# ارزیابی حساسیت سیستم کنترل فعال سازه در شرایط میرایی بحرانی


حسین غفارزاده[1*]، علیرضا آران [2]

۱- استاد، دانشکدهٔ مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

۲- دانشجوی دکتری، دانشکدهٔ مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

پست الکترونیکی نویسندگان:

۱- **ghaffar@tabrizu.ac.ir**

۲- **a.aran@tabrizu.ac.ir**



**چکیده:**

حالت میرایی بحرانی در سازه، شرایطی است که در آن پاسخ‌های جابجایی و سرعت سازه به طور طبیعی به حداقل می‌رسند. برای تأمین شرایط میرایی بحرانی، یک سیستم کنترل فعال می‌تواند به‌عنوان تنظیم‌کننده نیروی کنترلی عمل کند تا سازه را در شرایط مناسب قرار دهد. شرایط میرایی بحرانی نسبت به تغییرات مشخصات سیستم حساس است؛ لذا هدف این مقاله ارزیابی عدم‌قطعیت‌ها و پاسخ‌های حاشیه‌ای سازه در شرایط میرایی بحرانی است. یک ساختمان برشی ۱۰ طبقه تحت ارتعاش زلزله‌های حوزه نزدیک، حوزه دور و ساختگی برای مدل‌سازی و بررسی عدم‌قطعیت‌های پارامتری، خطاهای سنسورها یا محرک‌ها و خرابی محرک‌ها در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده نشان دادند که کنترل‌کننده طراحی شده قابلیت تأمین نسبت میرایی ۱۰۰٪ برای تمامی مودهای ارتعاش را دارد و پاسخ جابه‌جایی طبقات سازه را ۶۵ تا ۸۰ درصد کاهش می‌دهد. در این شرایط، عدم‌قطعیت پارامتر جرم و میرایی به‌ترتیب بیشترین و کمترین حساسیت را برای پاسخ‌های سازه نتیجه دادند.



**واژگان کلیدی:**

کنترل فعال، شرایط میرایی بحرانی، نامعینی پارامتری، خطای سنسورها، خرابی محرک‌ها.




---


* حسین غفارزاده، استاد دانشکده مهندسی عمران- دانشگاه تبریز.

ایمیل: **ghaffar@tabrizu.ac.ir** (نویسنده مسئول مقاله)

# Sensitivity Evaluation of the Active Structural Control System in the Critically Damped Condition

**Hossein Ghaffarzadeh** [١], **Alireza Aran** [٢]

١- Professor, Faculty of Civil Engineering of Tabriz University, Tabriz, Iran

٢- PhD student., Faculty of Civil Engineering of Tabriz University, Tabriz, Iran.

**Abstract:**

In recent decades, the efficiency of various active control tools in improving the seismic performance of structures has been investigated. Active control systems are one of the structure control strategies that modify the dynamic characteristics of the structure to deal with the destructive effects of possible earthquakes and minimize the responses. The critical damping state for the structure is a condition in which the velocity and displacement of the structure are minimized. The active control system can establish this condition for the structure as a regulator. When the structure controlled by the active method is in the critical damping state, the feedback gain matrix depends only on the velocity. Therefore, the use of velocity sensors is sufficient. Since the critical damping condition is sensitive to changing the system characteristics, the purpose of this research is to investigate the uncertainties assuming the establishment of the critical damping state. A ten-story shear building with active tendons in all stories subjected to earthquake vibration is considered to model and investigate parameter uncertainties, sensor/actuator faults, and failure of actuators. The effect of mass, stiffness, and damping uncertainties is evaluated, the partial failure of various sensors/actuators is assessed and the importance of each actuators failure is illustrated. The results showed that the designed controller can provide a ١٠٠٪ damping ratio for all vibration modes. In other words, the poles of the system are placed on the left side and the real part. The results illustrate that the response of the controlled structure in the critically damped condition is more sensitive to mass uncertainty and less sensitive to damping. The investigation of the sensitivity of the controlled structure in the critically damped condition to sensor faults showed that increasing the nominal and marginal value of sensor faults leads to increasing in the displacement responses and control forces.

**Keywords:** Active Control, Critically Damped Condition, Parametric Uncertainty, Sensor Faults, Actuator Failure

## ۱ـ مقدمه و تاریخچه تحقیقات

کاهش اثرات ناشی از بلایای طبیعی مانند زلزله موضوع اصلی در طراحی سازه‌های مهندسی است. ساختمان‌ها در معرض ارتعاش شدید ناشی از نیروهای خارجی مانند نیروهای باد و زلزله قرار دارند. در سال‌های اخیر، کنترل سازه‌ها به‌عنوان یکی از روش‌های مؤثر جهت کاهش اثرات مخرب نیروهای خارجی و بهبود عملکرد سازه‌ها مورد توجه قرار گرفته است. کنترل سازه به این معنی است که عملکرد و قابلیت سرویس‌دهی یک سازه در محدوده مشخص کنترل شوند. کنترل‌سازه‌ها به چهار روش کلی کنترل غیرفعال، کنترل فعال، کنترل نیمه‌فعال و کنترل ترکیبی طبقه‌بندی می‌شوند. بطور خاص در این مقاله روش کنترل فعال مورد بررسی قرار می‌گیرد.

یک سیستم کنترل فعال از انرژی خارجی برای بهبود وضعیت سازه استفاده می‌کند. سازگاری این استراتژی کنترلی بالاست، بنابراین برای کنترل سازه‌ها بسیار موثر است. در سیستم‌های کنترل فعال، پاسخ‌های سازه‌ای توسط سنسورها اندازه‌گیری می‌شوند. اطلاعات دریافتی از سنسورها به کنترل کننده(ها) منتقل شده و نیروی کنترلی مورد نیاز محاسبه می‌شود تا توسط محرک‌ها به سیستم اعمال شود. از اوایل دهه ۱۹۷۰ که کنترل فعال سازه‌ها توسط Yao مفهوم‌سازی شد [۱]، الگوریتم‌های کنترلی بسیاری توسط محققین پیشنهاد شده است. به‌عنوان مثال می‌توان به الگوریتم کنترل تنظیم‌کننده درجه دوم خطی(LQR) [۲]، تنظیم‌کننده گوسین خطی(LQG) [۳]، کنترل بهینه خطی کلاسیک(CLOC) [۴]، کنترل مود لغزشی (SMC) [۵]، کنترل $H_\infty$ [۶] و دیگر روش‌های کنترلی [۷] اشاره کرد.

در الگوریتم‌های رایج کنترلی از مفاهیم ریاضی مانند معادله ریکاتی[۱]، رویکرد منطق فازی، تکنیک‌های بهینه‌سازی و سایر نظریه‌های ریاضی استفاده می‌شود. در این الگوریتم‌ها، به اصول بنیادی دینامیک سازه‌ها که رفتار دینامیکی سیستم مطابق آن مشخص می‌شود، توجه چندانی نشده است. برای پوشش این خلأ، الگوریتم‌های کنترلی جدیدی براساس شرایط میرایی بحرانی معرفی شدند. میرایی مشخصه‌ای از سیستم است که با تأثیر در یک سیستم نوسانی، موجب کاهش یا جلوگیری از نوسان سیستم می‌شود. سیستم‌ها از نظر میرایی به چهار دسته کلی سیستم‌های نامیرا[۲]، سیستم‌ها با میرایی تحت بحرانی[۳]، سیستم‌ها با میرایی بحرانی[۴] و سیستم‌ها با میرایی فوق بحرانی[۵] تقسیم‌بندی می‌شوند[۸]. در سیستم‌های نامیرا، سیستم بدون کاهش دامنه نوسانات به نوسان خود ادامه می‌دهد. در سیستم با میرایی تحت بحرانی، سیستم حول موقعیت تعادل خود نوسان کرده و مدام دامنه آن کاهش پیدا می‌کند. سیستم با میرایی بحرانی بدون نوسان در موقعیت تعادل خود قرار می‌گیرد. درواقع میرایی بحرانی حداقل مقدار میرایی است که در آن حرکت رفت و برگشتی رخ نمی‌دهد. سیستم با میرایی فوق بحرانی حالتی مشابه میرایی بحرانی دارد، با این تفاوت که نرخ رسیدن به نقطه تعادل آهسته‌تر است. با این توضیحات مشخص می‌شود که حالت میرایی بحرانی می‌تواند ایده‌آل‌ترین حالت برای سیستم باشد. افزودن نیروهای کنترلی به سیستم و اصلاح ماتریس میرایی و سختی می‌توانند منجر به انتقال سیستم از شرایط تحت بحرانی به شرایط بحرانی شوند.

در پژوهشی، فرایند جدیدی برای کنترل فعال براساس تئوری دینامیک سازه‌ها ارائه شد که مستقل از بارگذاری دینامیکی روی سازه‌ها بود [۹]. بر این اساس، نتایج کنترل سازه برای سازه تحت ارتعاش آزاد و ارتعاش اجباری نیروی هارمونیک یا انفجاری مناسب ارزیابی شد. در این پژوهش با رویکرد جدید کنترلی، نیروی کنترلی مورد نیاز برای بحرانی شدن مود اول سازه مجهز به یک محرک و یک سنسور محاسبه شد. همچنین محل بهینه نصب سنسور و محرک در سیستم دو و پنج درجه آزاد تعیین شد. برای دستیابی به

[۱] Riccati equation

[۲] Undamped

[۳] Under damped

[۴] Critically damped

[۵] Over damped

نتایج بهتر، در پژوهش دیگری از دو مود اول ارتعاشی برای فرمول‌بندی نیروی کنترلی سازه مجهز به یک محرک استفاده شد [۱۰]. پاسخ‌های سازه در این روش نسبت به روش قبلی کاهش و نیروی کنترلی مصرفی افزایش یافت. درنتیجه به‌منظور کاهش نیروی کنترلی مصرفی هر محرک، افزایش تعداد محرک‌ها پیشنهاد شد. در این روش پایداری سازه با نصب سنسور و محرک در طبقه مشابه تضمین شد. روش استفاده از شرایط میرایی بحرانی برای کنترل سازه، به سیستم چند محرک بجای یک محرک تعمیم یافت تا مودهای بیشتری از ارتعاش سازه در شرایط میرایی بحرانی قرار بگیرند [۱۱]. در روش‌های کنترل فعال بهینه، استفاده از حل معادلات ماتریسی غیرخطی ریکاتی جهت بدست آوردن نیروی کنترلی مرسوم است که در این روش‌ها، انتخاب ماتریس‌های وزنی جهت کمینه‌سازی شاخص عملکرد[1] یک چالش محسوب می‌شود و از اهمیت خاصی برخوردار است. در رویکرد جدید معرفی شده که براساس شرایط میرایی بحرانی می‌باشد، بدون نیاز به حل معادلات ماتریسی غیرخطی ریکاتی و انتخاب ماتریس‌های وزنی، ماتریس بهره پسخور بدست آمد [۱۲]. هنگامی‌که یک سیستم در شرایط میرایی بحرانی قرار دارد، پاسخ‌های جابه‌جایی و سرعت بطور طبیعی حداقل می‌شوند؛ بنابراین، محاسبه شاخص عملکرد فقط به عبارت مربوط به نیروی کنترلی بستگی دارد. با کمینه‌سازی شاخص عملکرد در این حالت، اثبات شد که برای حصول شرایط بهینه، بایستی صرفاً از پاسخ سرعت جهت محاسبه نیروی کنترلی استفاده شود. در این روش چندین مود ارتعاشی سازه می‌توانند در شرایط میرایی بحرانی قرار گیرند. زمانی‌که مود ارتعاشی سازه در شرایط میرایی بحرانی قرار می‌گیرد، قطب‌های سیستم فقط دارای بخش حقیقی هستند و روی محور حقیقی در سمت چپ صفحه مختصات مختلط قرار می‌گیرند [۱۳].

