است. این کمیت، بزرگی منحنی تسلیم را نشان می‌دهد و معادل با همان بیشینه‌ی تنش میانگین ایزوتروپیکی است، که نمونه‌ی تحت آن تنش میانگین ایزوتروپیک تحکیم شده است. باید توجه کرد که قانون جریان این مدل از نوع غیروابسته است.

پارامتر M یا شیب خط حالت بحرانی در شرایط بارگذاری محوری فشاری با کمک رابطه‌ی ۴ از نتایج آزمون‌های سه‌محوری کنترل کرنش معادل با ۱/۲۱۶ استخراج شده است. P'_F و p' معادل با ۱۲۰ کیلوپاسکال است. مقدار L برای سطح تسلیم حاصل، معادل با نسبت q به p' در نقطه‌ی تسلیم مسیر $L_۳$ معادل با ۱/۰۶۷ بوده و مقادیر s و t در شرایط بیشینه‌ی تطابق مدل رفتاری اِمرُز به ترتیب معادل با ۰/۷ و ۱/۲۵ به دست آمده است. در شکل ۱۱، مقایسه‌ی سطح تسلیم آزمایشگاهی با سطح تسلیم پیشنهادی مدل اِمرُز مشاهده می‌شود.

با توجه به شکل ۱۱، مقایسه‌ی سطح تسلیم پیشنهادی مدل رفتاری اِمرُز با سطح تسلیم آزمایشگاهی حکایت از دقت مناسب مدل اِمرُز در پیش‌بینی نقاط تسلیم مواد زائد معدنی موردمطالعه دارد. مواد زائد مطالعه‌شده، تراکم نسبی پایین، غیرخمیری، و ماسه‌ی حدود ۳۵٪ دارند و سطح تسلیم آزمایشگاهی آن‌ها نیز در شرایط تنشی آزمایش‌شده غیروابسته است. مدل رفتاری اِمرُز نیز یک مدل رفتاری با قانون جریان غیروابسته بوده است، که برای مصالح دانه‌ای،



شکل ۱۱. مقایسه‌ی سطح تسلیم آزمایشگاهی با سطح تسلیم پیشنهادی مدل اِمرُز.

اشباع، و با تراکم ضعیف پیشنهاد شده است، لذا انطباق مناسب بین سطح تسلیم آزمایشگاهی و سطح تسلیم مدل مذکور در شرایط بارگذاری اشاره‌شده معقول است. در مسیر تنش $L_۱$، بیشینه‌ی ۵٪ اختلاف بین مدل عددی و نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. البته قضاوت قطعی درخصوص دقت مدل برای پیش‌بینی سطح تسلیم مواد زائد معدنی سونگون نیازمند انجام مطالعات آزمایشگاهی مشابهی در سطوح تنش متفاوت و نسبت‌های بیش‌تحکیمی متعددی است. با این حال، با توجه به اینکه مدل رفتاری ذکرشده برای پیش‌بینی پدیده‌ی روانگرایی استاتیکی در مصالح دانه‌ای شُل ارائه شده است، در صورت اینکه مدل رفتاری ذکرشده‌ی غیروابسته قابلیت پیش‌بینی مناسبی از نتایج مطالعات آزمایشگاهی داشته باشد، آنگاه ارزیابی پدیده‌ی روانگرایی استاتیکی مواد زائد به‌عنوان یکی از مهم‌ترین پدیده‌های ناپایدارکننده در سد باطله‌ی سونگون با کمک مدل رفتاری اخیر میسر خواهد بود.

۴. نتیجه‌گیری

در مطالعه‌ی حاضر، آزمون‌های سه‌محوری مسیر تنش فشاری و کششی برای شناسایی سطح تسلیم مواد زائد معدنی اشباع خروجی از کارخانه‌ی فراوری معدن مس سونگون در شرایط تنش اولیه‌ی همسان و با نسبت بیش‌تحکیمی سبک (OCR=۲) انجام شده است. جهت حصول هدف اخیر، به کمک دستگاه سه‌محوری تمام اتوماتیک، آزمون‌های سه‌محوری زهکشی‌شده در شرایط تنش کنترل در مسیرهای شعاعی انجام و سپس با روش تقریب دو خط، تنش تسلیم در هر یک از مسیرها شناسایی و در ادامه، سطح تسلیم مصالح مذکور در فضای تنشی مؤثر $q:p'$ ترسیم شده است.

محاسبه‌ی کار توسعه‌یافته برای هر مسیر تنش نشان می‌دهد که در بیشتر مسیرها به جز $L_۱$ در انرژی کار حدود ۰/۲۵ کیلوژول بر مترمکعب، نمونه‌ها به شرایط تسلیم رسیده و ترسیم بردارهای جریان نشان داده است که سطح تسلیم حاصل، از قانون جریان غیروابسته تبعیت می‌کند.