شرایط میرایی بحرانی که مرز بین شرایط تحت بحرانی و فوق بحرانی است، حساس به تغییر مشخصات سازه و سیستم کنترلی است؛ لذا در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌ها و پاسخ‌های حاشیه‌ای[2] در فرایند کنترل سازه مهم تلقی می‌شوند. عدم‌قطعیت‌ها در سیستم که نشأت گرفته از اختلاف بین سیستم واقعی و مدل ریاضی است، می‌توانند ناشی از منابع مختلفی باشند. نامعینی[3] پارامترهای جرم، سختی و میرایی که مشخصات آماری آن‌ها معلوم باشد، به نام نامعینی پارامتری یا ساختاریافته شناخته می‌شود. در واقع در این نوع نامعینی، برای مشخصات دینامیکی سیستم کران بالا و پایین فرض می‌شود [۱۴ و ۱۵]. گسیختگی سنسورها و محرک‌ها عدم‌قطعیت دیگری است که در سیستم‌های کنترل فعال وجود دارد. اطلاعات دریافتی از سنسورها، نیروی محاسبه شده توسط کنترل‌کننده و نیروی اعمال شده توسط محرک‌ها ممکن است دارای خطا باشند. این خطا که ناشی از گسیختگی جزئی سنسورها یا محرک‌ها است، عملکرد سیستم را تحت تأثیر قرار داده و کارایی سیستم را مختل می‌کند[۱۶]. علاوه‌بر عدم‌قطعیت‌های مذکور، خرابی محرک‌ها به‌دلیل نگهداری نادرست یا اعمال نیروی بیش از حد توان آن‌ها محتمل است [۱۷].

هدف اصلی این پژوهش، ارزیابی حساسیت شرایط میرایی بحرانی با در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌های موجود در سیستم کنترل فعال می‌باشد. فرمول‌بندی طراحی کنترل‌کننده با فرض قرارگیری تمامی مودهای ارتعاشی در شرایط میرایی بحرانی انجام شده و در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌های پارامتری، خطای سنسور یا محرک و خرابی محرک‌ها در فرمول‌بندی وارد می‌شوند. در الگوریتم بکار رفته نشان داده می‌شود که محل قرارگیری قطب‌های سیستم بهبود یافته و هدف الگوریتم کنترلی محقق می‌شود. جهت ارزیابی حساسیت شرایط میرایی بحرانی، یک قاب برشی ۱۰ طبقه مجهز به کابل‌های کششی فعال[4] در تمامی طبقات در نظر گرفته می‌شود و پاسخ‌های حاشیه‌ای سازه در حضور عدم‌قطعیت پارامترهای سیستم(جرم، سختی و میرایی) بدست می‌آیند. همچنین با طراحی کنترل‌کننده‌های مختلف در شرایط میرایی بحرانی با در نظر گرفتن

[1] Performance index

[2] Marginal responses

[3] Uncertainty

[4] Active tendons

میزان گسیختگی متفاوت سنسورها، تأثیر میانگین و بازه گسیختگی سنسورها مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

## ۲- روش انجام کار

در این قسمت، باتوجه به بهره‌گیری از سیستم کنترل فعال و سازه برشی، معادلات حرکت سیستم تنظیم می‌شوند. سپس فرمول‌بندی مسئله برای کنترل سازه در شرایط میرایی بحرانی انجام می‌شود. در نهایت، عدم‌قطعیت‌ها جهت بررسی حساسیت شرایط میرایی بحرانی به مسئله و معادلات سیستم اضافه می‌شوند.

### ۲-۱- معادله حرکت کنترل کابل‌های کششی فعال

معادله حرکت سازه n درجه آزاد مجهز به کابل‌های کششی فعال به‌صورت زیر است:

$$M\ddot{x}(t)+C\dot{x}(t)+Kx(t)=\gamma u(t)+\delta\ddot{x}_g(t) \qquad (۱)$$

که در آن M، C و K به‌ترتیب ماتریس‌های n×n جرم، سختی و میرایی می‌باشند. $\ddot{x}(t)$، $\dot{x}(t)$ و $x(t)$ به‌ترتیب بردارهای n×۱ شتاب، سرعت و جابه‌جایی می‌باشند. $u(t)$ بردار r×۱ و $\gamma$ ماتریس n×r که به‌ترتیب بیانگر مؤلفه افقی نیروی کنترلی کابل‌های کششی فعال تولید شده توسط محرک‌ها و ماتریس موقعیت کابل‌های کششی فعال هستند. n و r به‌ترتیب تعداد طبقات سازه و تعداد محرک‌ها را نشان می‌دهند (r≤n). $\delta$ بردار n×۱ است که ضریب نحوه اعمال تحریک وارده بر سازه را مشخص می‌کند. ماتریس موقعیت کابل‌های کششی فعال از حاصل‌ضرب $\bar{\gamma}$ و $\theta$ بدست می‌آید. ماتریس $\bar{\gamma}$ یک ماتریس ثابت برای سازه n طبقه است و $\theta$ ماتریس n×r می‌باشد که حضور یا عدم حضور کابل کششی *i*ام را مشخص می‌کند.

$$\gamma=\bar{\gamma}\theta \qquad (۲)$$

$$\bar{\gamma}=\begin{bmatrix} -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & -1 & 1 \\ & & & & -1 \end{bmatrix}_{n\times n} \qquad (۳)$$

### ۲-۲- رویکرد کنترل فعال سازه در شرایط میرایی بحرانی

شرایط میرایی تحت بحرانی می‌تواند با اعمال نیروی کنترلی و اصلاح ماتریس‌های سختی و میرایی به شرایط میرایی بحرانی تبدیل شود. با فرض فیدبک حالت، نیروی کنترلی سیستم از ترکیب پاسخ جابه‌جایی و سرعت مطابق معادله (۴) محاسبه می‌شود.

$$F_u(t)=\gamma u(t)=G_v\dot{x}(t)+G_d x(t) \qquad (۴)$$

$G_v$ و $G_d$ به‌ترتیب ماتریس‌های n×n بهره پسخور سرعت و جابه‌جایی هستند. $F_u(t)$ بردار n×۱ می‌باشد که نیروی کنترلی وارد به هر طبقه را معین می‌سازد. با جایگذاری معادله (۴) در معادله (۱)، معادله حرکت جدید به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$M\ddot{x}(t)+C\dot{x}(t)+Kx(t)=G_v\dot{x}(t)+G_d x(t)+\delta\ddot{x}_g(t) \qquad (۵)$$

با انتقال عبارات مرتبط با نیروی کنترلی از سمت راست به سمت چپ معادله (۵)، معادله (۶) به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M\ddot{x}(t)+(C-G_v)\dot{x}(t)+(K-G_d)x(t)=\delta\ddot{x}_g(t) \qquad (۶)$$

فُرم گسترده سمت چپ معادله (۶) می‌تواند به‌صورت زیر بازنویسی شود:

$$M\ddot{x}(t)+(C-G_v)\dot{x}(t)+(K-G_d)x(t) \equiv \left(E\frac{\partial}{\partial t}+P\right)\left(F\dot{x}(t)+Qx(t)\right) \qquad (۷)$$

با برابر قرار دادن ضرایب معادل در معادله (۷) و فرض $C_t=C-G_v$ و $K_t=K-G_d$، نتایج زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} EF &= M \\ PF + EQ &= C_t \\ PQ &= K_t \end{aligned} \tag{۸}$$

ماتریس‌های فرضی و کمکی E، F، P و Q متقارن و n×n هستند. با فرض $E = I_{n\times n}$، توسعه ماتریس‌های $C_t$ و $K_t$ و جایگذاری $g_v = -G_v M^{-1}$ و $g_d = -G_d M^{-1}$، نتایج زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} F &= M \\ PF + Q &= C + g_v M \\ PQ &= K + g_d M \end{aligned} \tag{۹}$$

با ضرب $M^{-1}$ در دو طرف معادلات فوق، معادلات جدید به‌صورت زیر نوشته می‌شوند.

$$\begin{aligned} \Lambda + g_v &= P + R \\ \Omega + g_d &= P.R \end{aligned} \tag{۱۰}$$

که در آن $R = QM^{-1}$، $\Lambda = CM^{-1}$ و $\Omega = KM^{-1}$ تعریف می‌شوند. در شرایط میرایی بحرانی ($\zeta = ۱$)، اثبات می‌شود که ماتریس P با ماتریس $R^T$ باید برابر باشد؛ لذا معادله (۱۰) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \Lambda + g_v &= P + P^T = 2P \\ \Omega + g_d &= P.P^T = P^2 \end{aligned} \tag{۱۱}$$

مطابق معادله (۱۱)، رابطه بین $g_v$ و $g_d$ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$g_v = 2SQR(\Omega + g_d) - \Lambda \tag{۱۲}$$

که در آن منظور از $SQR(\Omega + g_d)$ ریشه دوم ماتریس $[\Omega + g_d]$ می‌باشد و با استفاده از مقادیر ویژه و بردارهای ویژه بدست می‌آید.

در الگوریتم کنترل بهینه ریکاتی، نیروی کنترلی با کمینه کردن شاخص عملکرد بدست می‌آید. باتوجه به اینکه در شرایط میرایی بحرانی، جابه‌جایی و سرعت بطور خودکار کمینه می‌شوند، شاخص عملکرد و کمینه کردن آن صرفاً به تِرم نیروی کنترلی بستگی دارد. بنابراین شاخص عملکرد بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} F_u^T(t) Z F_u(t)\, dt \tag{۱۳}$$

Z ماتریس وزنی نیروی کنترلی سیستم می‌باشد. برای سیستم کنترلی کابل‌های کششی فعال، اگر این ماتریس یک ماتریس (r×r) و متقارن مثبت معین باشد، تمامی نیروهای کنترلی در رفتار سیستم نقش خواهند داشت. اما اگر این ماتریس نیمه مثبت معین باشد و برخی از مقادیر ویژه آن صفر باشند، بعضی از نیروهای کنترلی در رفتار سیستم بی‌تأثیر می‌شوند. با فرض تأثیر تمامی نیروهای کنترلی در رفتار سیستم، ماتریس Z همانی (r×r) فرض می‌شود. با جایگذاری ماتریس نیروی کنترلی مطابق معادله (۴) در معادله (۱۳)، معادله زیر برای شاخص عملکرد بدست می‌آید:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \begin{pmatrix} \dot{x}^T(t) G_v^T G_v \dot{x}(t) + \dot{x}^T(t) G_v^T G_d x(t) \\ + x^T(t) G_d^T G_v \dot{x}(t) + x^T(t) G_d^T G_d x(t) \end{pmatrix} dt \tag{۱۴}$$

با کمینه‌سازی شاخص عملکرد، ماتریس $G_d$ و $g_d$ صفر می‌شوند. پس معادله (۱۲) به‌صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$g_v = 2SQR(\Omega) - \Lambda \tag{۱۵}$$

در نهایت نیروی کنترلی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$F_u(t) = G_v \dot{x}(t) \tag{۱۶}$$

از منظر دینامیک سازه‌ها، سازه با معادله حرکت مطابق معادله (۱) زمانی پایدار است که نسبت میرایی تمامی مودهای ارتعاشی سازه مثبت باشند. اما زمانی‌که یکی از آن‌ها منفی شود، سازه ناپایدار خواهد شد. براساس نظریه کنترل بهینه خطی که برای سیستم‌های دینامیکی مرتبه اول توسعه یافته است، معادلات مرتبه دوم مشابه معادله (۱) می‌توانند به معادلات مرتبه اول در فضای حالت تبدیل شوند. ماتریس مشخصات سیستم در فضای

حالت($[A]$) که دینامیک سیستم حلقه باز را توصیف می‌کند، به‌صورت زیر است.

$$[A]=\begin{bmatrix}[0] & [I]\\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C]\end{bmatrix}_{2n\times 2n} \qquad (۱۷)$$

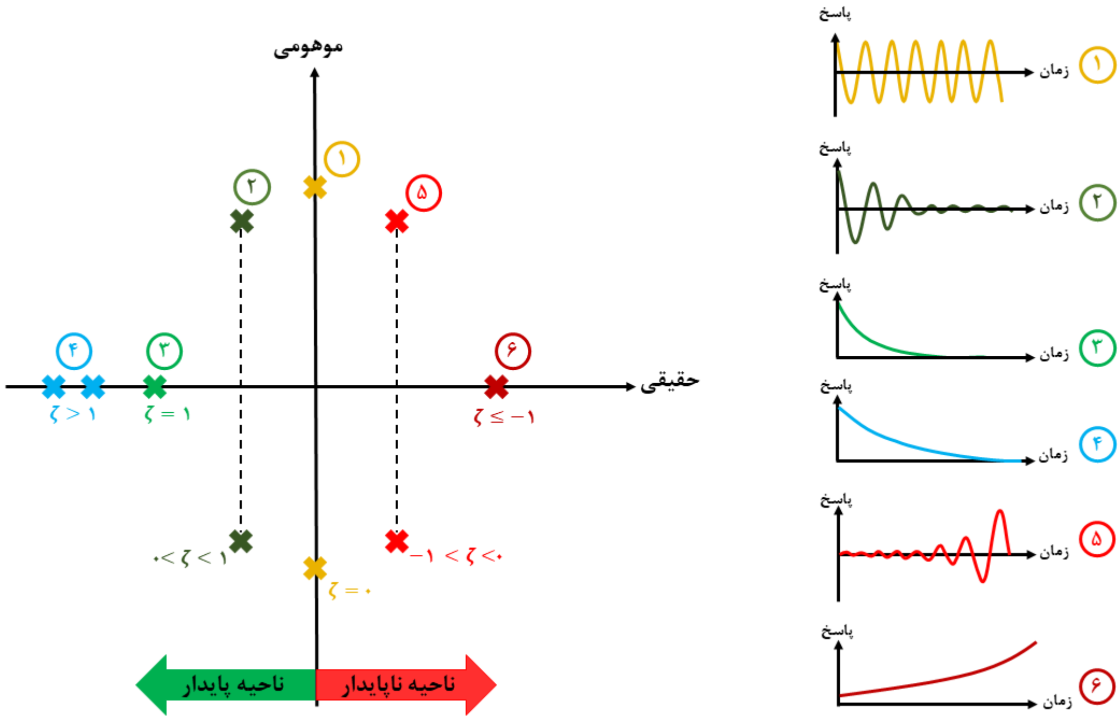
با اعمال نیروی کنترلی در سیستم کنترل فعال و تغییر شرایط میرایی تحت بحرانی به میرایی بحرانی، نسبت‌های میرایی سیستم تغییر می‌کنند. بنابراین، ماتریس مشخصات سیستم اصلاح شده($[A_c]$) و این بار دینامیک سیستم حلقه بسته توصیف می‌شود که در شرایط میرایی بحرانی به‌صورت زیر است:

$$[A_c]=\begin{bmatrix}[0] & [I]\\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}\left([C]+[G_v]\right)\end{bmatrix}_{2n\times 2n} \qquad (۱۸)$$

برای سازه‌های هوشمند که در فضای حالت تعریف می‌شوند، $i$امین مقدار ویژه ماتریس $[A]$ یا $[A_c]$ با زوج‌های مزدوج مختلط مطابق معادله (۱۹) بدست می‌آیند که در نظریه کنترل به‌عنوان قطب‌های سیستم شناخته می‌شوند. این مقادیر ویژه که با $\eta_i$ نمایش داده شده‌اند، با فرکانس ($\omega_i$) و نسبت‌های میرایی ($\zeta_i$) مودهای ارتعاشی ارتباط دارند.

$$\eta_i=\zeta_i\omega_i\pm\sqrt{1-\zeta_i^2}\,\omega_i j \quad ,\ j=\sqrt{-1} \qquad (۱۹)$$

همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است، محل قطب‌ها در یک صفحه مختلط وضعیت سیستم را تعیین می‌کنند. تمامی قطب‌های یک سیستم پایدار باید در سمت چپ صفحه مختلط واقع شوند. اگر حتی یکی از قطب‌های سیستم در سمت راست صفحه مختلط قرار گیرد، سیستم ناپایدار خواهد شد. زمانی که مودهای ارتعاش سازه در شرایط میرایی بحرانی یا فوق بحرانی باشند، قسمت موهومی قطب‌ها صفر شده و موقعیت قطب بر روی محور حقیقی و در سمت چپ صفحه مختلط خواهد بود. مطابق شکل (۱)، قرارگیری قطب‌های سیستم در موقعیت ۱ تا ۴ به‌ترتیب بیانگر سیستم نامیرا، سیستم با میرایی تحت بحرانی، سیستم با میرایی بحرانی و سیستم با میرایی فوق بحرانی می‌باشند. درصورتی‌که قطب‌هایی از سیستم در موقعیت‌های ۵ یا ۶ قرار گیرند، سیستم ناپایدار خواهد شد. هدف این پژوهش انتقال تمامی قطب‌های سیستم از موقعیت ۲ به موقعیت ۳ می‌باشد.




شکل ۱: محل قرارگیری قطب‌های سیستم و تأثیر بر پاسخ آن

## ۲-۳- بررسی عدم‌قطعیت‌ها در شرایط میرایی بحرانی

حضور عدم‌قطعیت‌ها در سیستم بخصوص سیستم‌های کنترلی اجتناب ناپذیر است. عدم‌قطعیت‌های موجود در سیستم به‌دلیل اختلافات مدل ریاضی از سیستم واقعی می‌باشند. اختلافات مدل از سیستم واقعی می‌توانند ناشی از ضعف در مدل‌سازی دینامیک سیستم یا خطا در اندازه‌گیری پارامترهای مدل باشند. اگر ساختار یک سیستم مشخص باشد اما برخی از پارامترهای آن دقیقاً مشخص نباشند ولی مشخصات آماری آن‌ها معلوم باشد، عدم‌قطعیت از نوع عدم‌قطعیت پارامتری[۱] خواهد بود. با فرض تغییرات پارامترهای نامعین در بازه $[a_{min}, a_{max}]$، نامعینی پارامتری به‌صورت زیر مدل می‌شود [۱۸].

$$
\begin{aligned}
a_p &= \bar{a}(1 + r_a \delta_p) \\
\bar{a} &= \frac{a_{max} + a_{min}}{2} \\
r_a &= \frac{a_{max} - a_{min}}{a_{max} + a_{min}}
\end{aligned}
\qquad (۲۰)
$$

در رابطه فوق، $\bar{a}$ مقدار اسمی پارامتر، $r_a$ حداکثر اختلاف بین مدل واقعی و مدل اسمی و $\delta_p$ مقدار حقیقی تصادفی کوچکتر از یک ($|\delta_p| \le 1$) می‌باشند. در معادله (۱)، پارامترهای جرم، سختی و میرایی نامعین می‌باشند و مشابه معادله (۲۰) مدل‌سازی می‌شوند.

خطای سنسورها یا محرک‌ها عدم‌قطعیت دیگری است که در سیستم‌های کنترلی وجود دارد. نیروی کنترلی مورد نیاز سیستم بدلیل خطای موجود در اطلاعات دریافتی از سنسورها یا نیروی اعمال شده توسط محرک‌ها، از مقدار واقعی انحراف دارد. خطای نیروهای کنترلی که ناشی از سنسورها یا محرک‌ها می‌باشند را می‌توان به‌صورت تجمعی به‌عنوان «خطای سنسور» در نظر گرفت.