مشاهده‌ی روند خطی تغییرات تغییرشکل مصالح آزمایش‌شده بعد از نقطه‌ی تسلیم، حکایت از نوعی سمانتاسیون سریع در مصالح مذکور دارد. با وجود مواد شیمیایی استفاده‌شده در فرایند فراوری و موجود در آب، رخداد چنین پدیده‌ای ممکن خواهد بود.

[15] Mroze

باید توجه کرد که سطح تسلیم مدل رفتاری اِمرُز، که قانون جریان غیروابسته دارد، با دقت مناسبی با سطح تسلیم آزمایشگاهی مواد زائد در شرایط تنشی مذکور تطابق دارد.

با توجه به قابلیت مدل رفتاری اِمرُز در پیش‌بینی پدیده‌ی روانگرایی استاتیکی مصالح دانه‌ای اشباع، درصورت مطالعه‌های آزمایشگاهی جهت راستی‌آزمایی دقت مدل رفتاری ذکرشده، امکان استفاده از آن در ارزیابی روانگرایی استاتیکی مواد زائد سد سونگون با دقت مناسبی وجود دارد.

"فهرست علائم"

علائم انگلیسی	چسبندگی، kPa	c
	چگالی ویژه‌ی خاک	G_s
	حد روانی (درصد)	LL
	تنش مؤثر میانگین (kPa)	$\acute{p}$
	نشان خمیری (درصد)	PI
	حد خمیری (درصد)	PL
	تنش خالص میانگین (kPa)	p_n
	تنش تفاضلی (kPa)	q
	درجه‌ی اشباع	S_r
	رطوبت اولیه (درصد)	w_i
	شیب خط حالت بحرانی در آزمایش‌های سه‌محوری فشاری	M_p
	شیب خط حالت بحرانی در آزمایش‌های سه‌محوری کششی	M_t
	طول بردار تنش	L
	تغییرات کار توسعه‌یافته	W
	نسبت تنش‌های اصلی	k
علائم یونانی	تنش های اصلی (kPa)	σ_1 σ_2 σ_3
	کرنش حجمی	ε_v
	کرنش محوری	ε_1
	کرنش جانبی	ε_3
	تنش همه‌جانبه‌ی خالص (kPa)	σ_{3n}
	زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک (درجه)	ϕ'
	نسبت تنش‌های برشی	η
	مقاومت برشی (kPa)	τ

References - منابع

1. Amezaga, J., Baresel, C., Destouni, G., Göbel, J., Gren, I.-M., Hannerz, F., Larsén, L., Loredo, J., Malmström, M. & Nuttall, C. 2004. Mining impacts on the fresh water environment: technical and managerial guidelines for catchment-focused remediation. *Mine water and the environment, 23*, 1-80.
2. Wieland, M. & Fan, B. H. The activities of the international commission on large dams (ICOLD) in the earthquake safety of large dams. Proceedings of the 13th world conference on earthquake engineering, 2004.
3. Bhanbhro, R., Auchar Zardari, M., Ahmed Memon, B., Ali Soomro, M., Edeskär, T. & Knutsson, S. 2021. Mechanical properties and particle breakage of uniform-sized tailings material. *Journal of Materials in Civil Engineering, 33*, 04020481. https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0003597
4. Essayad, K. & Aubertin, M. 2021. Consolidation of hard rock tailings under positive and negative pore-water pressures: testing procedures and experimental results. *Canadian Geotechnical Journal, 58*, 49-65. https://doi.org/10.1139/cgj-2019-0594
5. Ma, C., Li, R., Zhang, C., Guo, X. & Li, X. 2023. A study on compressibility and permeability of tailings with different particle sizes under high pressure. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment,* 82, 106. https://doi.org/10.1007/s10064-023-03117-3
6. Baradaran, M. S., Qazanfari, R. & Baradaran, S. 2023. Study of soil reinforcement in the east of Mashhad using glass granule. *Materials research express, 10*, 055202. https://doi.org/10.1088/2053-1591/acd5af/meta
7. Wagner, A. C., de Sousa Silva, J. P., de Azambuja Carvalho, J. V., Rissoli, A. L. C., Cacciari, P. P., Chaves, H. M., Scheuermann Filho, H. C. & Consoli,

N. C. 2023. Mechanical behavior of iron ore tailings under standard compression and extension triaxial stress paths. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 15*, 1883-1894.https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2022.11.013

8. Mmbando, E., Fourie, A. & Reid, D. 2023. Mechanics of an iron ore tailings exhibiting transitional behaviour. *Geotechnical and Geological Engineering, 41*, 2211-2220. https://doi.org/10.1007/s10706-023-02379-8

9. Carneiro, J. J. V., Faria, A. d. O. & Júnior, M. P. d. S. 2023. Calibration of Modified Cam-Clay Parameters for Red Mud Tailings: A Case Study.