---
۱ Parametric uncertainty

روش‌های طراحی کنترل‌کننده در برابر گسیختگی سنسورها با عنوان کنترل تحمل‌پذیر خطا(FTC)[1] شناخته می‌شود. این رویکرد به دو روش غیرفعال(PFTC)[2] و فعال(AFTC)[3] طبقه‌بندی می‌شود. در کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال که در این پژوهش مدنظر است، خطاها به‌صورت آنلاین تشخیص داده نشده و فقط تخمینی از خطاها در نظر گرفته می‌شوند[۱۹]. با فرض معین بودن گسیختگی میانگین سنسورها، خطای موجود در نیروهای کنترلی به‌صورت زیر در فرمول‌بندی مسئله وارد می‌شوند:

$$F_{up1}(t)=\gamma u(t)=\gamma k\begin{bmatrix}x(t)\\ \dot{x}(t)\end{bmatrix}=\gamma k_f\Psi\begin{bmatrix}x(t)\\ \dot{x}(t)\end{bmatrix}$$
$$k_f=\begin{bmatrix}K_d & K_v\end{bmatrix}$$
$$\Psi=\begin{bmatrix}\Psi_x & \Psi_{xv}\\ \Psi_{vx} & \Psi_v\end{bmatrix} \qquad (۲۱)$$

که در آن $\Psi_x$ و $\Psi_v$ به‌ترتیب ماتریس‌های n×n احتمال وجود خطا در سنسورهای جابه‌جایی و سرعت را نشان می‌دهند و $\Psi_{xv}$ و $\Psi_{vx}$ ماتریس‌های صفر n بعدی هستند. k و $k_f$ ماتریس‌های r×۲n هستند که به ترتیب بهره پسخور استاتیکی و ماتریس بهره کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خطای سنسور را مشخص می‌کنند. $F_{up1}$ بیانگر نیروهای کنترلی دارای خطا ناشی از سنسورها است. اگر خطاهای ممکن در سنسورهای هر طبقه با $\psi_i$ نشان داده شوند بطوری‌که i نشان‌دهنده شماره طبقه باشد، ماتریس‌های احتمال وجود خطای سنسور به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\Psi_x=\begin{bmatrix}\psi_{x1} & & & \\ & \psi_{x2} & & \\ & & \psi_{x3} & \\ & & & \ddots\end{bmatrix}$$
$$\Psi_v=\begin{bmatrix}\psi_{v1} & & & \\ & \psi_{v2} & & \\ & & \psi_{v3} & \\ & & & \ddots\end{bmatrix} \qquad (۲۲)$$

بطورکلی درایه‌های ماتریس $\Psi_x$ و $\Psi_v$ در محدوده $۰ \le \underline{\psi}_i \le \psi_i \le \overline{\psi}_i \le \infty$ قرار دارند. $\underline{\psi}_i$ و $\overline{\psi}_i$ به‌ترتیب حد پایین و بالای $\psi_i$ می‌باشند. اگر $\underline{\psi}_i=\overline{\psi}_i=1$ باشد، هیچ خطا یا گسیختگی جزئی در سنسورها وجود نخواهد داشت، اما اگر $\underline{\psi}_i=\overline{\psi}_i=0$ باشد، گسیختگی کامل سنسورها رخ می‌دهد. در گسیختگی جزئی سنسورها، ماتریس‌های $\Psi_x$ و $\Psi_v$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Psi_x=\Psi_{avg,x}(I+\phi_x)$$
$$\Psi_v=\Psi_{avg,v}(I+\phi_v) \qquad (۲۳)$$

که در آن $\Psi_{avg,x}$، $\Psi_{avg,v}$، $\Phi_x$ و $\Phi_v$ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\psi_{avg,xi}=\frac{\underline{\psi}_{xi}+\overline{\psi}_{xi}}{2}$$
$$\psi_{avg,vi}=\frac{\underline{\psi}_{vi}+\overline{\psi}_{vi}}{2} \qquad (۲۴)$$

$$\varphi_{xi}=\frac{\psi_{xi}-\psi_{avg,xi}}{\psi_{avg,xi}}$$
$$\varphi_{vi}=\frac{\psi_{vi}-\psi_{avg,vi}}{\psi_{avg,vi}} \qquad (۲۵)$$

[1] Fault tolerant control
[2] Passive fault tolerant control
[3] Active fault tolerant control

$$\phi_x = \begin{bmatrix} \varphi_{x1} & & & \\ & \varphi_{x2} & & \\ & & \varphi_{x3} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$\phi_v = \begin{bmatrix} \varphi_{v1} & & & \\ & \varphi_{v2} & & \\ & & \varphi_{v3} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \qquad (۲۶)$$

$$\Psi_{avg,x} = \begin{bmatrix} \Psi_{avg,x1} & & & \\ & \Psi_{avg,x2} & & \\ & & \Psi_{avg,x3} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$\Psi_{avg,v} = \begin{bmatrix} \Psi_{ang,v1} & & & \\ & \Psi_{avg,v2} & & \\ & & \Psi_{avg,v3} & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \qquad (۲۷)$$

یکی دیگر از عدم‌قطعیت‌هایی که ممکن است در سیستم رخ دهد، خرابی محرک‌ها است. خرابی محرک‌ها می‌تواند دلایل متعددی مانند عدم نگهداری مناسب یا اعمال نیروی بیش از ظرفیت مجاز باشد. تأثیر این نوع عدم‌قطعیت بطور مستقیم در معادله دینامیکی ظاهر خواهد شد. بنابراین، معادله دینامیکی با لحاظ عدم‌قطعیت‌ها به‌صورت زیر اصلاح می‌شود. در این معادله ماتریس‌های نامعین جرم، سختی و میرایی به‌ترتیب با $M_p$، $K_p$ و $C_p$ مشخص شده‌اند. همچنین $F_{up2}$ بیانگر نیروی کنترلی ابزارهای کنترل با فرض خطای سنسورها و خرابی محرک‌ها می‌باشد. باتوجه به اینکه در قسمت قبل نشان داده شد که در شرایط میرایی بحرانی ماتریس $G_d$ صفر بدست می‌آید، پس در محاسبه نیروی کنترلی $K_d$ صفر خواهد بود.

$$M_p\ddot{x}(t) + C_p\dot{x}(t) + K_p x(t) = F_{up2}(t) + \delta\ddot{x}_g(t) \qquad (۲۸)$$

$$F_{up2}(t) = \gamma L(t) K_v \Psi_v \dot{x}(t) \qquad (۲۹)$$

در معادله فوق، ماتریس $L(t)$ به کارکرد محرک‌ها بستگی دارد و یک ماتریس $r \times r$ است. اگر $i$امین محرک در زمان $t_f$ بطور کامل خراب شود، از آن لحظه به بعد $l_i(t) = 0$ خواهد بود.

$$L(t) = \begin{bmatrix} l_1(t) & & & \\ & l_2(t) & & \\ & & l_3(t) & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \qquad (۳۰)$$

با محاسبه ماتریس $G_v$ به کمک معادله (۱۵)، ماتریس $K_v$ و نیروی کنترلی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$K_v = L^{-1}(0)\gamma^{-1}G_v\Psi_v^{-1} \qquad (۳۱)$$

$$u(t) = L(t)K_v\Psi_v\dot{x}(t) \qquad (۳۲)$$

که در آن ماتریس $L(0)$ یک ماتریس همانی در طراحی کنترل‌کننده فرض می‌شود.

## ۳ ـ مثال عددی

به‌منظور بررسی حساسیت شرایط میرایی بحرانی، یک سازه ۱۰ طبقه مجهز به سیستم کنترلی کابل‌های کششی فعال در تمامی طبقات در نظر گرفته می‌شود. مشخصات جرم، سختی و میرایی تمامی طبقات یکسان فرض شده و در جدول ۱ ارائه شده‌اند. جهت ارتعاش سازه مجهز به سیستم کنترلی، از سه رکورد زلزله کوبه، السنترو و ساختگی استفاده شده است. مشخصات این سه زلزله در جدول ۲ تنظیم شده‌اند.

جدول ۱: مشخصات سازه برشی[۲۰]

| سازه برشی | طبقه | جرم (ton) | سختی (KN/m) | میرایی (KN.s/m) |
|---|---|---|---|---|
| **۱۰ طبقه** | ۱-۱۰ | ۳۴۵/۶ | ۳۴۰۴۰۰ | ۲۹۳۷ |

جدول ۲: مشخصات رکوردهای زلزله

| زلزله | سال | PGA (g) |
|---|---|---|
| کوبه | ۱۹۹۵ | ۰/۳۲۴ |
| السنترو | ۱۹۴۰ | ۰/۳۱۲ |
| ساختگی | - | ۰/۳۵۰ |

رکوردهای زلزله کوبه و السنترو به‌ترتیب نماینده زلزله حوزه نزدیک و دور انتخاب شده‌اند تا حساسیت سازه در شرایط میرایی بحرانی برای هر دو حالت ارزیابی شود. همچنین یک زلزله ساختگی[۱] که از فرایند تصادفی بدست می‌آید، در نظر گرفته شده است. مدل‌سازی حرکت زمین از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\ddot{X}_{ns} = e(t)\ddot{X}_s \qquad (۳۳)$$

که در آن $\ddot{X}_{ns}$، $\ddot{X}_s$ و e(t) به‌ترتیب فرایند تصادفی غیرثابت، فرایند تصادفی ثابت و تابع پوش غیرمنفی هستند. فرایند تصادفی ثابت فرایندی با میانگین صفر و چگالی طیف توان $S(\omega)$ می‌باشد. تابع چگالی طیف توان[۲] توصیف‌کننده محتوای فرکانسی زمین است و با میانگین‌گیری از توابع منفرد چگالی طیف توان، می‌توان به تابع چگالی طیف توان با خصوصیات هموار دست یافت. یکی از توابع چگالی طیف توان معروف، تابع چگالی طیف توان سه پارامتری ارائه شده توسط کانای و تاجیمی[۳] می‌باشد که از میانگین تعداد محدود رکورد حرکات زمین بدست آمده است. تابع چگالی طیف توان کانای-تاجیمی بصورت زیر می‌باشد.

$$S(\omega) = S_0 \frac{1+4\zeta_g^2\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2\right)^2 + 4\zeta_g^2\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} \qquad (۳۴)$$

پارامترهای $S_0$، $\zeta_g$ و $\omega_g$ به‌ترتیب شدت طیف حرکت زمین، نسبت میرایی و فرکانس غالب حرکت زمین هستند. با در نظر گرفتن پارامترهای مختلف تأثیر گذار در حرکت زمین، روش‌ها و مقادیر مختلفی برای محاسبه شدت طیف حرکت زمین پیشنهاد شده است. برای سازه‌های کنترل شده با استفاده از میز لرزان، مقایر زیر برای محاسبه $S_0$ پیشنهاد شده است[۱۳].

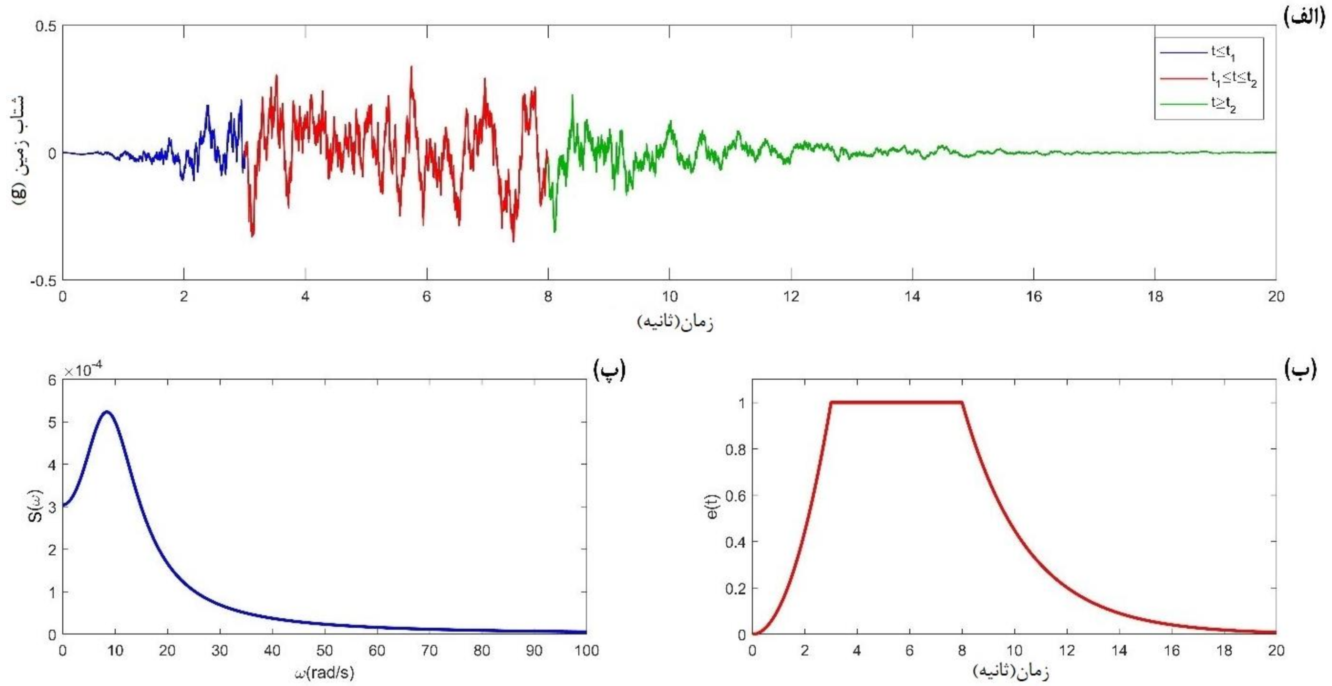
$$\begin{cases} S_0 = \dfrac{0.03\zeta_g}{\pi\omega_g(4\zeta_g^2+1)}\, g^2.s \\ 0.3 \le \zeta_g \le 0.75 \\ 20 \le \omega_g \le 120\, \mathrm{rad}/\mathrm{s} \end{cases} \qquad (۳۵)$$

مقادیر نسبت میرایی و فرکانس غالب حرکت زمین با فرض خاک نرم به‌ترتیب ۰/۶۵ و ۱۰/۵ rad/s در نظر گرفته می‌شوند[۲۱]. تابع پوش جهت مدل‌سازی حرکت زمین فرض می‌شود از ۳ بخش تشکیل شده است که بخش اول به‌صورت درجه دوم و صعودی، بخش دوم به‌صورت ثابت و بخش سوم به‌صورت نمایی و نزولی می‌باشد[۲۰]. زمان‌های $t_1$ و $t_2$ به‌صورت دلخواه و مناسب باید انتخاب شوند که در این پژوهش به‌ترتیب ۳ و ۸ ثانیه فرض شده‌اند. همچنین ضریب $c_g$ که بیانگر شدت کاهش میرایی است، برابر با ۰/۴ $\frac{1}{s}$ در نظر گرفته می‌شود. در شکل (۲)، تاریخچه زمانی شتاب زلزله ساختگی مقیاس شده به ۰/۳۵ g، تابع پوش و تابع چگالی طیف توان نشان داده شده است.

---
۱ Synthetic

۲ Power spectral density function

۳ Kanai and Tajimi




شکل ۲: مشخصات رکورد زلزله ساختگی (الف) تاریخچه زمانی شتاب زلزله (ب) تابع پوش e(t) پ) تابع چگالی طیف توان

با در نظر گرفتن الگوریتم کنترلی براساس شرایط میرایی بحرانی، کنترل‌کننده‌ای برای سیستم کنترلی بدون در نظر گرفتن عدم‌قطعیت‌ها طراحی می‌شود. بهبود پاسخ جابه‌جایی سازه کنترل‌شده نسبت به سازه کنترل‌نشده در جدول ۳ نشان داده شده است. در این جدول نسبت حداکثر جابه‌جایی کنترل‌شده به کنترل‌نشده هر طبقه بدست آمده است. علاوه‌بر آن، مقدار نیروی کنترلی اعمالی به هر طبقه محاسبه شده است. مشاهده می‌شود که پاسخ جابه‌جایی سیستم در شرایط کنترل‌شده بطور مناسبی کاهش پیدا کرده است.

روش کنترل فعال براساس شرایط میرایی بحرانی(CD) به‌عنوان یک روش سودمند و ساده در محاسبه نیروی کنترلی مورد نیاز سازه محسوب می‌شود. در این روش نیازی به انتخاب ماتریس‌های وزنی با هدف کمینه‌سازی شاخص عملکرد نیست. از طرفی بدون نیاز به حل معادلات ماتریسی غیرخطی ریکاتی، ماتریس بهره سیستم کنترلی محاسبه می‌شود.

در جدول ۴ مقایسه مقادیر ماکزیمم جابه‌جایی برای روش مذکور و روش کنترل فعال بهینه ریکاتی(ROAC)[۱] با فرض عدم حضور نامعینی‌ها نمایش داده شده است. ماتریس وزنی متغیر حالت (Q) و ماتریس وزنی نیروی کنترلی (R) برای سازه ۱۰ طبقه به‌صورت زیر انتخاب شده‌اند.

$$Q = \mathrm{I}_{۲n\times ۲n}$$
$$\mathrm{R} = ۱۰^{-۸} \times \mathrm{I}_{r\times r}$$

نتایج این جدول نشان می‌دهند که روش کنترل فعال براساس شرایط میرایی بحرانی کارایی مناسب در کنترل فعال سازه دارد و پاسخ‌های سازه را به‌طور مناسبی کاهش می‌دهد.

[۱] Ricatti Optimal Active Control

جدول ۳: نسبت پاسخ حداکثر جابه‌جایی کنترل شده به حداکثر جابه‌جایی کنترل‌نشده و حداکثر نیروی کنترلی برای سازه برشی ۱۰ طبقه

| طبقه | زلزله کوبه | | زلزله السنترو | | زلزله ساختگی | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | حداکثر جابه‌جایی کنترل‌شده / حداکثر جابه‌جایی کنترل‌نشده | حداکثر نیروی کنترلی (KN) | حداکثر جابه‌جایی کنترل‌شده / حداکثر جابه‌جایی کنترل‌نشده | حداکثر نیروی کنترلی (KN) | حداکثر جابه‌جایی کنترل‌شده / حداکثر جابه‌جایی کنترل‌نشده | حداکثر نیروی کنترلی (KN) |
| ۱ | ۰/۲۹۶۷ | ۵۲۹۸ | ۰/۲۸۸۰ | ۶۶۶۰ | ۰/۳۵۰۶ | ۶۴۴۱ |
| ۲ | ۰/۲۸۶۷ | ۴۹۶۹ | ۰/۲۶۹۲ | ۶۳۵۳ | ۰/۳۲۲۳ | ۶۰۸۷ |
| ۳ | ۰/۲۸۰۸ | ۴۴۲۶ | ۰/۲۵۴۷ | ۵۸۴۵ | ۰/۲۹۶۱ | ۵۵۸۱ |
| ۴ | ۰/۲۷۵۴ | ۳۸۰۸ | ۰/۲۴۴۵ | ۵۲۰۹ | ۰/۲۷۱۶ | ۴۹۹۷ |
| ۵ | ۰/۲۶۷۳ | ۳۱۹۳ | ۰/۲۳۸۵ | ۴۴۹۶ | ۰/۲۵۰۲ | ۴۳۶۹ |
| ۶ | ۰/۲۵۶۸ | ۲۵۹۲ | ۰/۲۳۵۴ | ۳۷۴۸ | ۰/۲۳۵۶ | ۳۶۹۹ |
| ۷ | ۰/۲۴۶۷ | ۲۰۲۲ | ۰/۲۳۳۳ | ۳۰۰۲ | ۰/۲۲۴۶ | ۲۹۹۴ |
| ۸ | ۰/۲۳۸۲ | ۱۴۸۹ | ۰/۲۳۰۴ | ۲۲۴۹ | ۰/۲۱۶۹ | ۲۲۶۴ |
| ۹ | ۰/۲۳۲۵ | ۹۸۰ | ۰/۲۲۷۴ | ۱۴۹۶ | ۰/۲۱۲۰ | ۱۵۱۷ |
| ۱۰ | ۰/۲۲۹۷ | ۴۸۶ | ۰/۲۲۵۵ | ۷۴۷ | ۰/۲۰۹۷ | ۷۶۱ |

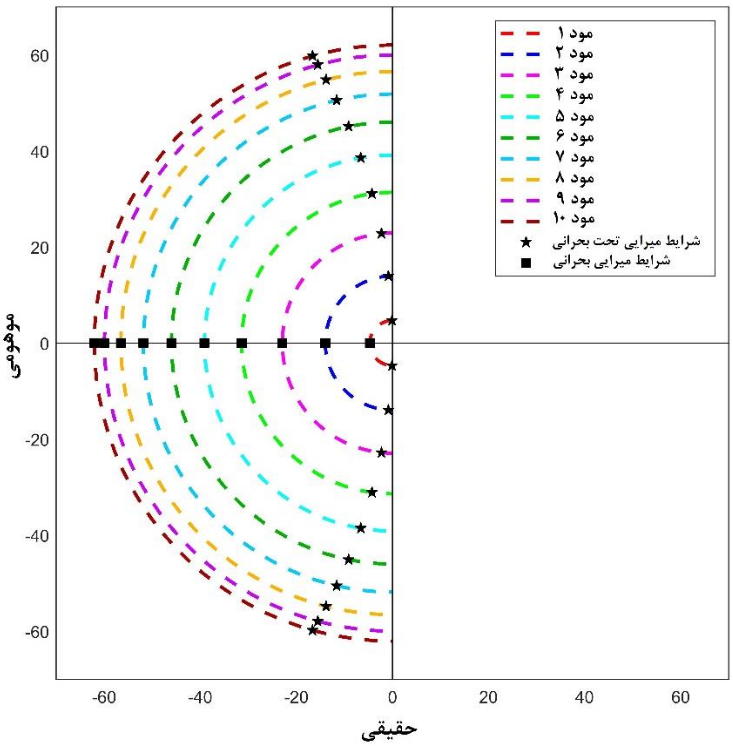
جدول ۴: مقایسه مقادیر بیشینه پاسخ جابه‌جایی(سانتی‌متر) طبقات سازه در روش CD و ROAC