10. Halliday, A., Vulpe, C., Fourie, A. & Arenas, A. Limitations of Classic Constitutive Soil Models and Their Suitability to Represent Tailings Behaviour. International Conference of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics, 2022. Springer, 102-109.

https://doi.org/10.1007/978-3-031-12851-6_13

11. Mánica, M. A., Arroyo, M., Gens, A. & Monforte, L. 2022. Application of a critical state model to the Merriespruit tailings dam failure. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering, 175*, 151-165. https://doi.org/10.1680/jgeen.21.00001

12. Graham, J., Noonan, M. & Lew, K. 1983. Yield states and stress–strain relationships in a natural plastic clay. *Canadian geotechnical journal, 20*, 502-516. https://doi.org/10.1139/t83-058

13. Yasufuku, N., Murata, H. & Hyodo, M. 1991. Yield characteristics of anisotropically consolidated sand under low and high stresses. *Soils and Foundations, 31*, 95-109. https://doi.org/10.3208/sandf1972.31.95

14. Kuwano, R. & Jardine, R. J. 2007. A triaxial investigation of kinematic yielding in sand. *Géotechnique, 57*, 563-579. https://doi.org/10.1680/geot.2007.57.7.563

15. Cho, W. & Finno, R. J. 2010. Stress-strain responses of block samples of compressible Chicago glacial clays. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 136*, 178-188. https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000186

16. Al-Sharrad, M., Gallipoli, D. & Wheeler, S. 2017. Experimental investigation of evolving anisotropy in unsaturated soils. *Géotechnique, 67*, 1033-1049. https://doi.org/10.1680/geot.1992.42.4.655

17. Witowski, M., Zabielska-Adamska, K. & Łukasik, S. 2023. Stress–strain responses of calcium fly ash. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 149*, 04023108. https://doi.org/10.1061/JGGEFK.GTENG-9968

18. Ahmadi, A. & Bazaz, J. B. 2023. A new analytical model to predict the effect of suction removal on vacuum preloading of fine copper tailings. *Engineering Geology, 322*, 107176.

19. Ahmadi, A. & Bazaz, J. B. 2024. A comprehensive study on the effects of initial water content, suction magnitude, and drainage zone size on self-weight consolidation and vacuum preloading of soft soils and slurried mine tailings. https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2023.107176

20. Baradaran, S., Rahimi, J., Ameri, M. & Maleki, A. 2024. Mechanical performance of asphalt mixture containing eco-friendly additive by recycling PET. *Case studies in construction materials, 20*, e02740. https://doi.org/10.1016/j.cscm.2023.e02740

21. Been, K., Jefferies, M. & Hachey, J. 1992. Discussion: The critical state of sands. *Géotechnique*, 42, 655-663. https://doi.org/10.1680/geot.1992.42.4.655

22. Daliri, F., Simms, P. & Sivathayalan, S. 2015. Discussion of "Stiffness and strength governing the static liquefaction of tailings" by F. Schnaid, J. Bedin, AJP Viana da Fonseca, and L. de Moura Costa Filho. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 141*, 07015023. https://doi.org/10.1061/(asce)gt.1943-5606.0001328

23. Høeg, K., Dyvik, R. & Sandbækken, G. 2000. Strength of undisturbed versus reconstituted silt and silty sand specimens. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering, 126*, 606-617. https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2000)126:7(606)

24. Murthy, T., Loukidis, D., Carraro, J., Prezzi, M. & Salgado, R. 2007. Undrained monotonic response of clean and silty sands. *Géotechnique, 57*, 273-288. https://doi.org/10.1680/geot.2007.57.3.273

25. Chang, N., Heymann, G. & Clayton, C. 2011. The effect of fabric on the behaviour of gold tailings. *Géotechnique, 61*, 187-197. https://doi.org/10.1680/geot.9.p.066

26. Reid, D. & Fanni, R. 2022. A comparison of intact and reconstituted samples of a silt tailings. *Géotechnique,* 72, 176-188. https://doi.org/10.1680/jgeot.20.P.020

27. Ladd, R. 1978. Preparing test specimens using undercompaction. *Geotechnical testing journal, 1*, 16-23.

28. Head, K. H. 1998. *Manual of soil laboratory testing. Volume 3: effective stress tests.. ed. 2.*

29. Lade, P. V. 2016. *Triaxial testing of soils*, John Wiley & Sons.

30. Butterfield, R. 1979. A natural compression law for soils (an advance on e–log p′). *Géotechnique, 29*, 469-480. https://doi.org/10.1680/geot.1979.29.4.469

31. Casagrande, A. The determination of the pre-consolidation load and its practical significance. Proc. 1st Int. Conf. Soil Mech., 1936. 3-60.

32. Graham, J., Pinkney, R., Lew, K. & Trainor, P. 1982. Curve-fitting and laboratory data. *Canadian Geotechnical Journal, 19*, 201-205. https://doi.org/10.1139/t82-023

33. Roscoe, K. H. & Burland, J. B. 1968. On the generalized stress-strain behaviour of wet clay.

34. Mróz, Z., Boukpeti, N. & Drescher, A. 2003. Constitutive model for static liquefaction. *International Journal of Geomechanics, 3*, 133-144. https://doi.org/10.1061/(ASCE)1532-3641(2003)3:2(133)