| طبقه | روش CD | | | روش ROAC | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | زلزله کوبه | زلزله السنترو | زلزله ساختگی | زلزله کوبه | زلزله السنترو | زلزله ساختگی |
| ۱ | ۰/۶۱ | ۰/۶۶ | ۱/۷۲ | ۱/۰۱ | ۰/۹۱ | ۲/۶۳ |
| ۲ | ۱/۲۲ | ۱/۲۹ | ۳/۲۵ | ۱/۹۵ | ۱/۷۲ | ۵/۰۴ |
| ۳ | ۱/۷۳ | ۱/۷۶ | ۴/۵۹ | ۲/۸۲ | ۲/۴۶ | ۷/۲۲ |
| ۴ | ۲/۱۲ | ۲/۰۰ | ۵/۷۶ | ۳/۶۰ | ۳/۱۲ | ۹/۱۵ |
| ۵ | ۲/۴۷ | ۲/۴۱ | ۶/۷۴ | ۴/۲۹ | ۳/۷۱ | ۱۰/۸۲ |
| ۶ | ۲/۶۷ | ۲/۶۸ | ۷/۵۶ | ۴/۸۷ | ۴/۲۰ | ۱۲/۲۱ |
| ۷ | ۲/۹۹ | ۲/۸۹ | ۸/۲۱ | ۵/۳۴ | ۴/۶۱ | ۱۳/۳۳ |
| ۸ | ۳/۱۶ | ۳/۰۵ | ۸/۶۹ | ۵/۷۰ | ۴/۹۱ | ۱۴/۱۸ |
| ۹ | ۳/۲۰ | ۳/۱۵ | ۹/۰۱ | ۵/۹۴ | ۵/۱۲ | ۱۴/۷۴ |
| ۱۰ | ۳/۳۲ | ۳/۲۱ | ۹/۱۷ | ۶/۰۶ | ۵/۲۳ | ۱۵/۰۲ |

در جدول ۵ نسبت‌های میرایی و فرکانس‌های طبیعی سازه در مودهای ارتعاشی مختلف در شرایط میرایی تحت بحرانی و میرایی بحرانی مرتب شده‌اند. باتوجه به اینکه نیروی کنترلی اعمال شده فقط ماتریس میرایی را اصلاح می‌کند، پس فرکانس طبیعی سیستم بدون تغییر باقی می‌ماند و میرایی از شرایط تحت بحرانی به شرایط میرایی بحرانی تغییر می‌کند. وضعیت جایگیری قطب‌های سیستم حلقه بسته برای مودهای ارتعاشی مختلف سازه در شکل ۳ نمایش داده شده است. مطابق این شکل مشاهده می‌شود که الگوریتم کنترلی بکار رفته موفق شده است سازه را در تمامی مودهای ارتعاشی، در شرایط میرایی بحرانی قرار دهد.

جدول ۵: مشخصات مودهای ارتعاشی سازه در شرایط کنترل‌شده و کنترل‌نشده

| مود ارتعاشی سازه | فرکانس طبیعی (rad/s) | نسبت میرایی در شرایط میرایی تحت بحرانی (٪) | | نسبت میرایی در شرایط میرایی بحرانی (٪) |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۴/۶۹ | ۲/۰۲ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۲ | ۱۳/۹۷ | ۶/۰۳ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۳ | ۲۲/۹۳ | ۹/۸۹ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۴ | ۳۱/۳۸ | ۱۳/۵۴ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۵ | ۳۹/۱۳ | ۱۶/۸۸ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۶ | ۴۶/۰۱ | ۱۹/۸۵ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۷ | ۸۶/۹۷ | ۲۲/۳۷ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۸ | ۵۶/۵۵ | ۲۴/۴۰ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۹ | ۵۹/۹۸ | ۲۵/۸۸ | ← | ۱۰۰/۰۰ |
| ۱۰ | ۶۲/۰۷ | ۲۶/۷۸ | ← | ۱۰۰/۰۰ |



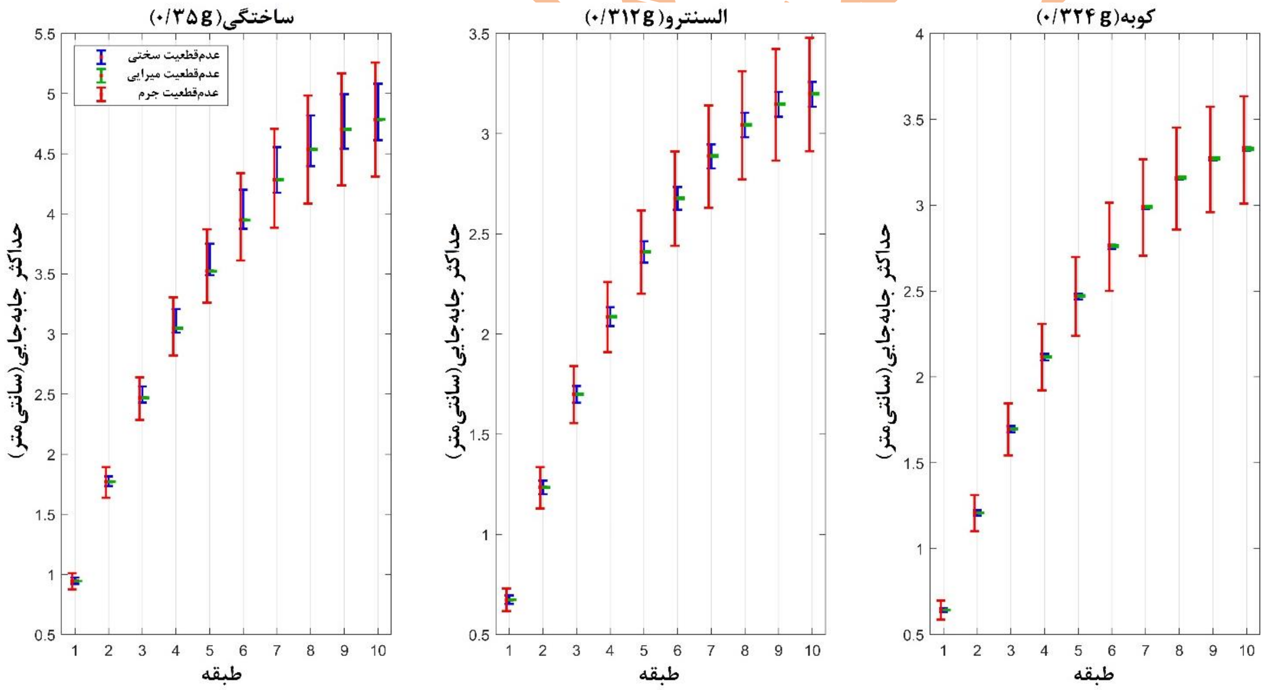

شکل ۳: تأثیر الگوریتم کنترلی بکار رفته بر جایگیری قطب‌های سیستم و تغییر شرایط میرایی تحت بحرانی به شرایط میرایی بحرانی

با اعمال ۱۰٪ انحراف از مقادیر میانگین پارامترهای جرم، سختی و میرایی به‌صورت ■Δ + ■، محدوده پاسخ جابه‌جایی حداکثر طبقات و پاسخ نیروی کنترلی حداکثر محرک‌ها مطابق شکل ۴ و ۵ برای زلزله‌های کوبه، السنترو و ساختگی بدست آمده

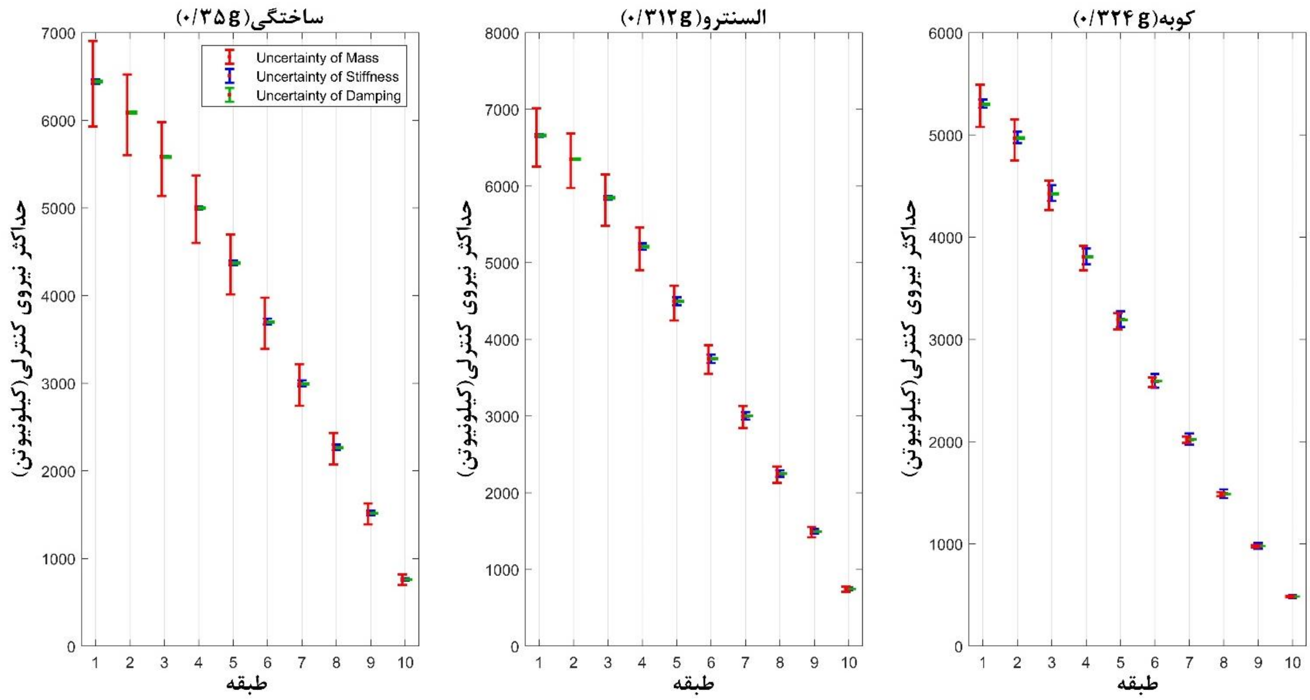
است. در این دو شکل به‌ترتیب محدوده پاسخ جابه‌جایی حداکثر طبقات سازه کنترل‌شده در شرایط میرایی بحرانی و نیروی کنترلی حداکثر محرک‌ها در حضور نامعینی پارامترها نشان داده شده است. مطابق شکل ۴، نامعینی پارامتر جرم بیشترین تأثیر و نامعینی پارامتر میرایی کمترین تأثیر را بر محدوده پاسخ جابه‌جایی حداکثر طبقات دارد. محدوده پاسخ بدست آمده برای جابه‌جایی طبقات فوقانی بیشتر از طبقات تحتانی است. درنتیجه بررسی پاسخ جابه‌جایی حداکثر بام به‌عنوان یک شاخص ارزیابی در پژوهش‌ها سودمند است.

مطابق شکل ۵، تأثیر نامعینی جرم در طبقات تحتانی بیشتر از نامعینی سایر پارامترهاست؛ اما در طبقات فوقانی، محدوده پاسخ حداکثر نیروی کنترلی محرک‌ها برای انواع نامعینی پارامترها تقریباً یکسان بدست آمده است و لزوماً نامعینی جرم بیشترین تأثیر را بر پاسخ ندارد. پاسخ بدست آمده برای نیروی کنترلی حداکثر در سازه مورد بررسی نشان می‌دهد که در طبقات تحتانی، نامعینی پارامترها تأثیر بیشتری در محدوده پاسخ‌های نیروی کنترلی دارند؛ لذا اهمیت محرک‌های طبقات تحتانی بیشتر از طبقات فوقانی است.

به‌عنوان یک نتیجه کلی، باتوجه به اینکه مشخصات میرایی مصالح و سازه به خوبی مشخصات سختی و جرم سازه معلوم نیست و نامعینی میرایی تأثیر کمتری در محدوده پاسخ‌های سازه دارد، می‌توان از تأثیر آن صرف‌نظر کرد.




شکل ۴: تأثیر عدم‌قطعیت جرم، سختی و میرایی بر پاسخ جابه‌جایی سازه برشی ۱۰ طبقه




شکل ۵: تأثیر عدم‌قطعیت جرم، سختی و میرایی بر پاسخ نیروی کنترلی سازه برشی ۱۰ طبقه

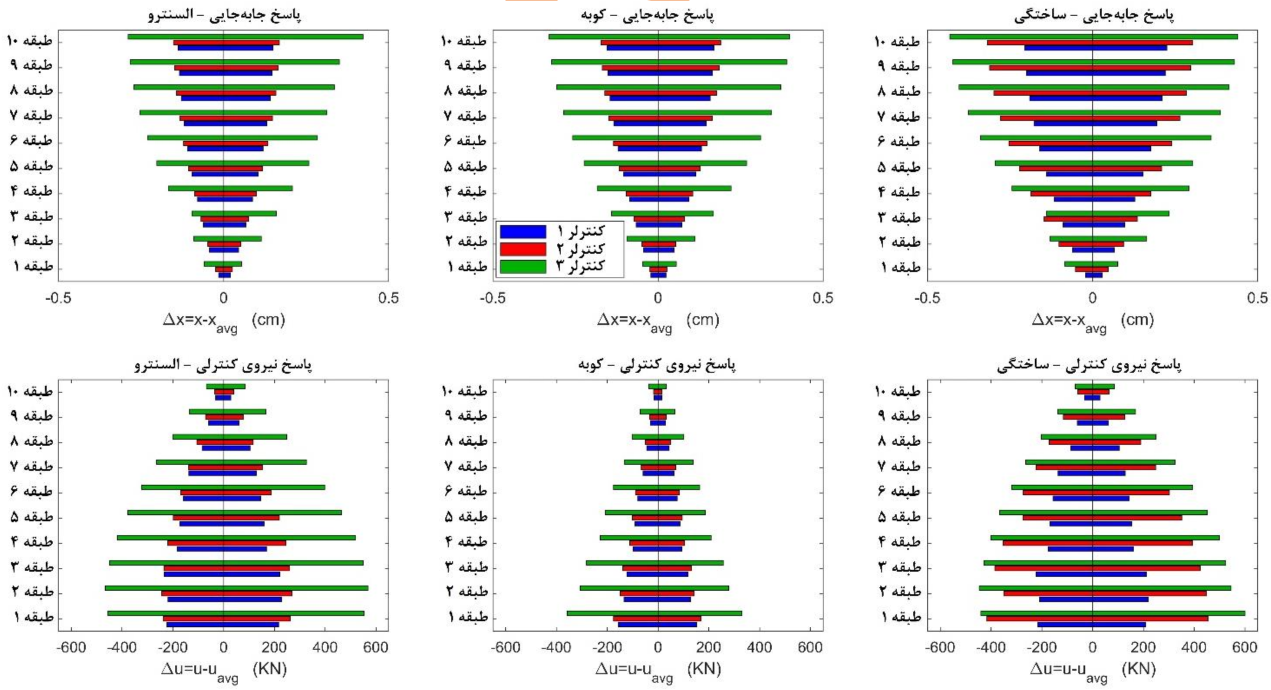
بدلیل خطای موجود در سنسورها و محرک‌ها، نیروی کنترلی محاسبه شده یا اعمال شده به سیستم دارای انحراف می‌باشد. باتوجه به نتایج آماری بدست آمده برای دستگاه‌های بکار رفته در سیستم (سنسورها و محرک‌ها)، این خطاها را می‌توان در محدوده مشخصی در نظر گرفت. خطای ناشی از سنسورها و محرک‌ها را می‌توان به‌صورت تجمعی به‌عنوان خطای سنسورها مدل‌سازی کرد. ۳ کنترل‌کننده با فرض ۰-۱۰٪ ، ۱۰-۲۰٪ و ۵ تا ۲۵٪ گسیختگی جزئی سنسورها طراحی و به‌ترتیب کنترل‌کننده ۱ تا ۳ نام‌گذاری شده‌اند. جهت مقایسه کنترل‌کننده‌های طراحی شده، پاسخ‌های حاشیه‌ای جابه‌جایی و نیروی کنترلی در شکل ۶ نمایش داده شده است. در طراحی کنترل‌کننده ۱، میانگین گسیختگی سنسورها کمتر از سایر کنترل‌کننده‌ها فرض شده است؛ لذا محدوده پاسخ‌های حاشیه‌ای برای این کنترل‌کننده کمتر بدست آمده است. کنترل‌کننده ۲ با فرض محدوده گسیختگی سنسورها مشابه کنترل‌کننده ۱ (۱۰٪) طراحی شده است، اما پاسخ‌های حاشیه‌ای آن بیشتر از کنترل‌کننده ۱ بدست آمده است. پس می‌توان گفت با افزایش میانگین گسیختگی سنسورها، پاسخ‌های حاشیه‌ای افزایش پیدا کرده است. میانگین گسیختگی سنسورها در طراحی کنترل‌کننده ۳ مشابه کنترل‌کننده ۲ فرض شده است، اما محدوده گسیختگی آن بیشتر در نظر گرفته شده است. مشاهده می‌شود که با وجود برابر بودن میانگین گسیختگی سنسورها در کنترل‌کننده ۲ و ۳، پاسخ‌های حاشیه‌ای کنترل‌کننده ۳ محدوده بیشتری دارند. پس با افزایش بازه گسیختگی سنسورها، پاسخ‌های حاشیه‌ای محدوده بیشتری را شامل می‌شوند.

خرابی محرک‌ها ممکن است موجب افزایش پاسخ‌ها و حتی ناپایداری سازه شوند. در جدول ۶ افزایش پاسخ‌های حداکثر سازه در اثر خرابی محرک‌های مختلف آورده شده است. جهت مقایسه خرابی هر یک از محرک‌ها، نسبت پاسخ حداکثر جابه‌جایی طبقات و حداکثر نیروی کنترلی در حالات مختلف خرابی محرک‌ها نسبت به حالت بدون خرابی سنجیده شده است. حداکثر جابه‌جایی و نیروی کنترلی در حالات مختلف خرابی محرک‌ها به‌ترتیب با $x_{max}(i)$ و $u_{max}(i)$ و حداکثر جابه‌جایی طبقات و نیروی کنترلی محرک‌ها در حالت بدون خرابی به‌ترتیب با $x_{max}(۰)$ و $u_{max}(۰)$ نمایش داده شده‌اند. با فرض خرابی محرک‌ها در ابتدای

بارگذاری، مشاهده می‌شود که خرابی محرک طبقه اول تأثیر مخرب‌تری نسبت به خرابی سایر محرک‌ها دارد و پاسخ حداکثر جابه‌جایی طبقات و حداکثر نیروی کنترلی محرک‌ها بیشتر افزایش یافته‌اند.

جدول ۶: نسبت پاسخ جابه‌جایی و نیروی کنترلی در حضور خرابی محرک‌ها

| خرابی محرک | زلزله کوبه | | زلزله السنترو | | زلزله ساختگی | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $\frac{u_{max}(i)}{u_{max}(0)}$ | $\frac{x_{max}(i)}{x_{max}(0)}$ | $\frac{u_{max}(i)}{u_{max}(0)}$ | $\frac{x_{max}(i)}{x_{max}(0)}$ | $\frac{u_{max}(i)}{u_{max}(0)}$ | $\frac{x_{max}(i)}{x_{max}(0)}$ |
| طبقه اول | ۱/۳۶۸ | ۱/۱۸۵ | ۱/۳۰۵ | ۱/۱۸۴ | ۱/۲۲۵ | ۱/۱۹۲ |
| طبقه دوم | ۱/۲۸۲ | ۱/۱۷۱ | ۱/۲۶۱ | ۱/۱۴۸ | ۱/۱۹۱ | ۱/۱۷۸ |
| طبقه سوم | ۱/۱۲۲ | ۱/۱۵۶ | ۱/۲۲۵ | ۱/۱۲۲ | ۱/۰۹۵ | ۱/۱۶۲ |
| طبقه چهارم | ۱/۰۱۰ | ۱/۱۴۴ | ۱/۱۹۰ | ۱/۱۰۶ | ۱/۱۳۸ | ۱/۱۵۳ |
| طبقه پنجم | ۰/۹۳۴ | ۱/۱۲۹ | ۰/۰۹۱ | ۱/۱۰۲ | ۰/۰۲۱ | ۱/۱۳۲ |
| طبقه ششم | ۰/۹۶۰ | ۱/۱۱۵ | ۱/۰۱۰ | ۱/۰۹۰ | ۱/۰۰۶ | ۱/۱۲۳ |
| طبقه هفتم | ۰/۹۷۸ | ۱/۰۹۴ | ۱/۰۰۱ | ۱/۰۷۸ | ۱/۰۰۲ | ۱/۱۱۱ |
| طبقه هشتم | ۰/۹۹۸ | ۱/۰۷۰ | ۱/۰۰۱ | ۱/۰۵۵ | ۱/۰۰۳ | ۱/۰۸۵ |
| طبقه نهم | ۰/۹۹۵ | ۱/۰۴۴ | ۰/۹۹۸ | ۱/۰۳۲ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۵۵ |
| طبقه دهم | ۰/۹۹۸ | ۱/۰۰۳ | ۰/۹۹۴ | ۱/۰۲۵ | ۰/۹۹۷ | ۱/۰۴۵ |



شکل ۶: پاسخ حاشیه‌ای جابه‌جایی و نیروی کنترلی در حضور خطای سنسور یا محرک

## ۴ ـ نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از الگوریتم کنترل فعال و طراحی کنترل‌کننده مناسب، سازه مجهز به کابل‌های کششی فعال در شرایط میرایی بحرانی ارزیابی شد و باتوجه به حساس بودن شرایط میرایی بحرانی نسبت به عدم‌قطعیت‌ها، حساسیت سازه در این شرایط مورد بررسی قرار گرفت. جهت بررسی حساسیت شرایط میرایی بحرانی نسبت به عدم‌قطعیت‌ها، یک سازه برشی ۱۰ طبقه تحت ارتعاش زلزله‌های حوزه دور، نزدیک و ساختگی در نظر گرفته شد. پارامترهای جرم، سختی و میرایی دارای نامعینی و نیروهای کنترلی محاسبه‌شده و اعمال‌شده دارای خطا لحاظ شدند. خطای موجود در نیروهای کنترلی ناشی از خطای موجود در سنسورها و محرک‌ها و خرابی محرک‌ها فرض شد.

الگوریتم کنترلی بکار رفته در این پژوهش، کاهش پاسخهای سازه به میزان قابل توجه و تبدیل شرایط میرایی تحت بحرانی به میرایی بحرانی را نتیجه داد. تبدیل شرایط تحت بحرانی به میرایی بحرانی با استفاده از قطب‌های سیستم حلقه بسته نشان داده شد. با در نظر گرفتن نامعینی هر یک از پارامترهای دینامیکی سیستم، نشان داده شد که عدم‌قطعیت پارامتر جرم بیشترین تأثیر منفی را بر پاسخ‌های جابه‌جایی و نیروی کنترلی سازه دارد و منجر به محدوده بیشتری از پاسخ‌های حاشیه‌ای می‌شود. از طرفی عدم‌قطعیت پارامتر میرایی کمترین تأثیر را بر پاسخ‌های سازه داشته و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. باتوجه به ناشناخته بودن مشخصات دقیق میرایی سازه، این یک نتیجه مطلوب در کارهای مهندسی محسوب می‌شود. با در نظر گرفتن خطای موجود در نیروی کنترلی، سه کنترل‌کننده با فرض گسیختگی جزئی سنسورها به میزان ۰-۱۰٪ ، ۱۰-۲۰٪ و ۵ تا ۲۵٪ طراحی شدند. در مقایسه این کنترل‌کننده‌ها نشان داده شد که با افزایش میانگین گسیختگی سنسورها، محدوده پاسخ‌های حاشیه‌ای در محدوده یکسان گسیختگی جزئی، افزایش می‌یابند. همچنین با افزایش محدوده گسیختگی سنسورها با فرض گسیختگی میانگین یکسان در طراحی کنترل‌کننده، محدوده پاسخ‌های حاشیه‌ای بیشتر می‌شوند. علاوه‌بر عدم‌قطعیت‌های مذکور، احتمال خرابی محرک‌ها نیز مورد بررسی قرار گرفت و اهمیت محرک طبقه اول نشان داده شد. درواقع خرابی محرک طبقه اول نسبت به سایر محرک‌ها در سازه مورد بررسی، موجب افزایش بیشتر حداکثر پاسخ جابه‌جایی و نیروی کنترلی شد.

## منابع


[۱] Yao, J.T., ۱۹۷۲. Concept of structural control. Journal of the Structural Division, ۹۸(۷), pp.۱۵۶۷-۱۵۷۴. doi.org/۱۰,۱۰۶۱/JSDEAG.۰۰۰۳۲۸۰

[۲] Chen, P.C., Sugiarto, B.J. and Chien, K.Y., ۲۰۲۱. Performance-based optimization of LQR for active mass damper using symbiotic organisms search. Smart Structures and Systems, ۲۷(۴), pp.۷۰۵-۷۱۷. doi.org/۱۰,۱۲۹۸۹/sss.۲۰۲۱,۲۷,۴,۷۰۵

[۳] Lin, X. and Lin, W., ۲۰۲۲. Whale Optimization Algorithm-Based LQG-Adaptive Neuro-Fuzzy Control for Seismic Vibration Mitigation with MR Dampers. Shock and Vibration, ۲۰۲۲(۱), p.۴۰۶۰۶۶۰. doi.org/۱۰,۱۱۵۵/۲۰۲۲/۴۰۶۰۶۶۰

[۴] Aldemir, U., Yanik, A. and Bakioglu, M., ۲۰۱۲. Control of structural response under earthquake excitation. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, ۲۷(۸), pp.۶۲۰-۶۳۸. doi.org/۱۰,۱۱۱۱/j.۱۴۶۷-۸۶۶۷,۲۰۱۲,۰۰۷۷۶.x

[۵] Mahmoudi, R., Ghaffarzadeh, H., Ahani, E. and Katebi, J., ۲۰۱۹. Sliding mode control of linear structures and a Duffing system using active tendons. Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Engineering and Computational Mechanics, ۱۷۲(۳), pp.۱۰۶-۱۱۷. doi.org/۱۰,۱۶۸۰/jencm.۱۸,۰۰۰۳۳

[۶] Aran, A., Ghaffarzadeh, H., Miller, D. and Talebian, N., ۲۰۲۴. Robust controller analysis and synthesis with consideration of various uncertainties for building structures. Engineering Structures, ۳۰۸, p.۱۱۷۹۰۱. doi.org/۱۰,۱۰۱۶/j.engstruct.۲۰۲۴,۱۱۷۹۰۱

[۷] Rousta, A. M., & Zahrai, S. M, ۲۰۱۸. Parametric study of a proposed hybrid damping system: KE+ VLB in Chevron braced frames. Acta Tech, ۶۳, ۱-۱۶. doi.org/۱۰,۱۲۹۸۹/scs.۲۰۲۲,۴۳,۵,۵۶۵

[۸] Chopra, A.K., ۲۰۰۷. Dynamics of structures. Pearson Education India.

[۹] Rezaeepazhand, J. and Alamatian, J., ۲۰۱۱. A simple approach for determination of actuator and sensor locations in smart structures subjected to the dynamic loads. International Journal of Engineering, ۲۴(۴), pp.۳۴۱-۳۵۰. doi.org/۱۰,۵۸۲۹/idosi.ije.۲۰۱۱,۲۴,۰۴a.۰۳

[۱۰] Alamatian, J. and Davtalab, H., ۲۰۱۸. A New Active Control Process Based on Applying Critical Damping Theory in Two Vibration Modes. Romanian Journal of Acoustics and Vibration, ۱۵(۲), pp.۹۰-۹۹.
[۱۱] Karimpour, B., Keyhani, A. and Alamatian, J., ۲۰۱۴. New active control method based on using multiactuators and sensors considering uncertainty of parameters. Advances in Civil Engineering, ۲۰۱۴(۱), p.۱۸۰۶۷۳. doi.org/۱۰,۱۱۵۵/۲۰۱۴/۱۸۰۶۷۳
[۱۲] H. Rashidi, K. Khanlari, P. Zarfam, M. Ghafory-Ashtiany, A novel approach of active control of structures based on the critically damped condition, Journal of Vibration and Control, ۲۷(۱۳-۱۴) (۲۰۲۱) ۱۵۱۱-۱۵۲۳. doi.org/۱۰,۱۱۷۷/۱۰۷۷۵۴۶۳۲۰۹۴۴۳۰۰
[۱۳] Cheng, F.Y., Jiang, H. and Lou, K., ۲۰۰۸. Smart structures: innovative systems for seismic response control. CRC press. doi.org/۱۰,۱۲۰۱/۹۷۸۱۴۲۰۰۰۸۱۷۳
[۱۴] Liu, Y., Wang, Z. and Liu, X., ۲۰۰۷. Robust H∞ control for a class of nonlinear stochastic systems with mixed time delay. International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC‐Affiliated Journal, ۱۷(۱۶), pp.۱۵۲۵-۱۵۵۱. doi.org/۱۰,۱۰۰۲/rnc.۱۱۸۵
[۱۵] Petersen, I.R. and Tempo, R., ۲۰۱۴. Robust control of uncertain systems: Classical results and recent developments. Automatica, ۵۰(۵), pp.۱۳۱۵-۱۳۳۵. doi.org/۱۰,۱۰۱۶/j.automatica.۲۰۱۴,۰۲,۰۴۲
[۱۶] Ding, Y., Weng, F. and Liang, L., ۲۰۱۳. Active Vibration Attenuation for Uncertain Buildings Structural Systems with Sensor Faults. J. Comput., ۸(۱۲), pp.۳۰۷۲-۳۰۷۸. doi.org/۱۰,۴۳۰۴/jcp.۸,۱۲,۳۰۷۲-۳۰۷۸
[۱۷] Cheng, C. and Zhao, Q., ۲۰۰۴. Reliable control of uncertain delayed systems with integral quadratic constraints. IEE Proceedings-Control Theory and Applications, ۱۵۱(۶), pp.۷۹۰-۷۹۶. doi.org/۱۰,۱۰۴۹/ip-cta:۲۰۰۴۱۰۵۲

[۱۸] Huo, L., Song, G., Li, H. and Grigoriadis, K., ۲۰۰۷. Robust control design of active structural vibration suppression using an active mass damper. Smart materials and structures, ۱۷(۱), p.۰۱۵۰۲۱. doi.org/۱۰,۱۰۸۸/۰۹۶۴-۱۷۲۶/۱۷/۰۱/۰۱۵۰۲۱

[۱۹] Raji, R., Ghaffarzadeh, H. and Hadidi, A., ۲۰۲۱. Decentralized control of tall shear structures against sensor failures and uncertainty in earthquake excitations. Amirkabir Journal of Civil Engineering, ۵۲(۱۲), pp.۳۰۷۳-۳۰۹۰. doi.org/۱۰,۲۲۰۶۰/CEEJ.۲۰۱۹,۱۶۵۴۱,۶۲۶۶. [In Persian].

[۲۰] Aldemir, U., Yanik, A. and Bakioglu, M., ۲۰۱۲. Control of structural response under earthquake excitation. Computer‐Aided Civil and Infrastructure Engineering, ۲۷(۸), pp.۶۲۰-۶۳۸. doi.org/۱۰,۱۱۱۱/j.۱۴۶۷-۸۶۶۷,۲۰۱۲,۰۰۷۷۶.x

[۲۱] Palazzo, B. and Petti, L., ۱۹۹۷. Stochastic response comparison between base isolated and fixed-base structures. Earthquake spectra, ۱۳(۱), pp.۷۷-۹۶. doi.org/۱۰,۱۱۹۳/۱,۱۵۸۵۹۳۳